

Egyetemi matek

I. Egyetemi alapok

Értelmezési tartomány, értékészlet

- 1) Mi az értelmezési tartománya az alábbi függvényeknek?

$$f(x) = \frac{\cos(3x - 1)}{2 \cdot \ln(x) - 3}$$

$$f(x) = \frac{\sqrt{x^2 + 1}}{2x^2 - 18}$$

$$f(x) = \lg(\log_2(1 - 5x))$$

Tovább a feladathoz

- 2) Mi az értékészlete az alábbi függvénynek?

$$f(x) = 3x^2 + 6x + 8$$

Tovább a feladathoz

- 3) Hol van szakadás az alábbi függvénynek?

$$f(x) = \frac{4}{x^2 + 9}$$

Tovább a feladathoz

Összetett függvények

4) Adjuk meg az alábbi $f(x)$ és $g(x)$ függvények $f \circ g$ valamint $g \circ f$ összetett függvényeit!

a) $f(x) = \lg(x + 2)$

$$g(x) = x^2 + 3x$$

b) $f(x) = x^2$

$$g(x) = x^3$$

Tovább a feladathoz

5) Adjuk meg az alábbi $f(x)$ és $g(x)$ függvények $f \circ g$ valamint $g \circ f$ összetett függvényeit!

a) $f(x) = \log_2(x - 1)$

$$g(x) = \frac{3 - x}{x + 4}$$

b) $f(x) = \sqrt{x}$

$$g(x) = x^2 - 36$$

c) $f(x) = \log_{\frac{1}{2}}x$

$$g(x) = x^2 + x - 6$$

Tovább a feladathoz

- 6) Adjuk meg az alábbi $f(x)$ és $g(x)$ függvények $f \circ g$ valamint $g \circ f$ összetett függvényeit, és ezek értelmezési tartományait!

$$f(x) = \frac{1}{4 - x^2}$$

$$g(x) = \sqrt{x}$$

Tovább a feladathoz

Inverz függvény

- 7) Határozzuk meg az alábbi függvények inverzét!

$$f(x) = x$$

$$f(x) = 2x$$

$$f(x) = x^2$$

$$f(x) = \frac{2}{3}x - 5$$

$$f(x) = x^2 + 6x + 2$$

$$f(x) = 2^{x+1} - 2$$

Tovább a feladathoz

- 8) Határozzuk meg az alábbi függvény inverzét, ha létezik, és az inverz értelmezési tartományát, valamint értékkészletét!

$$f(x) = x^2 - 6x + 10$$

a) $D_f: x \in \mathbb{R}$

b) $D_f: x \in [-2; \infty[$

c) $D_f: x \in [3; \infty[$

d) $D_f: x \in [5; 10[$

Tovább a feladathoz

- 9) Határozzuk meg az alábbi függvények inverzét, ha a teljes intervallumon nem invertálhatók, akkor adjuk meg a legbővebb halmazt, ahol invertálhatók!

$$f(x) = -x^2 + 12x - 45$$

$$f(x) = -2 \cdot \sqrt[7]{x-7}$$

$$f(x) = \log_{\frac{1}{2}} x$$

$$f(x) = \log_2 (3 - 2x)$$

$$f(x) = 4^{3x+1}$$

$$f(x) = 2 \cdot 3^{x-1} + 1$$

Tovább a feladathoz

Vektorok

- 10) Határozzuk meg az alábbi vektorműveletek eredményét!

Síkbeli (2D)

$$\underline{a} = \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \end{bmatrix}, \underline{b} = \begin{bmatrix} 2 \\ 5 \end{bmatrix}$$

$$\underline{a} + \underline{b}$$

$$\underline{a} - \underline{b}$$

$$\underline{b} - \underline{a}$$

$$|\underline{a}|$$

$$|\underline{b}|$$

$$\underline{a} \cdot \underline{b}$$

$$\alpha$$

Térbeli (3D)

$$\underline{a} = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ 2 \end{bmatrix}, \underline{b} = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\underline{a} + \underline{b}$$

$$\underline{a} - \underline{b}$$

$$\underline{b} - \underline{a}$$

$$|\underline{a}|$$

$$|\underline{b}|$$

$$\underline{a} \cdot \underline{b}$$

$$\alpha$$

Tovább a feladathoz

11) Határozzuk meg a 3 pont által bezárt háromszög területét!

Síkbeli (2D)

$$A = \begin{bmatrix} 5 \\ 2 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Térbeli (3D)

$$A = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ 2 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Tovább a feladathoz

12) Határozzuk meg a 3 pont által bezárt háromszög súlypontját

Síkbeli (2D)

$$A = \begin{bmatrix} 5 \\ 2 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Térbeli (3D)

$$A = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ 2 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Tovább a feladathoz

13) Adott 3 pont a térben, határozzuk meg az általuk kifeszített háromszög γ szögét!

$$A = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 5 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} -2 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$$

Tovább a feladathoz

14) Adott 2 vektor a térben, számítsuk ki az általuk kifeszített háromszög területét!

$$a = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ -3 \end{pmatrix}, b = \begin{pmatrix} -2 \\ -3 \\ -3 \end{pmatrix}$$

Tovább a feladathoz

15) Adott 3 pont a térben, számítsuk ki az AB vektor hosszát, és a háromszög területét, valamint határozzuk meg, hogy α hegyesszög, derékszög vagy tompaszög?

$$A = \begin{pmatrix} -2 \\ 6 \\ 2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} -4 \\ 7 \\ 5 \end{pmatrix}$$

Tovább a feladathoz

16) Adott 3 pont a térben, határozzuk meg, hogy az általuk közre zárt háromszög helyes, derék vagy tompaszögű?

$$A = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 5 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \\ 3 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ 5 \end{pmatrix}$$

Tovább a feladathoz

Keresztszorzás

17) Adjuk meg az alábbi két vektor keresztszorzatát (vektoriális szorzatát)!

$$a = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} 3 \\ -2 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Tovább a feladathoz

18) Adott egy F erő, és az F erő helye a koordináta rendszerben. Számítsuk ki az erő origóba redukált nyomatékát!

$$F = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \text{ kN}, \quad r = \begin{bmatrix} -2 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \text{ m}$$

Tovább a feladathoz

Polinomosztás

19) Végezzük el az alábbi polinomok egyszerűsítését!

$$\frac{x^2 + 6x}{x}$$

$$\frac{x^2 - 4}{x - 2}$$

$$\frac{x^2 + 3x + 2}{x^2 - 3x - 4}$$

$$\frac{x^3 - 4x^2 - 7x + 10}{x - 1}$$

$$\frac{x^3 + 7x + 2}{x + 2}$$

Tovább a feladathoz

II. Sorozatok

Sorozatok bevezetés

1) Határozzuk meg az alábbi sorozat első 5 tagját!

$$a_n = \frac{2n + 3}{5n - 1}$$

Tovább a feladathoz

2) Ábrázoljuk az alábbi sorozatot számegyenesen és koordináta rendszerben!

$$a_n = 2n - 4$$

Tovább a feladathoz

Sorozatok határértéke

3) Határozzuk meg az alábbi sorozatok határértékét!

$$a_n = n^2$$

$$a_n = n^3$$

$$a_n = \sqrt{n}$$

$$a_n = \sqrt[3]{n}$$

$$a_n = 2^n$$

$$a_n = 3^n$$

$$a_n = \log_2 n$$

$$a_n = \log_3 n$$

$$a_n = \frac{1}{n}$$

$$a_n = \frac{1}{n^2}$$

$$a_n = \frac{1}{\sqrt{n}}$$

$$a_n = \frac{1}{\sqrt[3]{n}}$$

$$a_n = \left(\frac{1}{2}\right)^n$$

$$a_n = \left(\frac{1}{3}\right)^n$$

$$a_n = \log_{\frac{1}{2}} n$$

$$a_n = \log_{\frac{1}{3}} n$$

$$a_n = n!$$

$$a_n = n^n$$

$$a_n = \sqrt[n]{n}$$

Tovább a feladathoz

Sorozatok összegének határértéke

4) Számítsuk ki az alábbi sorozatok határértékét!

$$\lim(n^2 + n)$$

$$\lim\left(n + \frac{1}{n}\right)$$

$$\lim\left(-n + \log_{\frac{1}{2}} n\right)$$

$$\lim(-n^2 + \sqrt[n]{n})$$

$$\lim\left(\sqrt[n]{n} + \frac{1}{n}\right)$$

$$\lim(n^4 + (-n))$$

$$\lim(n^2 + (-n^5))$$

Tovább a feladathoz

Sorozatok különbségének határértéke

5) Számítsuk ki az alábbi sorozatok határértékét!

$$\lim\left(n - \frac{1}{n}\right)$$

$$\lim\left(-n - \log_{\frac{1}{2}} n\right)$$

$$\lim(-n^2 - \sqrt[n]{n})$$

$$\lim\left(\sqrt[n]{n} - \frac{1}{n}\right)$$

$$\lim(n^4 - (-n))$$

$$\lim(-n^5 - n^2)$$

Tovább a feladathoz

Sorozatok szorzatának határértéke

6) Számítsuk ki az alábbi sorozatok határértékét!

$$\lim\left(n^2 \cdot \frac{1}{n}\right)$$

$$\lim\left(n \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^n\right)$$

$$\lim(-n^2 \cdot \sqrt[n]{n})$$

$$\lim\left(\sqrt[n]{n} \cdot \frac{1}{n}\right)$$

$$\lim\left(n^4 \cdot \log_{\frac{1}{2}} n\right)$$

Tovább a feladathoz

Sorozatok hányadosának határértéke

7) Számítsuk ki az alábbi sorozatok határértékét!

$$\lim\left(\frac{-n^3}{-\sqrt{n}}\right)$$

$$\lim\left(\frac{-\sqrt{n}}{-n^3}\right)$$

$$\lim\left(\frac{\log_{\frac{1}{2}} n}{\sqrt[n]{n}}\right)$$

$$\lim\left(\frac{n}{\frac{1}{n}}\right)$$

$$\lim\left(\frac{n^2}{n}\right)$$

Tovább a feladathoz

Polinom hányados sorozatok határértéke

8) Számítsuk ki az alábbi sorozatok határértékét!

$$a_n = \frac{2n^3 + 5n^2 + 6n}{3n^3 + 6n^2 + 2n}$$

$$a_n = \frac{n^4 + 3n^2 - 5}{6n^3 - 8n^2 + 7n}$$

$$a_n = \frac{n^2 - 3n + 2}{5n^3 + 11n^2 - 1}$$

Tovább a feladathoz

9) Állapítsuk meg az alábbi sorozatok határértékét ránézéssel!

$$a_n = \frac{2n^3 + 5n^2 + 6n}{3n^3 + 6n^2 + 2n}$$

$$a_n = \frac{n^2 - 3n^7 + 5n^4}{3n^4 + 6n^7 + 2n^5}$$

$$a_n = \frac{4n^6 + 5n^5 - 3n^2}{7n^5 - 12n^3 + 9n}$$

$$a_n = \frac{2n^2 - 5n^5 - 3n}{6n^3 - 2n^2 + 11n}$$

$$a_n = \frac{5n^4 - 3n^3 + 3n^2}{2n^6 + 10n^2 - 7n}$$

$$a_n = \frac{-n^2 + 2n^4 + 13n}{6n + 3n^4 + 7n^6}$$

Tovább a feladathoz

10) Számítsuk ki az alábbi sorozatok határértékét!

$$a_n = \frac{4n^3 - 5n + 1}{-3n^2 + 4n - 1}$$

$$a_n = \frac{-2n^2 - 2 - (-4n - 1)^2}{(3n + 4)^2 + 2n}$$

$$a_n = \left(\frac{3n^2 + 2n^4 + 2n + 9}{4n^3 - 3n^4 - 6\pi} \right)^3$$

Tovább a feladathoz

Hatvány hányados sorozatok határértéke

11) Számítsuk ki az alábbi sorozatok határértékét!

$$a_n = \frac{2 \cdot 5^n + 5 \cdot 3^n + 6 \cdot 2^n}{4 \cdot 5^n + 6 \cdot 3^n + 7 \cdot 2^n}$$

$$a_n = \frac{5 \cdot 7^n - 6 \cdot 5^n + 11 \cdot 4^n}{7 \cdot 6^n + 3 \cdot 5^n - 2 \cdot 3^n}$$

$$a_n = \frac{6 \cdot 8^n + 10 \cdot 7^n - 7 \cdot 5^n}{2 \cdot 9^n - 13 \cdot 6^n + 3^n}$$

Tovább a feladathoz

12) Állapítsuk meg az alábbi sorozatok határértékét ránézéssel!

$$a_n = \frac{8 \cdot 4^n - 5 \cdot 3^n + 6 \cdot 2^n}{5 \cdot 4^n + 6 \cdot 3^n - 2 \cdot 2^n}$$

$$a_n = \frac{9 \cdot 5^n - 8 \cdot 7^n + 5 \cdot 3^n}{3 \cdot 2^n - 11 \cdot 6^n - 2 \cdot 7^n}$$

$$a_n = \frac{2 \cdot 6^n + 7 \cdot 3^n - 3 \cdot 2^n}{7 \cdot 5^n + 9 \cdot 4^n + 8 \cdot 3^n}$$

$$a_n = \frac{5 \cdot 5^n - 7 \cdot 8^n - 7^n}{2 \cdot 5^n + 4 \cdot 6^n - 3 \cdot 4^n}$$

$$a_n = \frac{10 \cdot 7^n + 12 \cdot 5^n + 2 \cdot 4^n}{5 \cdot 9^n - 6 \cdot 7^n - 8 \cdot 5^n}$$

$$a_n = \frac{9 \cdot 3^n + 7^n + 2 \cdot 5^n}{13 \cdot 2^n + 2 \cdot 10^n + 11 \cdot 4^n}$$

Tovább a feladathoz

13) Számítsuk ki az alábbi sorozatok határértékét!

$$a_n = \frac{7 \cdot 6^n + 8^n}{5 \cdot 2^n - 7 \cdot 8^n}$$

$$a_n = \frac{4 + 3^n - 2^{n+1}}{1 + 2^{2n} + 5^n}$$

$$a_n = \frac{2 \cdot 2^{3n-1} - 5 \cdot 3^{2n-1}}{6 \cdot 10^{n+1} - 7 \cdot 8^{n+2}}$$

Tovább a feladathoz

Gyökös hányados sorozatok határértéke

14) Számítsuk ki az alábbi sorozatok határértékét!

$$a_n = \frac{\sqrt[4]{n^8 + 7n} + 10n^2}{2n - \sqrt{25n^4 + 3n}}$$

$$a_n = \frac{n^4 + \sqrt{2n^4}}{\sqrt{n^4 + n} + \sqrt{2n}}$$

$$a_n = \frac{-5n^2 + \sqrt{n^4 + 6n + 1}}{9n^2 + \sqrt[4]{16n^8 + 2n + 6}}$$

Tovább a feladathoz

e-hez tartó sorozatok

15) Számítsuk ki az alábbi sorozatok határértékét!

$$a_n = \left(1 + \frac{1}{n}\right)^2$$

$$a_n = \left(1 + \frac{1}{n}\right)^{10}$$

$$a_n = \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$$

$$a_n = \left(1 + \frac{2}{n}\right)^n$$

$$a_n = \left(1 - \frac{3}{n}\right)^n$$

$$a_n = \left(3 + \frac{5}{n}\right)^n$$

$$a_n = \left(\frac{1}{2} + \frac{2}{n}\right)^n$$

Tovább a feladathoz

16) Számítsuk ki az alábbi sorozatok határértékét!

$$a_n = \left(3 + \frac{3}{n}\right)^n$$

$$a_n = \left(\frac{n+3}{n+1}\right)^{2n+3}$$

$$a_n = \left(\frac{5n-9}{5n+1}\right)^{2n+1}$$

$$a_n = \left(\frac{4n-11}{4n+1}\right)^{3n-1}$$

Tovább a feladathoz

Vegyes sorozatok határértéke

17) Számítsuk ki az alábbi sorozatok határértékét!

$$a_n = \frac{n^2 + 2}{2n + 1} + \frac{2n^2 - n}{4n + 1}$$

$$a_n = \frac{3n^2 + 2 \cdot \sqrt{n} + 7}{11n^7 - 5n^2 - \pi}$$

$$a_n = \frac{-8n + 7}{\sqrt{16n^2 + 9n + 25}} + \left(\frac{8n - 3}{8n + 5}\right)^{3n-1}$$

Tovább a feladathoz

Monotonitás, korlátosság

18) Jellemezzük az alábbi sorozatokat korlátosság szempontjából!

$$a_n = \frac{3n + 2}{2n - 1}$$

$$a_n = \frac{n - 2}{2n + 3}$$

Tovább a feladathoz

19) Jellemezzük az alábbi sorozatokat monotonitás szempontjából!

$$a_n = \frac{3n + 2}{2n - 1}$$

$$a_n = \frac{n - 2}{2n + 3}$$

Tovább a feladathoz

20) Jellemezzük az alábbi sorozatokat monotonitás és korlátosság szempontjából!

$$a_n = \frac{2n + 1}{3n + 6}$$

$$a_n = \frac{3 - 4n}{1 + 4n}$$

Tovább a feladathoz

Küszöbindex

21) Határozzuk meg az alábbi sorozat küszöbindexét!

$$a_n = \frac{2n + 3}{n - 5}, \quad \varepsilon = 10^{-2}$$

Tovább a feladathoz

22) Határozzuk meg az alábbi sorozatok küszöbindexét!

$$a_n = \frac{6n - 4}{2n + 1}, \quad \varepsilon = 10^{-4}$$

$$a_n = 1 + \frac{1}{2n}, \quad \varepsilon = 0,01$$

$$a_n = \frac{5^{n+1} + 10^{n+1}}{10^n}, \quad \varepsilon = 10^{-5}$$

Tovább a feladathoz

23) Jellemezzük az alábbi sorozatokat monotonitás és korlátosság szempontjából, számítsuk ki a küszöbindexet is!

$$a_n = \frac{6n - 3}{12n + 1}, \quad \varepsilon = 0,003$$

Tovább a feladathoz

III. Függvények határértéke, folytonosság

Határérték

1) Számítsuk ki az alábbi függvények határértékét!

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{6x^3 - 4x^2 + 5x}{3x^3 + 12x - 6}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} x$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} x$$

$$\lim_{x \rightarrow 4} x$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 - 4}{x - 2}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 4}{x - 2}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x - 2}$$

Tovább a feladathoz

2) Számítsuk ki az alábbi függvények határértékét!

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{x}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{1}{x}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{x^2}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{1}{x^2}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x^2}$$

Tovább a feladathoz

3) Számítsuk ki az alábbi függvények határértékét!

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-3)^2 - 2x \cdot (x+1)}{2x \cdot (2x^2 - 5)}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} e^{4x^3 - 5x}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 1}{x - 1}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^x}{x + 2}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \sin\left(\frac{4x^2 + 5}{8x^3 + 25}\right)$$

$$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{\sin(x^2 + x - 2)}{e^{2x+4} - 1}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\lg(1+x)}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} -\frac{1}{\ln(x-1)}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 5x + 6}{x^3 - 2x^2 - x + 2}$$

Tovább a feladathoz

4) Adja meg a függvény határértékeit a következő pontokban, mely szerint $\lim_{x \rightarrow x_0}$ -ba tart!

$$f(x) = \frac{x^2 + 2x + (-3)}{x - 1}$$

- a) $x_0 = -3$
- b) $x_0 = -2$
- c) $x_0 = -1$
- d) $x_0 = 0$
- e) $x_0 = 1$
- f) $x_0 = 2$
- g) $x_0 = 3$

Tovább a feladathoz

Folytonosság, szakadás

5) Folytonos-e az alábbi függvény?

$$f(x) = \begin{cases} x + 2, & \text{ha } x < -1 \\ x^2, & \text{ha } -1 \leq x < 2 \\ 6 - x, & \text{ha } x \geq 2 \end{cases}$$

$$f(x) = \begin{cases} 9 - x^2, & \text{ha } x < -2 \\ 2x, & \text{ha } -2 \leq x \leq 3 \\ x^2 - 6, & \text{ha } x > 3 \end{cases}$$

$$f(x) = \begin{cases} x + 2, & \text{ha } x < 1 \\ 5, & \text{ha } x = 1 \\ 5 - 2x, & \text{ha } x > 1 \end{cases}$$

$$f(x) = \begin{cases} x + 2, & \text{ha } x < 1 \\ 3, & \text{ha } x = 1 \\ 5 - 2x, & \text{ha } x > 1 \end{cases}$$

Tovább a feladathoz

6) Adjuk meg az alábbi függvények szakadási típusát!

$$f(x) = \frac{x^2 - 4}{x - 2}$$

$$f(x) = \begin{cases} x + 3, & \text{ha } x \leq 1 \\ 5 - 2x, & \text{ha } x > 1 \end{cases}$$

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x - 3}, & \text{ha } x < 3 \\ 2x - 4, & \text{ha } x \geq 3 \end{cases}$$

Tovább a feladathoz

7) Folytonos-e az alábbi függvény, ha nem, akkor adjuk meg a szakadás típusát!

$$f(x) = \begin{cases} \frac{3x^2 + 11x - 4}{x^2 - 3x - 28}, & \text{ha } x \in \mathbb{R} \setminus \{-4; 7\} \\ -\frac{13}{11}, & \text{ha } x = -4 \\ 19, & \text{ha } x = 7 \end{cases}$$

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 + 4x + 3}{x^2 + x}, & \text{ha } x \in \mathbb{R} \setminus \{0; -1\} \\ p, & \text{ha } x = -1 \\ q, & \text{ha } x = 0 \end{cases}$$

$$f(x) = \begin{cases} \frac{3(2x^2 + 5x - 3)}{x^2 - 9}, & \text{ha } x \in \mathbb{R} - \{-3; 3\} \\ 7, & \text{ha } x = -3 \\ 15, & \text{ha } x = 3 \end{cases}$$

Tovább a feladathoz

8) Folytonossá tehető-e az alábbi függvény, ha igen adjuk meg A és B értékét!

$$f(x) = \begin{cases} \frac{(2x^2 + 5x - 3)(3x + 1)}{x^2 - 2x - 15}, & \text{ha } x \in \mathbb{R} \setminus \{-3; 5\} \\ A, & \text{ha } x = -3 \\ B, & \text{ha } x = 5 \end{cases}$$

Tovább a feladathoz

9) Folytonossá tehető-e az alábbi függvény, ha igen adjuk meg A értékét!

$$f(x) = \begin{cases} \frac{-5x^2 - 10x + 40}{x^2 + 6x - 16}, & \text{ha } x > 2 \\ 7 - Ax, & \text{ha } x \leq 2 \end{cases}$$

Tovább a feladathoz

L'Hospital szabály

10) Számítsuk ki az alábbi függvény határértékét szorzattá alakítással és L'Hospital szabállyal is!

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 + 3x - 10}$$

Tovább a feladathoz

IV. Komplex számok

Algebrai alak

1) Oldjuk meg az alábbi másodfokú egyenletet!

$$x^2 + 4x + 8 = 0$$

Tovább a feladathoz

2) Ábrázoljuk az alábbi komplex számokat komplex számsíkon!

a) $z = 2$

b) $z = 1 + 3i$

c) $z = 4i$

d) $z = -2 + i$

e) $z = -4$

f) $z = -2 - 2i$

g) $z = -3i$

h) $z = 4 - 2i$

Tovább a feladathoz

Műveletek algebrai alakban

3) Adott két komplex szám, végezzük el az alábbi műveleteket algebrai alakban!

$$z_1 = 5 + 2i$$

$$z_2 = 1 + 3i$$

$$z_1 + z_2$$

$$z_1 - z_2$$

$$z_2 - z_1$$

$$z_1 \cdot z_2$$

$$\frac{z_1}{z_2}$$

Tovább a feladathoz

Műveletek trigonometrikus alakban

4) Írjuk át az algebrai alakban megadott komplex számot trigonometrikus alakba!

$$z = 3 + 3i$$

Tovább a feladathoz

- 5) Adott két komplex szám, végezzük el az alábbi műveleteket trigonometrikus alakban!
(Fokban és radiánban is)

$$z_1 = 2 \cdot \left(\cos \frac{\pi}{2} + i \cdot \sin \frac{\pi}{2} \right)$$

$$z_2 = 6 \cdot \left(\cos \frac{\pi}{3} + i \cdot \sin \frac{\pi}{3} \right)$$

$$z_1 \cdot z_2$$

$$\frac{z_1}{z_2}$$

$$z_1^3$$

$$\sqrt[3]{z_1}$$

$$\sqrt[6]{z_1}$$

Tovább a feladathoz

Műveletek exponenciális alakban

- 6) Írjuk át az algebrai alakban megadott komplex számot exponenciális alakba!

$$z = 3 + 3i$$

Tovább a feladathoz

7) Adott két komplex szám, végezzük el az alábbi műveleteket exponenciális alakban!

$$z_1 = 2 \cdot e^{i \cdot \frac{\pi}{2}}$$

$$z_2 = 6 \cdot e^{i \cdot \frac{\pi}{3}}$$

$$z_1 \cdot z_2$$

$$\frac{z_1}{z_2}$$

$$z_1^3$$

$$\sqrt[3]{z_1}$$

$$\sqrt[6]{z_1}$$

Tovább a feladathoz

Komplex szám feladatok

8)

- Adjuk meg az alábbi komplex szám valós és képzetes részét!
- Ábrázoljuk komplex számsíkon is!
- Írjuk fel trigonometrikus alakban, számítsuk ki az alábbi műveleteket!

$$z = 1 - i$$

$$z^2$$

$$\frac{\bar{z}}{z}$$

Tovább a feladathoz

- 9) Számítsuk ki alábbi művelet eredményét, és ábrázoljuk komplex számsíkon az így kapott komplex számot!

$$\left(\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{1}{2}i\right)^2$$

Tovább a feladathoz

- 10) Számítsuk ki az alábbi művelet eredményét!

$$\frac{1+i}{1-2i}$$

Tovább a feladathoz

- 11) Adott két komplex szám, számítsuk ki a következő műveletet!

$$z_1 = 5 - 2i$$

$$z_2 = 1 - i$$

$$\frac{\overline{z_1 + 3z_2}}{z_2 - z_1}$$

Tovább a feladathoz

- 12) Adott két komplex szám, számítsuk ki a következő műveleteket!

$$z_1 = 5 \cdot e^{i\frac{\pi}{2}}$$

$$z_2 = 3 \cdot (\cos(300^\circ) + i \sin(300^\circ))$$

$$z_1 \cdot z_2 = ?$$

$$\frac{\overline{z_2}}{z_1^2} = ?$$

Tovább a feladathoz

13) Oldjuk meg az alábbi komplex egyenletet!

$$z_1 = 6 \cdot \sqrt{3} - 6i$$

$$z_2 = 3e^{-\frac{7\pi}{6}i}$$

$$z^4 = \frac{z_1}{z_2}$$

Tovább a feladathoz

V. Deriválás

Összetett függvények deriválása

1) Deriváljuk az alábbi összetett függvényeket!

$$f(x) = \ln(x^2)$$

$$f(x) = \ln^2(x)$$

$$f(x) = \ln(\sin(x^2))$$

$$f(x) = \ln(2x + 7)$$

$$f(x) = \ln(3x)$$

$$f(x) = \ln(x + 5)$$

$$f(x) = e^{8x+3}$$

Tovább a feladathoz

Deriválás egyszerűbb feladatok

2) Deriváljuk az alábbi függvényeket!

$$f(x) = x^{2018} + \frac{1}{\sqrt[3]{x}}$$

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt[4]{x}} + 2x^3 + 6x^5$$

$$f(x) = 3 \cdot \operatorname{tg}(\pi - 2x)$$

$$f(x) = 8 - 2x^5 \cdot 6^x$$

$$f(x) = \frac{\cos x}{x^6 + 21}$$

$$f(x) = \frac{\sin 2x}{\ln x + 2^x}$$

$$f(x) = e - \frac{\ln x}{x + 1}$$

$$f(x) = \frac{1}{\cos^3(1 - 2x)}$$

$$f(x) = \frac{\sin x}{\cos x}$$

$$f(x) = \sqrt{x} \cdot \ln x$$

$$f(x) = \frac{\sqrt{x}}{\ln x}$$

$$f(x) = (x^2 + 3x - 4) \cdot \cos(2x - 1)$$

$$f(x) = x^2 \cdot \ln^2(x)$$

$$f(x) = \frac{3x^2}{4} + \frac{7}{x^4} - 5\sqrt[3]{x^2} + 8 \cdot 4^x - \frac{3}{\sqrt{x}} + 2 \cdot \lg x$$

Tovább a feladathoz

Deriválási egy adott helyen

- 3) Számoljuk ki az alábbi függvény értékét!

$$f(x) = 0,93x^3 - 3,68x^2 + 3,20x + 1,5$$

$$x_0 = 3$$

Tovább a feladathoz

- 4) Deriváljuk az alábbi függvényeket, és számítsuk ki a derivált értékét x_0 pontban!

$$f(x) = x^2 + 2x^5 - 3 \ln(x) + 3e^2 + \sin(x) + 6$$

$$x_0 = 0$$

$$x_0 = 1$$

$$f(x) = 6 \ln(3x^2 + 2xe^x + 6) + 6e^2$$

$$x_0 = 0$$

Tovább a feladathoz

Deriválás nehezebb feladatok

- 5) Deriváljuk az alábbi függvényeket!

$$f(x) = \left(\frac{3}{x^3} + 3^x\right) \cdot \ln(6x + 1)$$

$$f(x) = \left(\frac{4}{x^3} + \sqrt[3]{x^8} + 10\right) \cdot (3 \ln x - e^x)$$

$$f(x) = \frac{e^{2 \cdot \ln(x)}}{e^x}$$

$$f(x) = \frac{e^{3x+1}}{x^3 + 3x}$$

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt[6]{(4-3x)^5}} \ln(10^x + e^x - \pi)$$

$$f(x) = \frac{\log_5 \sqrt[7]{(2x-1)^{10}} + 7 \cdot e^6}{7}$$

$$f(x) = \frac{2}{\sqrt[5]{(4 \cdot 3^x - 7x^3 + 1)^4}} \log_6(2x^2 + 3 \cdot e^{5x} - e^4) + \frac{\ln 3}{6x - 5}$$

$$f(x) = \lg(7x + 1) + \frac{\sqrt{2} + (\ln x)^5}{7^{3x} - (2x)^7}$$

$$f(x) = \sqrt[3]{\frac{x + 1}{e^x}}$$

$$f(x) = 3^x \cdot \ln(\cos x) + \arcsin(\sqrt[3]{x})$$

$$f(x) = \sin^2(\ln(2x^2 - 3x + 4))$$

$$f(x) = \frac{2x \cdot (4x^3 + 1)}{\log_7 x - 5 \cdot 8^x}$$

$$f(x) = \frac{x^3 \cdot e^{4x}}{5 \cdot \sqrt{x} - 3 \cdot \lg x - 10 \cdot 3^x + \ln 7}$$

$$f(x) = x^3 \cdot \sin x \cdot \ln x$$

$$f(x) = (\sin x)^{\log_2 x}$$

Tovább a feladathoz

Speciális deriválás

6) Deriváljuk az alábbi függvényt!

$$f(x) = x^x$$

Tovább a feladathoz

Deriválás definíció alapján

- 7) Deriváljuk az alábbi függvényeket definíció alapján x_0 helyen!

$$f(x) = 4 - 3x^2$$

$$x_0 = 5$$

$$f(x) = 5x^2 - 2x$$

$$x_0 = 1$$

$$f(x) = 9x^2 - 10x - 11$$

Tetszőleges x_0

$$x_0 = 5$$

Tovább a feladathoz

VI. Függvényvizsgálat

- 1) Végezzük el az alábbi függvények teljes függvényvizsgálatát!

$$f(x) = x^2 - 6x + 5$$

$$f(x) = x^3 + 6x^2 + 9x + 4$$

Tovább a feladathoz

- 2) Végezzük el az alábbi függvény teljes függvényvizsgálatát!

$$f(x) = -x^3 + 2x^2$$

Tovább a feladathoz

- 3) Végezzük el az alábbi függvény teljes függvényvizsgálatát!

$$f(x) = x^4 - 6x^2 + 8$$

Tovább a feladathoz

- 4) Végezzük el az alábbi függvény teljes függvényvizsgálatát!

$$f(x) = (x - 2) \cdot e^x$$

Tovább a feladathoz

- 5) Végezzük el az alábbi függvény teljes függvényvizsgálatát!

$$f(x) = \frac{\ln x}{x^3}$$

Tovább a feladathoz

- 6) Végezzük el az alábbi függvény teljes függvényvizsgálatát!

$$f(x) = \frac{x}{x + 1}$$

Tovább a feladathoz

- 7) Végezzük el az alábbi függvény teljes függvényvizsgálatát!

$$f(x) = x^2 + \frac{2}{x}$$

Tovább a feladathoz

- 8) Végezzük el az alábbi függvény teljes függvényvizsgálatát!

$$f(x) = \frac{e^x}{x - 2}$$

Tovább a feladathoz

9) Végezzük el az alábbi függvény teljes függvényvizsgálatát!

$$f(x) = xe^{-2x}$$

Tovább a feladathoz

10) Végezzük el az alábbi függvény teljes függvényvizsgálatát!

$$f(x) = 2 \ln(x^2 + 6x + 9)$$

Tovább a feladathoz

11) Végezzük el az alábbi függvény teljes függvényvizsgálatát!

$$f(x) = e^{-\frac{x^2}{2}}$$

Tovább a feladathoz

12) Adott az alábbi függvény, valamint a függvény első deriváltja, határozzuk meg a függvény monotonitását, valamint konvexitását!

$$f(x) = \frac{5 - x}{(x + 3)^2}$$

$$f'(x) = \frac{x - 13}{(x + 3)^3}$$

Tovább a feladathoz

VII. Deriválás alkalmazásai

Érintő egyenes egyenlete

- 1) Határozzuk meg az alábbi függvények érintő egyenesének egyenletét az x_0 pontban!

$$f(x) = \frac{x^3}{3}$$

$$x_0 = -1$$

$$f(x) = 2x + \frac{18}{x+5}$$

$$x_0 = 1$$

$$f(x) = \sqrt{x^2 + 16x}$$

$$x_0 = 2$$

$$f(x) = x^2 \cdot \ln x$$

$$x_0 = 1$$

$$f(x) = \frac{x}{2} \cdot e^x$$

$$x_0 = 0$$

Tovább a feladathoz

- 2) Határozzuk meg az alábbi függvények szorzatának érintő egyenesének egyenletét az x_0 pontban!

$$f(x) = \log_2(x - 1)$$

$$g(x) = \frac{3 - x}{x + 4}$$

$$x_0 = 2$$

Tovább a feladathoz

L'Hospital szabály

- 3) Számítsuk ki az alábbi függvény határértékét szorzattá alakítással és L'Hospital szabállyal is!

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 + 3x - 10}$$

Tovább a feladathoz

Gazdasági feladatok

- 4) Valamely árucikk eladásából származó bevételt az $R(x) = \frac{x-1}{x+1}$, a költséget pedig a $C(x) = \ln(3 + x)$ függvény írja le millió Ft-ban, x pedig a termelt mennyiséget jelenti ezer darabban - $x \in (0,5)$. Hány termék forgalmazása esetén lesz a profit maximális? Mekkora lesz ekkor a költség? Hogyan változik a bevétel, ha a termelt mennyiséget 3000 darabról 3030 darabra növeljük?

Tovább a feladathoz

- 5) Határozzuk meg az alábbi függvény rugalmasságát, majd értelmezzük az eredményt!

$$R(x) = (5 - 4x^3)^5$$

$$x_0 = 2$$

Tovább a feladathoz

- 6) Adott egy cég által gyártott termék $K(x) = 4x^3 + 6x^2 + x + 1500$ ($x > 0$) költségfüggvénye és $B(x) = 865x$ ($x > 0$) bevételfüggvénye, ahol x az előállított mennyiséget jelenti (ezer darabban), míg $K(x)$ és $B(x)$ pedig millió forintban értendő. Határozza meg azt a termékmennyiséget, amely az értékesítése után a cég nyeresége maximális! Adja meg a maximális bevétel nagyságát is!

Tovább a feladathoz

- 7) Egy termék keresletét a $D(p) = e^{-0.02p^2+10}$ függvény írja le, ahol $p > 0$ az egységárat (100 Ft/kg), $D(p)$, a keresletet (100 kg) jelenti.

Melyik állítás igaz?

- A keresletelaszticitás minden p egységár mellett 0,16%.
- A keresleti függvény zérushelye 100 Ft/kg.
- Az árbevétel 500 Ft/kg-ig szigorúan monoton csökken.
- 500 Ft/kg egységár mellett lesz az árbevétel maximális.

Tovább a feladathoz

- 8) Egy vállalkozás új terméket szeretne a piacra bevezetni. Az előzetes piackutatás alapján a termék árbevétele és a profitja a következő függvények szerint alakul: $R(x) = \ln x$ és $\pi(x) = \frac{5x-2}{x}$, ahol $x > 0$ és a termelt mennyiséget jelenti 1000 darabban. Az árbevétel és a profit millió forintban értendő.

Mely állítás igaz, és mely hamis?

- Ezer db-ra kerekítve 2000 db eladása esetén lesz a költség minimális.
- Ezer db-ra kerekítve 2000 db eladása esetén lesz a profit maximális.
- A profitfüggvény szigorúan monoton csökken.

Tovább a feladathoz

Taylor polinom

- 9) Határozzuk meg az alábbi függvény 3-ad rendű Taylor polinomját $a = 0$ körül, és közelítsük a függvény értékét 0; 0,1; 0,5 körül!

$$f(x) = \frac{x}{x-1}$$

Tovább a feladathoz

Való életbeli példák

- 10) Az egységnyi oldalú szabályos háromszögnek levágjuk az egyik sarkát úgy, hogy a levágott rész egy $x \in (0, 1)$ oldalú szabályos háromszög.

Milyen x -re maximális a $T(x)/K(x)$ mennyiség, ahol $T(x)$ a megmaradt trapéz területe, $K(x)$ pedig a kerülete? (Bizonyítás nélkül elfogadjuk, hogy a vizsgált függvénynek maximuma van a vizsgált szakaszon.)

Tovább a feladathoz

- 11) Egy folyó menti strand kialakításához 2000 méter kerítést akarnak felhasználni. Mekkora a maximálisan bekeríthető terület, ha téglalap alakú kerítést készítenek, és csak 3 oldalt kerítenek?

Tovább a feladathoz

VIII. Integrálás

Integrálási szabályok

- 1) Határozzuk meg az alábbi függvények határozatlan integrálját!

$$\int x^{12} dx$$

$$\int 5 \cdot x^3 dx$$

$$\int \frac{x^6}{2} dx$$

$$\int x + \cos x dx$$

$$\int \frac{1}{x} - 6^x dx$$

$$\int \sin(5x + 8)$$

Tovább a feladathoz

Integrálás szorzási szabályok

- 2) Határozzuk meg az alábbi függvények határozatlan integrálját!

$$\int (x + 2) \cdot (2x^2 - 5x^3) dx$$

$$\int x \cdot \sin x dx$$

$$\int x^3 \cdot \ln x dx$$

$$\int \cos(5^x) \cdot 5^x \cdot \ln 5 dx$$

$$\int x \cdot \sqrt{8x + 3} dx$$

Tovább a feladathoz

Integrálás osztási szabályok

3) Határozzuk meg az alábbi függvények határozatlan integrálját!

$$\int \frac{2x^3 - 5x^4 + 8x^5}{x^2} dx$$

$$\int \frac{2x - 9}{x^2 - 9x} dx$$

$$\int \frac{3x^2 + 6x}{(x^3 + 3x^2)^7} dx$$

$$\int \frac{\ln x}{x} dx$$

$$\int \frac{x}{\sqrt{3x+7}} dx$$

Tovább a feladathoz

Határozatlan integrálás

4) Határozzuk meg az alábbi függvények határozatlan integrálját!

$$\int (2x^3 - x^2 - 3\sqrt{x} - 1) dx$$

$$\int x^3 + \frac{1}{\sqrt{x}} dx$$

$$\int \frac{3x^3 - \sqrt[4]{x}}{x^4} dx$$

$$\int (4x + 1)^5 dx$$

$$\int \sqrt[3]{2-7x} + \frac{1}{\cos^2(4x)} dx$$

Tovább a feladathoz

Parciális integrálás

5) Határozzuk meg az alábbi függvények határozatlan integrálját!

$$\int 3x \cdot \sin(4x) dx$$

$$\int (9x - 3) \cos x dx$$

$$\int 3x \cdot e^{3x} dx$$

$$\int (2x^2 \cdot e^x) dx$$

$$\int x \cdot \log_3 x dx$$

$$\int 3x^2 \cdot \ln(4x) dx$$

Tovább a feladathoz

Vegyes integrálás feladatok

6) Határozzuk meg az alábbi függvények határozatlan integrálját!

$$\int \frac{3x^5 - e^3 + \sqrt{x}}{x^2} + (2x - 9)^{2019} dx$$

$$\int x^2(x^3 - 2)^6 dx$$

$$\int x \cdot \sin(2x) dx$$

$$\int \frac{20x^4 + 4}{(2x^5 + 8x)^4} dx$$

$$\int \frac{2x^2}{x^3 + 3} dx$$

$$\int \frac{3x^6}{x^7 + 2} dx$$

$$\int \frac{5x^2}{\sqrt[4]{4x^3 + 3}} dx$$

$$\int (x+1)^3 \cdot e^{(x+1)^4} dx$$

$$\int x^3 \cdot \ln x dx$$

$$\int \frac{\log_3 x}{x^2} dx$$

$$\int \frac{e^{3x}}{2 - e^x} dx$$

$$\int \left(2 \cdot 3^x - \sqrt[5]{x^3} - \frac{3}{\cos^2 x} + \sin^2 x \right) dx$$

Tovább a feladathoz

- 7) Határozzuk meg az alábbi integrált a $t = \sqrt{x-1}$ helyettesítés alkalmazásával!

$$\int \frac{(\sqrt{x}-1)^{2019}}{\sqrt{x}} dx$$

Tovább a feladathoz

- 8) Igaz-e az alábbi függvényekre, hogy F primitív függvénye f -nek? Miért?

$$F(x) = (x+1) \cdot \arctg(\sqrt{x}) - \sqrt{x}$$

$$f(x) = \arctg(\sqrt{x})$$

Tovább a feladathoz

Határozott integrálás

9) Határozzuk meg az alábbi függvények határozott integrálját!

$$\int_0^2 x^2 dx$$

$$\int_2^4 x^3 dx$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x dx$$

$$\int_0^{2\pi} \cos x dx$$

$$\int_{-2}^{-1} x^2 + 2x dx$$

Tovább a feladathoz

10) Határozzuk meg az alábbi függvények határozott integrálját!

$$\int_{-1}^2 (x^2 + 2x + 5) dx$$

$$\int_1^2 x^2 - 6x + 2 \cdot \sqrt{x} dx$$

$$\int_1^2 2x - \frac{4}{x} + 2 dx$$

$$\int_3^4 3^{2x-6} dx$$

$$\int_0^1 (1 - 2x)^2 dx$$

$$\int_2^3 (7x^3 - 4x + 3 \cdot \sqrt{x}) dx$$

$$\int_0^\pi x \cdot \sin x dx$$

$$f(x) = 4e^{2x-7}$$

$$I = [6; 8]$$

$$f(x) = \frac{4}{\sqrt{1 - (4x - 6)^2}}$$

$$I = \left[\frac{6}{4}; \frac{25}{16} \right]$$

$$\int_1^e \frac{\sin(\ln x)}{x} dx$$

Tovább a feladathoz

Többrészes integrálás

11) Határozzuk meg az alábbi függvények határozott integrálját!

$$f(x) = \begin{cases} 2x^5, & \text{ha } x \leq 1 \\ 2x^2 - 4x, & \text{ha } x > 1 \end{cases}$$

$$a) \int_{-1}^3 f(x) dx$$

b) -1 és 3 között számítsuk ki a függvény és az x tengely által határolt korlátos terület nagyságát!

Tovább a feladathoz

12) Határozzuk meg az alábbi függvények határozott integrálját!

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 + 3x - 18}{2x^2 - 3x - 9}, & \text{ha } x < 1 \\ x^2 + 3x, & \text{ha } 1 < x < 2 \\ 3x, & \text{ha } x > 2 \end{cases}$$

$$\int_1^4 f(x) dx$$

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 + 3x - 18}{2x^2 - 3x - 9}, & \text{ha } x < -3 \\ 2x^2 - 3x, & \text{ha } x \geq -3 \end{cases}$$

$$\int_2^5 f(x) dx$$

$$f(x) = \begin{cases} 0, & \text{ha } x \leq 0 \\ \frac{A}{e^{7x}}, & \text{ha } x > 0 \end{cases}$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x) dx$$

Tovább a feladathoz

Improprius integrálás

13) Határozzuk meg az alábbi függvények határozott integrálját!

$$\int_1^2 \frac{1}{x^2} dx$$

$$\int_1^3 \frac{1}{x^2} dx$$

$$\int_1^4 \frac{1}{x^2} dx$$

$$\int_1^{1000} \frac{1}{x^2} dx$$

$$\int_1^{\infty} \frac{1}{x^2} dx$$

$$\int_1^{\infty} \frac{1}{x} dx$$

Tovább a feladathoz

14) Határozzuk meg az alábbi függvények határozott integrálját!

$$\int_1^{\infty} \frac{1}{x^3} dx$$

$$\int_1^{\infty} \frac{3}{\sqrt[5]{x^7}} dx$$

$$\int_0^{\infty} x \cdot e^{-x^2} dx$$

$$\int_e^{\infty} \frac{1}{x \cdot \ln x} dx$$

$$\int_1^{+\infty} \frac{1}{3+x^2} dx$$

Tovább a feladathoz

IX. Integrálás alkalmazásai

Területszámítás

- 1) Számítsuk ki az $f(x) = \cos x$ függvény és az x tengely által bezárt területet a $[0; 2\pi]$ intervallumon!

Tovább a feladathoz

- 2) Határozzuk meg az alábbi függvény és az x tengely által bezárt korlátos terület nagyságát a megadott intervallumon!

$$f(x) = \frac{x-1}{x^2-2x+5}$$

$[0; 4]$

Tovább a feladathoz

Két függvény által közrezárt terület

- 3) Határozzuk meg az alábbi függvények által közrezárt terület nagyságát!

$$f(x) = x + 4$$

$$g(x) = x^2 - 6x + 10$$

Tovább a feladathoz

- 4) Határozzuk meg az alábbi függvények által közrezárt terület nagyságát!

$$f(x) = x^2 + 3x$$

$$g(x) = 2x + 2$$

$$f(x) = -x + 5$$

$$g(x) = \frac{4}{x}$$

$$f(x) = \frac{3x}{6x^2 + 3}$$

$$g(x) = \frac{x}{19}$$

$$f(x) = \frac{1}{3}x + \frac{4}{3}$$

$$g(x) = \sqrt{x + 2}$$

Tovább a feladathoz

Térfogatszámítás

- 5) Számítsuk ki az $f(x) = x^2$ függvény x tengely körüli megforgatásával létrejött test térfogatát 0 és 2 között.

Tovább a feladathoz

- 6) Határozzuk meg az alábbi függvények x tengely körüli megforgatásával keletkezett test térfogatát a megadott tartományon!

$$f(x) = \sqrt{x+1}$$

$$[0; 2]$$

$$f(x) = x^2 + 1$$

$$I = [0; 2]$$

$$f(x) = \sqrt{5x+1} \cdot e^x$$

$$[0; 4]$$

$$f(x) = \frac{5}{\sqrt[4]{1 - (7x - 8)^2}}$$

$$I = \left[\frac{15}{14}; \frac{17}{14} \right]$$

Tovább a feladathoz

X. Kétváltozós függvények

Kétváltozós függvények deriválása

- 1) Adjuk meg az alábbi kétváltozós függvény és első és másodrendű parciális deriváltjait!

$$f(x, y) = x^3 + 3xy - y^2$$

Tovább a feladathoz

- 2) Adjuk meg az alábbi kétváltozós függvény és első és másodrendű parciális deriváltjait!

$$f(x, y) = e^{xy} - 3x^2y^3 + \frac{\ln x}{y}$$

Tovább a feladathoz

- 3) Adjuk meg az alábbi kétváltozós függvények értelmezési tartományát, és elsőrendű parciális deriváltjaikat!

$$f(x, y) = \frac{1}{\sqrt{x+y}} + \frac{1}{\sqrt{x-y}}$$

$$f(x, y) = \frac{\cos(xy)}{y}$$

$$f(x, y) = \ln x + xy \sin y$$

$$f(x, y) = \ln \left(\operatorname{tg} \left(\frac{x}{y} \right) \right)$$

$$f(x, y) = \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2}}$$

$$f(x, y) = e^{7y^3} - x^y + 7 \cdot x^3 \cdot y^6$$

$$f(x, y) = 21x^2 - 42xy + 14y^3 + 5$$

$$f(x, y) = \sqrt{9 - x^2 - y^2}$$

Tovább a feladathoz

- 4) Adjuk meg az alábbi kétváltozós függvény értelmezési tartományát, elsőrendű parciális deriváltjait és az értékét a megadott pontban!

$$f(x, y) = \sqrt{25 - x^2 - y^2}$$

$$P\left(\frac{5}{7}, \frac{5}{6}\right)$$

Tovább a feladathoz

Kétváltozós függvények szélsőértéke

- 5) Határozzuk meg az alábbi kétváltozós függvények lokális szélsőértékeit!

$$f(x, y) = 5 - 54y^3 + 36y^2 - 6xy$$

Tovább a feladathoz

- 6) Határozzuk meg az alábbi kétváltozós függvények lokális szélsőértékeit!

$$f(x, y) = x^3 + 8y^3 - 6xy + 12$$

Tovább a feladathoz

- 7) Határozzuk meg az alábbi kétváltozós függvények lokális szélsőértékeit!

$$f(x, y) = x^3 - 3x^2 + 2xy + y^2$$

Tovább a feladathoz

- 8) Határozzuk meg az alábbi kétváltozós függvények lokális szélsőértékeit!

$$f(x, y) = 2x^2 + 3xy + y^2 - x - 2y + 2$$

Tovább a feladathoz

9) Határozzuk meg az alábbi kétváltozós függvények lokális szélsőértékeit!

$$f(x, y) = \frac{x}{y} + \frac{4y^2}{x^2} + \frac{y^2}{2} + y$$

Tovább a feladathoz

10) Határozzuk meg az alábbi kétváltozós függvények lokális szélsőértékeit!

$$f(x, y) = x^2y - x^2 - \ln y$$

Tovább a feladathoz