

MATEMATIKA

KÖZÉPSZINTŰ ÍRÁSBELI VIZSGA

I.

Időtartam: 45 perc

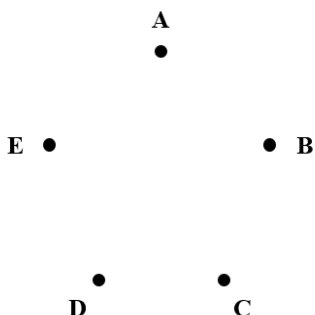
Fontos tudnivalók

1. A feladatok megoldására 45 percet fordíthat, az idő leteltével a munkát be kell fejeznie.
2. A megoldások sorrendje tetszőleges.
3. A feladatok megoldásához szöveges adatok tárolására és megjelenítésére nem alkalmas zsebszámológépet és bármilyen négyjegyű függvénytáblázatot használhat, más elektronikus vagy írásos segédeszköz használata tilos!
4. **A feladatok végeredményét az erre a célra szolgáló keretbe írja**, a megoldást csak akkor kell részleteznie, ha erre a feladat szövege utasítást ad!
5. A dolgozatot tollal írja, az ábrákat ceruzával is rajzolhatja. Az ábrákon kívül a ceruzával írt részeket a javító tanár nem értékelheti. Ha valamilyen megoldást vagy megoldásrészletet áthúz, akkor az nem értékelhető.
6. Minden feladatnak csak egy megoldása értékelhető. Több megoldási próbálkozás esetén egyértelműen jelölje, hogy melyiket tartja érvényesnek!
7. Kérjük, hogy **a szürkített téglalapokba semmit ne írjon!**

1. Egy humán tagozatos osztályban 21-en járnak magyar, 15-en járnak történelem fakultációra. Ezen két fakultáció közül legalább az egyikre mindenki jár, és az osztály létszáma 28. Hányan járnak mindkét fakultációra?

Mindkét fakultációra fő jár.	2 pont	
------------------------------------	--------	--

2. Egy szülinapi összejövetel 5 résztvevője (A , B , C , D , és E) ül egy asztalnál. C mindenkit ismer az asztalnál. D mindenkit ismer A -n kívül. B három, E pedig csak két asztaltársát ismeri. (Minden ismeretség kölcsönös.) Ábrázolja az asztaltársaság ismeretségét egy gráffal!



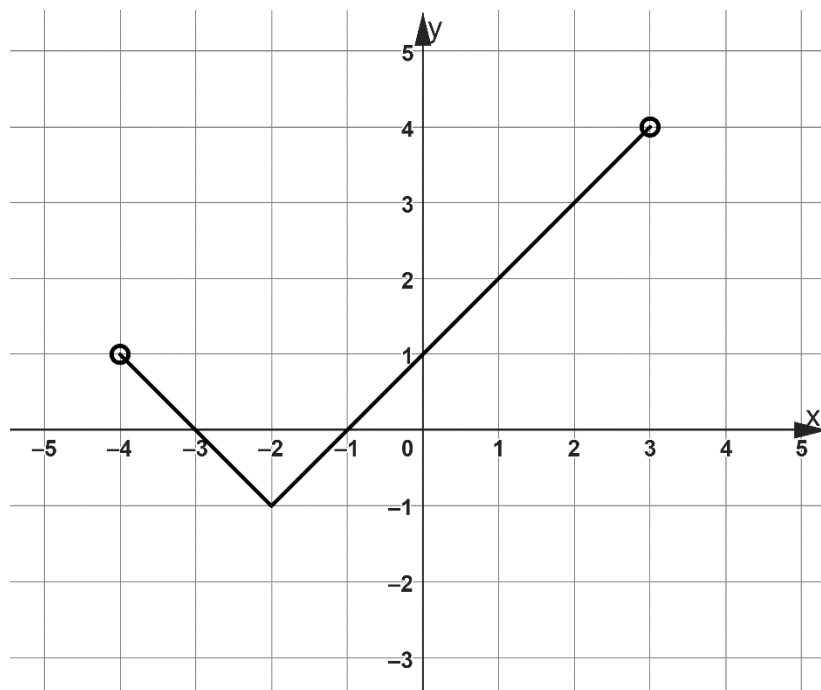
3 pont	
--------	--

3. Válassza ki az alábbiak közül az összes állítást, amely tagadása a következőnek!
„Zita márciusban ellátogatott egy állatkertbe.”

- A: Zita március egyik napján sem ment állatkertbe.
B: Zita március minden napján ellátogatott egy állatkertbe.
C: Volt olyan nap márciusban, amikor Zita nem ment állatkertbe.
D: Nem volt olyan nap márciusban, amikor Zita állatkertbe ment.

	2 pont	
--	--------	--

4. Az ábrán egy függvényt ábrázoltunk. Adja meg a függvény értelmezési tartományát!



A: $[-1; 4[$

B: $] - 1; 4[$

C: $] - 4; 3[$

D: $[-4; 3]$

Értelmezési tartomány betűjele:

2 pont

5. Egy számtani sorozat harmadik tagja 11, ötödik tagja 18. Határozza meg a sorozat első tagját!

A sorozat első tagja:

2 pont

6. Adja meg azt az x valós számot, amelyre teljesül az alábbi egyenlőség!

Válaszát indokolja!

$$\log_3 \left(\frac{x}{9} \right) = 1$$

	2 pont	
x értéke:	1 pont	

7. A tej árát az egyik hónapban 25%-kal emelték, majd fél évvel később 6%-kal csökkentették. Az eredeti árhoz képest a két árváltozás után hány százalékkal lett drágább a tej? Válaszát indokolja!

	2 pont	
A két árváltozás után %-kal drágább a tej.	1 pont	

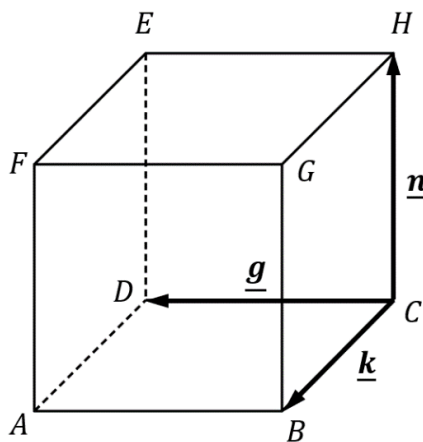
8. Egy háromszög két szöge 98° -os és 65° -os. A 98° -os szöggel szemközti oldal 12 cm hosszú. Milyen hosszú a 65° -os szöggel szemközti oldal? Válaszát indokolja!

	2 pont	
Az oldal hossza cm.	1 pont	

9. Egy téglatest alakú virágláda belső szélessége 140 cm, belső mélysége pedig 50 cm. A virágládát teljesen teletöltjük virágfölddel, melynek fél köbmétere 3500 Ft-ba kerül. Mekkora a virágláda belső magassága, ha a beletöltött föld értéke 1960 Ft? Megoldását részletezze!

	2 pont	
A virágláda belső magassága: cm.	1 pont	

10. Az ábrán látható kocka C csúcsából kiinduló $\underline{k}$, $\underline{g}$ és $\underline{n}$ élvektorok segítségével fejezze ki a $\overrightarrow{HA}$ vektort!



$\overrightarrow{HA} =$	2 pont	
-------------------------	--------	--

11. Dóri és 4 barátnője a legutóbbi fizika dolgozatukat hasonlították össze. A dolgozatra az 1, 2, 3, 4 és 5 osztályzatok egyikét lehetett kapni. Közülük csak Dóri kapott 4-est, és ötük dolgozatának átlaga 4,4 lett. Adja meg a 4 ismeretlen dolgozat osztályzatát!

	2 pont	
--	--------	--

12. Ádám egyedi pólót ajándékoz barátjának a születésnapjára. Ennek költségmegoszlását mutatja az ábra. Számítsa ki a „Minta nélküli póló” feliratú körcikk középponti szögének nagyságát fokban! Válaszát indokolja!



	2 pont	
A körcikk középponti szöge: °	1 pont	

		pontszám	
		maximális	elért
I. rész	1. feladat	2	
	2. feladat	3	
	3. feladat	2	
	4. feladat	2	
	5. feladat	2	
	6. feladat	3	
	7. feladat	3	
	8. feladat	3	
	9. feladat	3	
	10. feladat	2	
	11. feladat	2	
	12. feladat	3	
ÖSSZESEN		30	

MATEMATIKA

KÖZÉPSZINTŰ ÍRÁSBELI VIZSGA

II.

Időtartam: 135 perc

Fontos tudnivalók

1. A feladatok megoldására 135 percet fordíthat, az idő leteltével a munkát be kell fejeznie.
2. A feladatok megoldási sorrendje tetszőleges.
3. A **B** részben kitűzött három feladat közül csak kettőt kell megoldania. **A nem választott feladat sorszámát írja be a dolgozat befejezésekor az alábbi négyzetbe!** Ha a javító tanár számára *nem derül ki egyértelműen*, hogy melyik feladat értékelését nem kéri, akkor a kitűzött sorrend szerinti legutolsó feladatra nem kap pontot.



4. A feladatok megoldásához szöveges adatok tárolására és megjelenítésére nem alkalmas zsebszámológépet és bármilyen négyjegyű függvénytáblázatot használhat, más elektronikus vagy írásos segédeszköz használata tilos!
5. **A megoldások gondolatmenetét minden esetben írja le, mert a feladatra adható pontszám jelentős része erre jár!**
6. **Ügyeljen arra, hogy a lényegesebb részszerkesztések is nyomon követhetők legyenek!**
7. A gondolatmenet kifejtése során **a zsebszámológép használata – további matematikai indoklás nélkül – a következő műveletek elvégzésére fogadható el:** összeadás, kivonás, szorzás, osztás, hatványozás, gyökvonás, $n!$, $\binom{n}{k}$ kiszámítása, a függvénytáblázatban fellelhető táblázatok helyettesítése ($\sin$, $\cos$, $\lg$, $\log$ és ezek inverzei), a π és az e szám közelítő értékének megadása, nullára rendezett másodfokú egyenlet gyökeinek meghatározása. További matematikai indoklás nélkül használhatók a számológépek bizonyos statisztikai mutatók kiszámítására (átlag, szórás) abban az esetben, ha a feladat szövege kifejezetten nem követeli meg az ezzel kapcsolatos részletszerkesztések bemutatását is. **Egyéb esetekben a géppel elvégzett számítások indoklás nélküli lépéseknek számítanak, azokért nem jár pont**
8. A feladatok megoldásánál használt tételek közül az iskolában tanult, névvel ellátott tételeket (pl. Pitagorasz-tétel, magasságtétel) nem kell pontosan megfogalmazva kimondania, elég csak a tétel megnevezését említenie, *de alkalmazhatóságát röviden indokolnia kell.*
9. A feladatok végeredményét (a feltett kérdésre adandó választ) szöveges megfogalmazásban is közölje!
10. A dolgozatot tollal írja, az ábrákat ceruzával is rajzolhatja. Az ábrákon kívül a ceruzával írt részeket a javító tanár nem értékelheti. Ha valamilyen megoldást vagy megoldásrészletet áthúz, akkor az nem értékelhető.
11. Minden feladatnak csak egy megoldása értékelhető. Több megoldási próbálkozás esetén **egyértelműen jelölje**, hogy melyiket tartja érvényesnek!
12. Kérjük, hogy **a szürkített téglalapokba semmit ne írjon!**

A

13. Az ABC háromszögben az a oldal hossza 10 cm, a b oldal hossza 11 cm. Az a és c oldal által bezárt szög 78° .

a) Határozza meg az a és b oldal által bezárt szög nagyságát!

Válaszát fokban, egy tizedesjegyre kerekítve adja meg!

b) Határozza meg a háromszög c oldalának hosszát!

Válaszát cm-ben, egy tizedesjegyre kerekítve adja meg!

A DEF háromszög hasonló az ABC -hez, és a d oldala 15 cm hosszú. (A d oldal felel meg az ABC háromszög a oldalának.)

c) Mekkora a DEF háromszög területe?

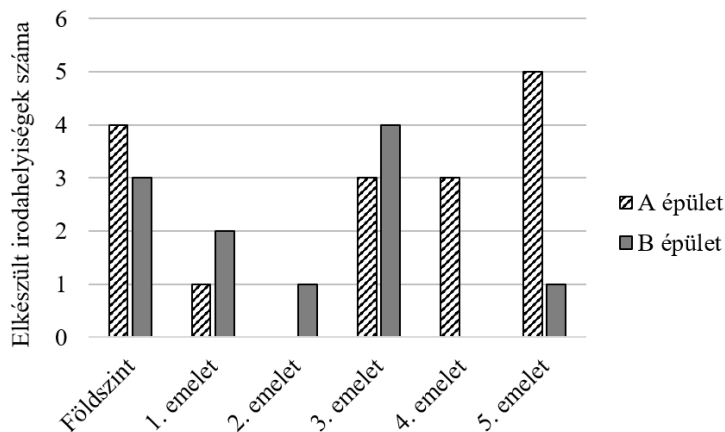
Válaszát cm^2 -ben, egy tizedesjegyre kerekítve adja meg!

a)	4 pont	
b)	3 pont	
c)	5 pont	
Ö.:	12 pont	

- 14.** a) Egy mértani sorozat első tagja 4, hányadosa 1,4. A sorozatnak legalább hány tagját kell összeadni az elsőtől kezdve, hogy az összeg legalább 450 legyen?
- b) Egy számtani sorozat első 14 tagjának összege 588, differenciája 6. Adja meg a sorozat harmadik tagját!

a)	7 pont	
b)	5 pont	
Ö.:	12 pont	

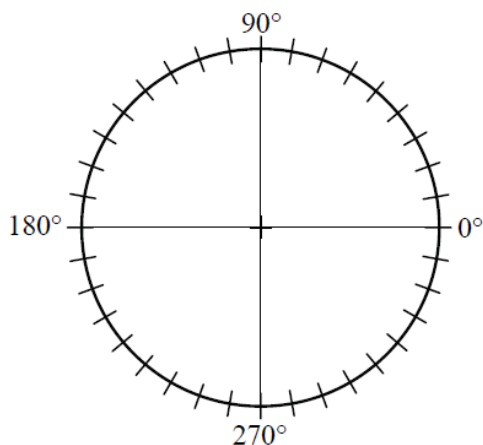
- 15.** Egy építő cég két ötemeletes irodaház építésén dolgozik. A megrendelő érdeklődött, hogy hol tart az építkezés. Az építő cég a választ az alábbi diagramon összesítette, melyen azt ábrázolta, hogy az *A* és *B* irodaház különböző szintjein hány irodahelyiség készült már el.



- a)** Adja meg, hogy az *A*, illetve a *B* épületben átlagosan hány irodahelyiség készült már el egy szinten!

A megrendelő szeretné saját szemével is megtekinteni az építkezést. Mindkét épületnek egy véletlenszerűen kiválasztott szintjén sétál körbe.

- b)** Mekkora annak a valószínűsége, hogy a megrendelő mindkét alkalommal olyan szintet néz meg, amelyen már legalább két irodahelyiség elkészült?
- c)** Ábrázolja kördiagramon az *A* épület elkészült irodahelyiségeinek szintenkénti eloszlását!



a)	3 pont	
b)	5 pont	
c)	4 pont	
Ö.:	12 pont	

B

A 16-18. feladatok közül tetszése szerint választott kettőt kell megoldania.

A kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon lévő üres négyzetbe!

- 16.** 2016-ban 20 286-an jelentkeztek pedagógusképzésre, azóta ez a szám csökkenő tendenciát mutat. 2022-ben a jelentkezők száma csupán 11 977 volt.

- a) Évente átlagosan hány százalékkal csökkent a pedagógusképzésre jelentkezők száma? Az eredményt egy tizedesjegyre kerekítve adja meg!

2022-ben becslést végzünk a pedagóguspályára jelentkezők számával kapcsolatban. Úgy számolunk, hogy ettől az évtől kezdve az éves csökkenés 7% lesz.

- b) Melyik évben lesz az abban az évben jelentkezők száma a 2022-ben jelentkezetteknek a 60,2%-a?

Egy felmérés szerint az általános iskolában a 7. évfolyammal bezárólag a 4,5-es átlag eléréséhez 2. osztálytól kezdve minden tanévben átlagosan 12%-kal kell többet tanulnia a diákoknak naponta, mint a megelőző tanévben. 8. osztálytól kezdődően ugyanezért az átlagért tanévenként átlagosan már 20%-kal kell többet tanulnia a diákoknak naponta, mint a megelőző tanévben. A 4,5-es átlaghoz 7. osztályban átlagosan napi 49,4 percet kell tanulni.

- c) Hány percet kell tanulnia naponta egy 12. osztályos diáknak a 4,5-es átlagért?

- d) Hány percet kell tanulnia naponta egy 1. osztályos diáknak a 4,5-es átlagért?

Válaszait egész percre kerekítve adja meg!

a)	4 pont	
b)	5 pont	
c)	4 pont	
d)	4 pont	
Ö.:	17 pont	

A 16-18. feladatok közül tetszése szerint választott kettőt kell megoldania.

A kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon lévő üres négyzetbe!

17. a) Oldja meg a valós számok halmazán a következő egyenletrendszert!

$$\begin{cases} -x + 4y = 10 \\ (x + 4)^2 + (y - 1,5)^2 = 4,25 \end{cases}$$

b) Oldja meg a valós számok halmazán a következő egyenlőtlenséget!

$$\frac{2 - x}{x + 5} \leq 0$$

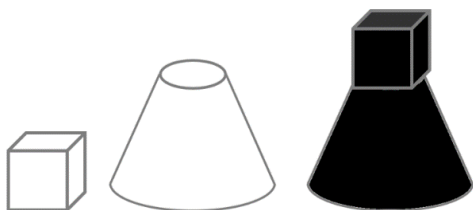
c) Adott a következő öt szám: 16, 43, 8, 29, és 144. Ezek közül véletlenszerűen kiválasztunk egyet. Mekkora a valószínűsége annak, hogy a kiválasztott szám négyzet-szám?

a)	8 pont	
b)	7 pont	
c)	2 pont	
Ö.:	17 pont	

A 16-18. feladatok közül tetszése szerint választott kettőt kell megoldania.

A kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon lévő üres négyzetbe!

- 18.** Egyedi sakkfigurákat készítünk. Egy figura két részből áll: test és fej. Egy gyalog (egy sakkfigura-típus) teste csonka forgáskúp alakú, melynek fedőköre 1 cm, alapköre 2,5 cm átmérőjű. A bábú feje egy 1 cm élű kocka, melyet a kúp fedőkörének közepére ragasztunk. A 3,5 cm magas bábút ezután feketére festjük.



- a) Számítsa ki a bábú testének térfogatát!
- b) Számítsa ki a bábú felszínét!

A készlethez már több bábút is elkészítettünk: két futót, két bástyát, két huszárt és három gyalogot. (Egy-egy típuson belül a figurák pontosan ugyanolyanok.) Szeretnénk az elkészült bábuk közül háromról egy fotót készíteni úgy, hogy egy sorba rendezzük a három figurát.

- c) Hányféle fotó készülhet, ha számít a bábuk sorrendje?

a)	4 pont	
b)	8 pont	
c)	5 pont	
Ö.:	17 pont	

	a feladat sorszám	pontszám		
		maximális	elért	összesen
II. A rész	13.	12		
	14.	12		
	15.	12		
II. B rész		17		
		17		
		← nem választott feladat		
	ÖSSZESEN	70		

	pontszám	
	maximális	elért
I. rész	30	
II. rész	70	
Az írásbeli vizsgarész pontszáma	100	