Geometria

Görög ABC

Görög betű	Kiejtés	Miket jelölhet?
α	$alfa$	- Saját körfrekvencia
β	$béta$	- Szöggyorsulás
γ	$gamma$	-
δ	$delta$	- Deriválás
ε	$epszilon$	- Szöggyorsulás - Nyúlás - Hibahatár
μ	$mű$	- Súrlódás
ω	$omega$	- Szögsebesség - Körfrekvencia
ζ	$dzéta$	- Elforgatott koordináta rendszer (x)
η	$éta$	- Hatásfok - Dinamikai viszkozitás - Elforgatott koordináta rendszer (y)
θ	$théta$	- Tehetetlenségi nyomaték - Gömbi koordináta rendszer szöge

Görög betű	Kiejtés	Miket jelölhet?
κ	$kappa$	- Adiabatikus kitevő
λ	$lambda$	- Hullámhossz - Hasonlóság aránya
ν	$nű$	- Kinematikai viszkozitás
ξ	$kszí$	- Statisztikában használják
π	$pí$	- Matematika állandó (3,14) - Szorzássorozat - Közgazdaságtanban profit
ρ	$ró$	- Sűrűség
σ	$szigma$	- Mechanikai feszültség - Valószínűségszámítás szórás
τ	tau	- Nyírófeszültség - Időállandó
φ	$fí$	- Mágneses fluxus - Relatív páratartalom - Szög
χ	$khí$	- Statisztika Khí-négyzet
ψ	$pszí$	- Hőátbocsátási tényező

Háromszögek

- Csúcsok ABC nagy betűi
- Oldalak ABC kisbetűi:
  - A csúccsal szemben a oldal
  - B csúccsal szemben b oldal
  - C csúccsal szemben c oldal
- Szögek, a görög ABC betűi:
  - A csúcsnál α
  - B csúccsal β
  - C csúccsal γ
- Háromszög belső szögeinek összege 180° → $\alpha + \beta + \gamma = 180°$
- Háromszög belső és külső szögeinek összege is 180°:

  $\alpha + \alpha' = 180°$

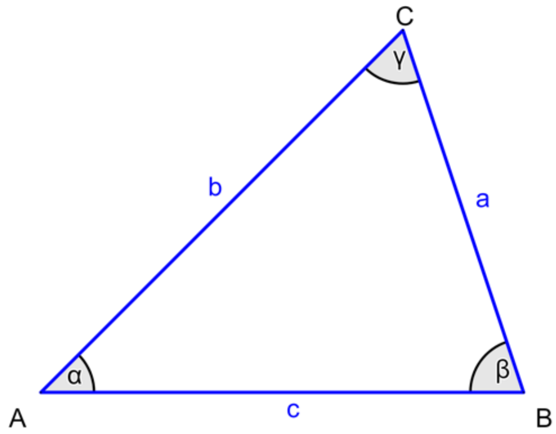
  $\beta + \beta' = 180°$

  $\gamma + \gamma' = 180°$
- Két oldal összege mindig nagyobb a harmadik oldalnál:

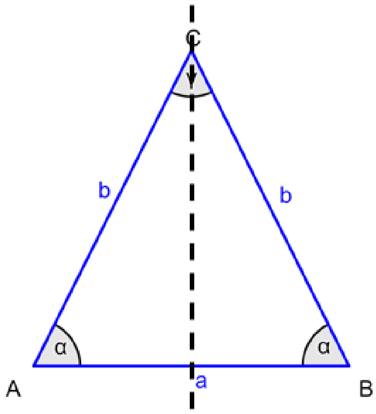
  $a + b > c$

  $a + c > b$

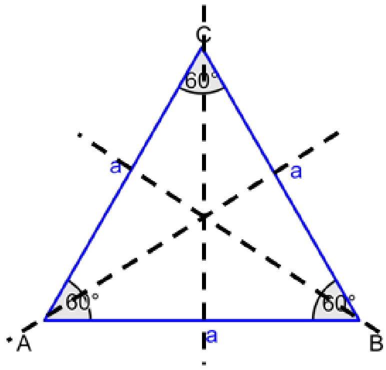
  $b + c > a$



Egyenlőszárú háromszög	Szabályos háromszög
Van 2 egyenlő szára γ: *szárszög* Alapon fekvő szögei ugyanakkorák 1 szimmetria tengelye van	Minden oldala egyenlő Minden szöge 60° 3 szimmetria tengelye van



Szimmetria tengelye = az alap oldalfelező merőlegesével

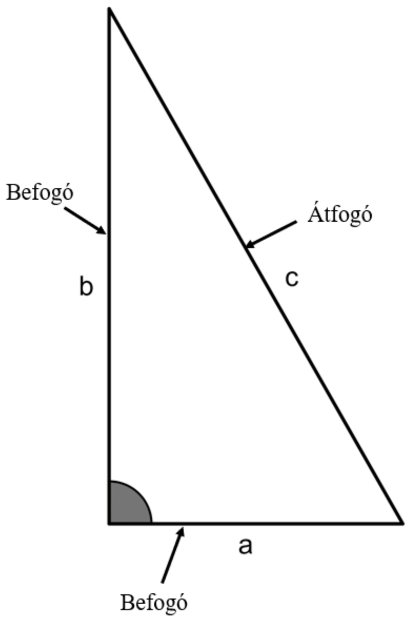


Szimmetria tengelyei = az oldalak oldalfelező merőlegeseivel
+1: Ezek egy pontban metszik egymást

Pitagorasz tétel

$befogó1^2 + befogó2^2 = átfogó^2$

$\boldsymbol{a^2 + b^2 = c^2}$



Háromszögek kerülete

- Kerület jele: K

$\boldsymbol{K = a + b + c}$

- Félkerület jele: s

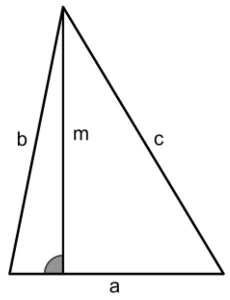
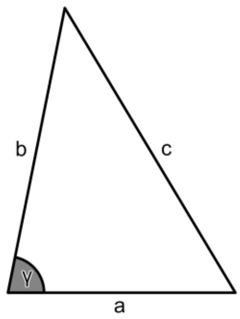
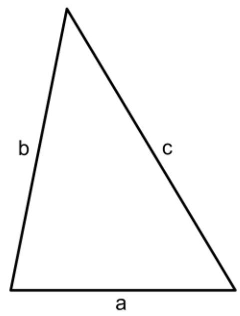
$$\boldsymbol{s} = \frac{K}{2} = \frac{\boldsymbol{a+b+c}}{\boldsymbol{2}}$$

- Speciális háromszögek kerületei:

➢ Egyenlőszárú háromszög: $\boldsymbol{K = a + 2b}$

➢ Szabályos háromszög: $\boldsymbol{K = 3a}$

Háromszögek területe

Hagyományos módszer	Szöggel számítva	Héron képlet
		
$T = \frac{alap \cdot magasság}{2}$ $\boldsymbol{T = \frac{a \cdot m}{2}}$	$\boldsymbol{T = \frac{a \cdot b \cdot \sin\gamma}{2}}$	$\boldsymbol{T = \sqrt{s \cdot (s-a) \cdot (s-b) \cdot (s-c)}}$ s: $félkerület$ $s = \frac{a+b+c}{2}$

+2 Képlet:

$\boldsymbol{T = s \cdot r}$

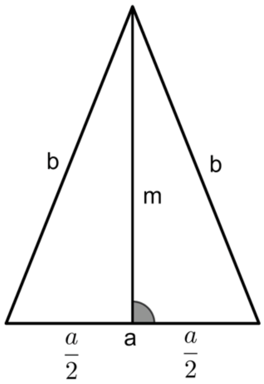
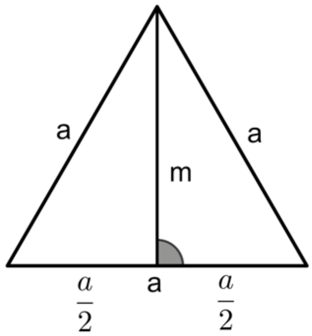
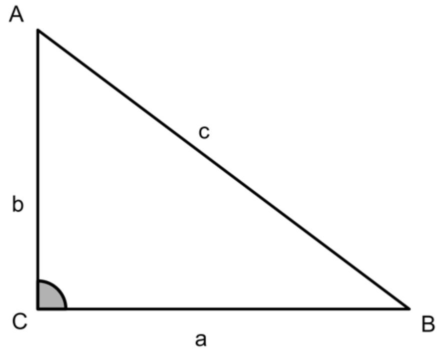
s: $félkerület \rightarrow s = \frac{a+b+c}{2}$

r: $beírható\ kör\ sugara$

$$\boldsymbol{T = \frac{a \cdot b \cdot c}{4R}}$$

R: $köré\ írható\ kör\ sugara$

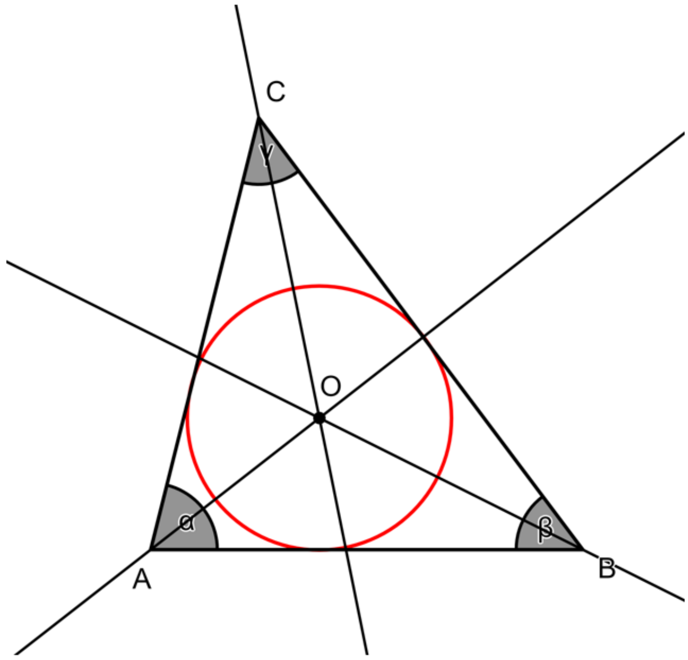
Háromszögek magassága

Egyenlőszárú háromszög	Szabályos háromszög	Derékszögű háromszög
		
Pitagorasz tétel: $\left(\frac{a}{2}\right)^2 + m^2 = b^2$ $\boldsymbol{m^2 = b^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2}$ $\boldsymbol{T = \frac{a \cdot m}{2}}$	Pitagorasz tétel: $\left(\frac{a}{2}\right)^2 + m^2 = a^2$ $m^2 = a^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2$ $m^2 = a^2 - \frac{a^2}{4}$ $m^2 = \frac{3a^2}{4}$ $\boldsymbol{m = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot a}$ $\boldsymbol{T} = \frac{a \cdot m}{2} = \boldsymbol{\frac{\sqrt{3}}{4} \cdot a^2}$	$\boldsymbol{m = b}$ $\boldsymbol{T = \frac{a \cdot m}{2} = \frac{a \cdot b}{2}}$

Háromszögek vonalai

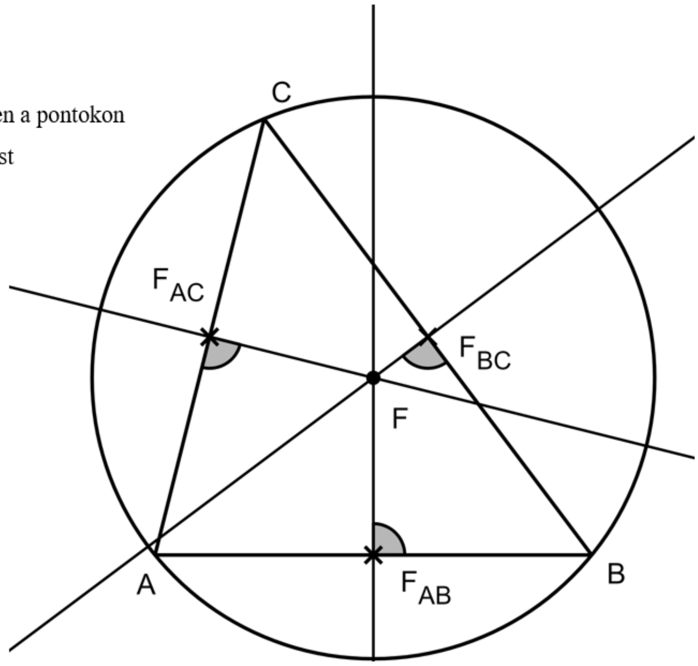
Szögfelező egyenesek

- Felezi a szöget
- A 3 szögfelező egyenes egy pontban metszi egymást
- Ez a metszéspont a háromszögbe írható kör középpontja



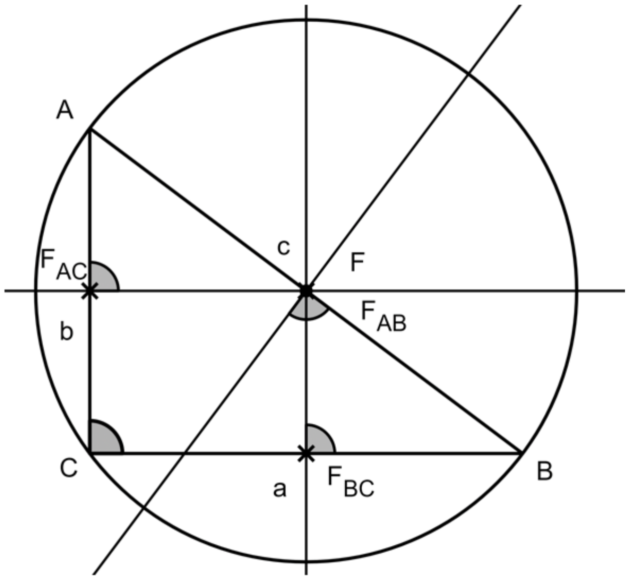
Oldalfelező merőleges egyenesek

- Jelöljük be az oldalfelező pontokat
- Állítsunk merőlegest a oldalakra, úgy hogy átmenjen ezeken a pontokon
- Az oldalfelező merőlegesek is egy pontban metszik egymást
- Ez a pont lesz a köré írható kör középpontja



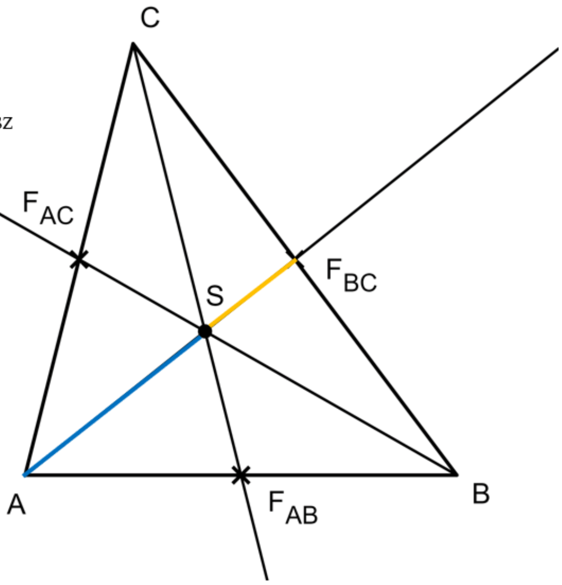
Derékszögű háromszög oldalfelező merőleges egyenesek

- Jelöljük be az oldalfelező pontokat
- Állítsunk merőlegest az oldalakra, amik a felezőkön mennek át
- Itt is egy pontban metszik egymást
- A metszéspont pont az átfogó felezőpontjára esik
- A köré írható kör középpontja mindig az átfogó felére esik
- A köré írható kör sugara mindig az átfogó fele lesz: $R = \frac{c}{2}$



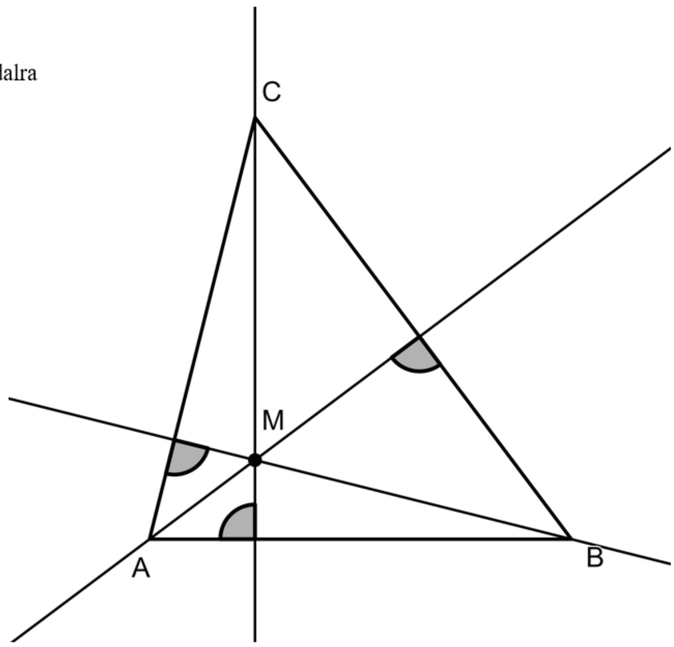
Súlyvonalak

- Jelöljük be az oldalfelező pontokat
- Kössük össze őket a szemközti csúcsokkal
- Ezek is egy pontban metszik egymást (Súlypont)
- Súlypont: Az a pont, ahol ha megtámasztjuk a testet, az egyensúlyban lesz
- Súlypont 2:1 arányban osztja fel a súlyvonalakat
- Súlypont a súlyvonalak harmadolópontja
- Súlyvonalak nem ugyanolyan hosszúak! (Csak szabályos háromszögnél)



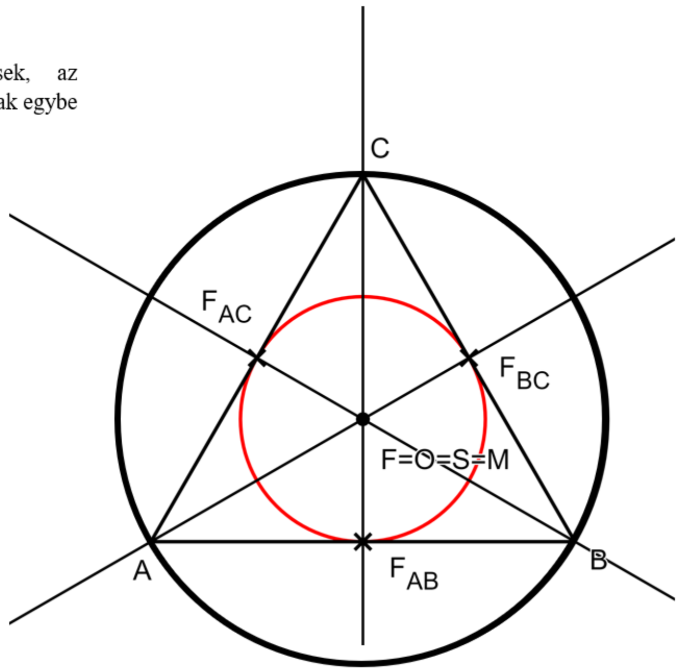
Magasságvonalak

- Állítsunk merőlegest minden csúcsból a vele szemközti oldalra
- Ezek is egy pontban metszik egymást (Magasságpont)

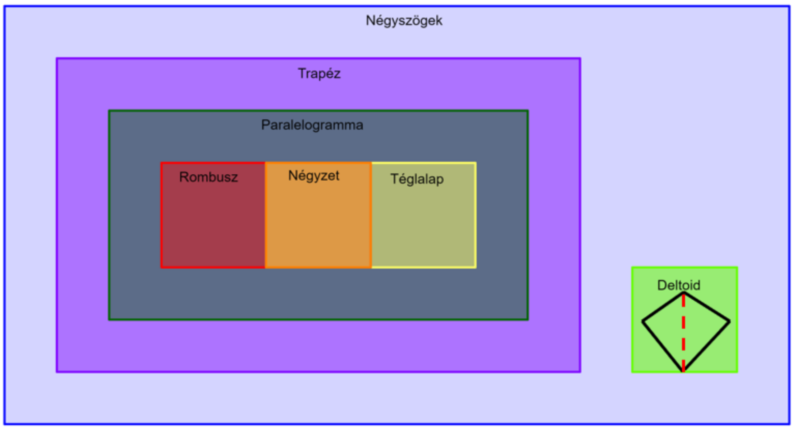


Szabályos háromszög

- Szabályos háromszögekben a szögfelező egyenesek, az oldalfelező merőlegesek, a súlyvonalak, a magasságvonalak egybe esnek, ezáltal a metszéspontjaik is
- A súlypont itt is 1:2 arányban osztja fel a súlyvonalakat
- A súlyvonalak egyenlő hosszúak lesznek

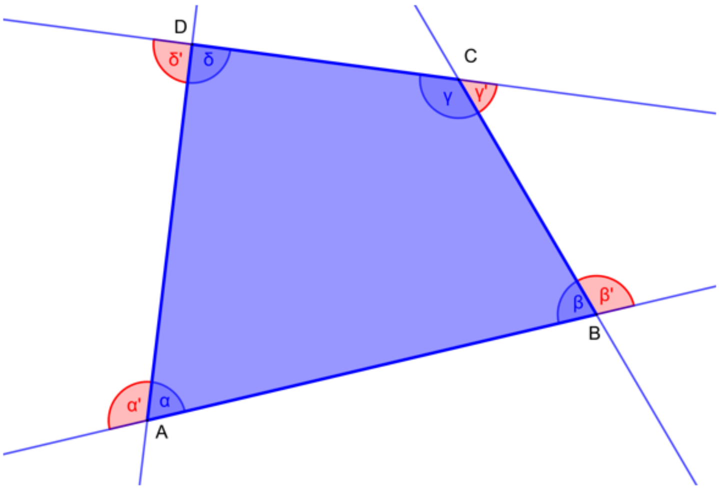


Négyszögek



Négyszög: Olyan síkidom, aminek 4 oldala és 4 csúcsa van.
Trapéz: Olyan négyszög, aminek van két egymással párhuzamos oldala.
Paralelogramma: Olyan négyszög, aminek szemközti oldalai párhuzamosak.
Rombusz: Olyan négyszög, aminek minden oldala egyenlő.
Téglalap: Olyan négyszög, aminek minden szöge derékszög.
Négyzet: Olyan négyszög, aminek minden szöge derékszög, és minden oldala egyenlő.
Deltoid: Olyan négyszög, aminek egyik átlója szimmetriatengely.

- Csúcsok: ABC nagy betűi figyelve körül járásra
- Szögek: Hasonlóan, mint háromszögeknél, D csúcsnál δ
- Oldalak: Nincs rá szabály
- Belső szögek összege: $360° \rightarrow \alpha + \beta + \gamma + \delta = 360°$
- Belső és külső szögek: Ugyanúgy, mint háromszögeknél, az összegük 180°



$\alpha + \alpha' = 180°$

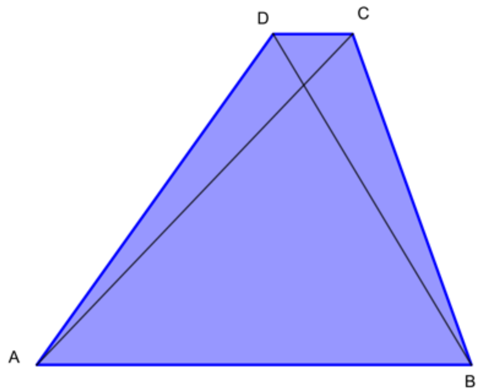
$\beta + \beta' = 180°$

$\gamma + \gamma' = 180°$

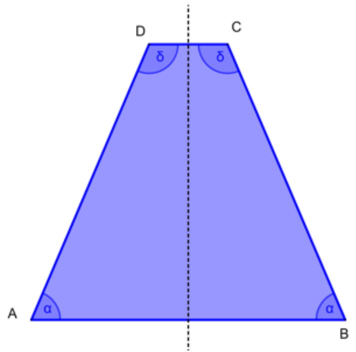
$\delta + \delta' = 180°$

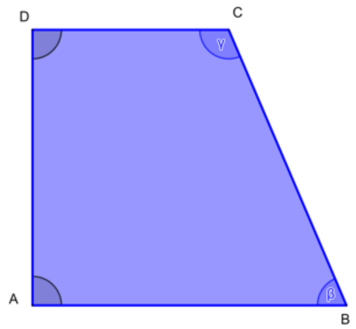
Trapéz

- Azonos száron fekvő szögei összege 180°
- Átlói nem egyenlő hosszúak, nem felezik egymást



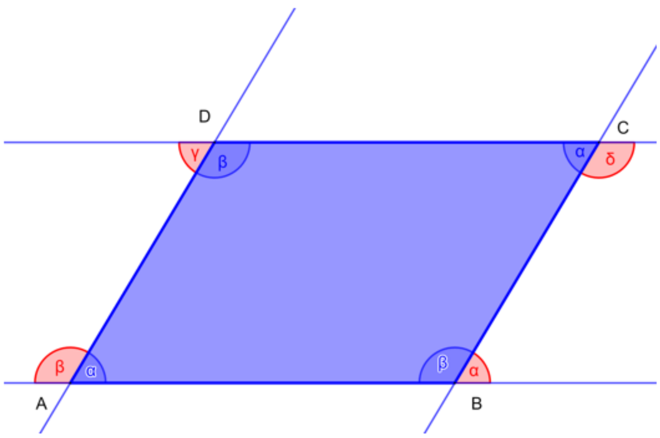
Szimmetrikus trapéz (húrtrapéz)	Derékszögű trapéz
• A két szára egyenlő hosszú • Az átlói egyenlő hosszúak • 1 szimmetria tengelye van • Alapon fekvő szögei egyenlőek	• Van 2 derékszöge • Átlók nem egyenlő hosszúak • Nincs szimmetria tengelye





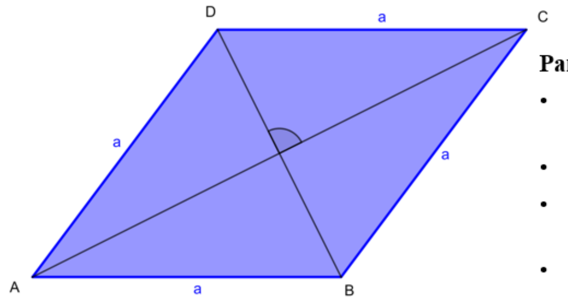
Paralelogramma

- Szemközti oldalai párhuzamosak és ugyanolyan hosszúak
- Átlói felezik egymást
- Az egy oldalon fekvő szögeinek az összege 180°
- A szemközti szögei egyenlőek



Rombusz

- Paralelogramma és a trapéz minden tulajdonsága igaz rá
- Minden oldala egyenlő
- Átlói merőlegesek egymásra

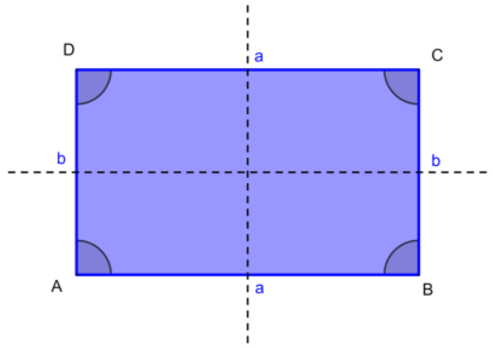


Paralelogramma

- Szemközti oldalai párhuzamosak és ugyanolyan hosszúak
- Átlói felezik egymást
- Az egy oldalon fekvő szögeinek az összege 180°
- A szemközti szögei egyenlőek

Téglalap

- Paralelogramma és a trapéz minden tulajdonsága igaz rá
- Minden szöge derékszög
- 2 szimmetria tengelye van, az oldalak felezők pontjainál

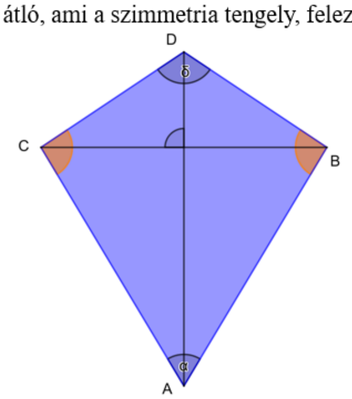


Paralelogramma

- Szemközti oldalai párhuzamosak és ugyanolyan hosszúak
- Átlói felezik egymást
- Az egy oldalon fekvő szögeinek az összege 180°
- A szemközti szögei egyenlőek

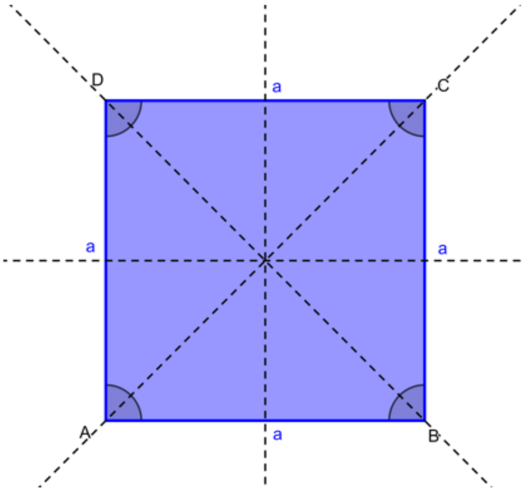
Deltoid

- Az egyik átlója szimmetria tengely
- Szomszédos oldalai ugyanolyan hosszúak
- Szemközti szögei ugyanakkorák (szimmetria tengely különböző oldalain lévők)
- Szimmetria tengely felezni fogja azokat a szögeket, amiken átmegy
- Átlók merőlegesek egymásra
- Az az átló, ami a szimmetria tengely, felezni fogja a nem szimmetria tengely átlót



Négyzet

- Trapéz, paralelogramma, téglalap, rombusz, deltoid minden tulajdonsága igaz rá
- Átlói felezik a szögeket
- Összesen 4 szimmetriatengelye van:
- a 2 oldalfelező, és a 2 átló



Deltoid

- Az egyik átlója szimmetria tengely
- Szimmetria tengely felezni fogja azokat a szögeket, amiken átmegy

Téglalap

- Minden szöge derékszög
- 2 szimmetria tengelye van, az oldalak felezők pontjainál

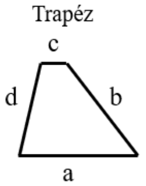
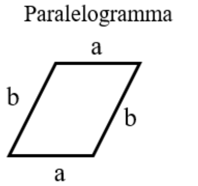
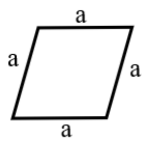
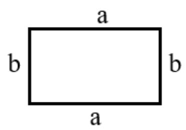
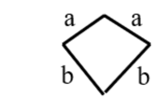
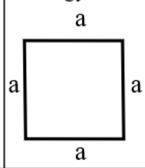
Rombusz

- Minden oldala egyenlő
- Átlói merőlegesek egymásra

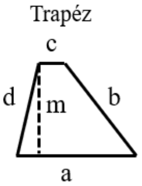
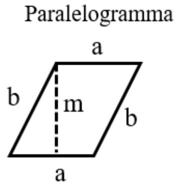
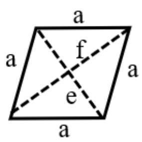
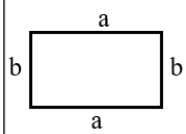
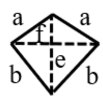
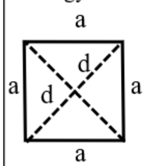
Paralelogramma

- Szemközti oldalai párhuzamosak és ugyanolyan hosszúak
- Átlói felezik egymást
- Az egy oldalon fekvő szögeinek az összege 180°
- A szemközti szögei egyenlőek

Négyszögek kerülete

Négyszög	Trapéz 	Paralelogramma 	Rombusz 	Téglalap 	Deltoid 	Négyzet 
Kerület	$K = a + b + c + d$	$K = a + a + b + b$ $K = 2a + 2b$ $K = 2 \cdot (a + b)$	$K = 4a$	$K = a + a + b + b$ $K = 2a + 2b$ $K = 2 \cdot (a + b)$	$K = a + a + b + b$ $K = 2a + 2b$ $K = 2 \cdot (a + b)$	$K = 4a$

Négyszögek területe

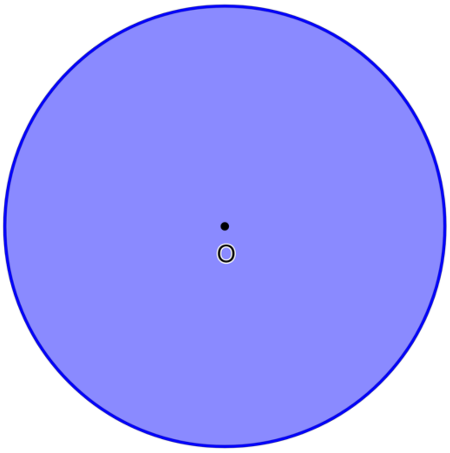
Négyszög	Trapéz 	Paralelogramma 	Rombusz 	Téglalap 	Deltoid 	Négyzet 
Kerület	$T = \frac{a + c}{2} \cdot m$	$T = a \cdot m$ $T = a \cdot b \cdot \sin\alpha$	$T = a^2 \cdot \sin\alpha$ $T = \frac{e \cdot f}{2}$	$T = a \cdot b$	$T = \frac{e \cdot f}{2}$	$T = a \cdot a$ $T = a^2$ $T = \frac{d^2}{2}$

$\boldsymbol{d = \sqrt{2} \cdot a}$

Kör

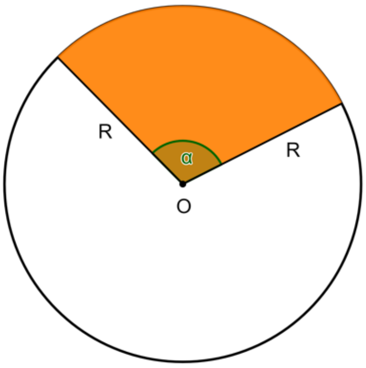
Kör

- Középpont: O vagy K
- Sugár: r vagy R
- Átmérő: d vagy D
- $D = 2 \cdot R$
- Kerület: K
- $\boldsymbol{K = 2 \cdot R \cdot \pi = D \cdot \pi}$
- Terület: T
- $\boldsymbol{T = R^2 \cdot \pi} = \left(\frac{D}{2}\right)^2 \cdot \pi = \boldsymbol{\frac{D^2}{4} \cdot \pi}$



Körcikk

- Ívhossz: i
- $\boldsymbol{i = \frac{\alpha}{360°} \cdot K = \frac{\alpha}{360°} \cdot 2 \cdot R \cdot \pi} = \frac{\alpha}{180°} \cdot R \cdot \pi$
- Körcikk: T_{KC}
- $T_{KC} = \boldsymbol{\frac{\alpha}{360°} \cdot T = \frac{\alpha}{360°} \cdot R^2 \cdot \pi}$
- $T_{KC} = \boldsymbol{\frac{i \cdot R}{2}}$

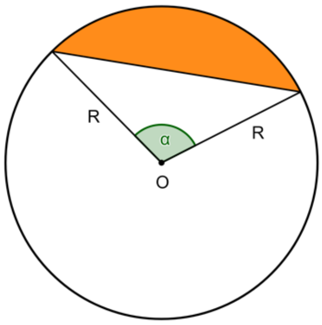


Körszelet

- Körszelet: T_{KSZ}
- $T_{KSZ} = \boldsymbol{T_{KC}} - \boldsymbol{T_{\Delta}} = \boldsymbol{\frac{\alpha}{360°} \cdot R^2 \cdot \pi} - \boldsymbol{\frac{R^2 \cdot \sin\alpha}{2}}$

Ha ismert két oldal és az általuk bezárt szög:

$$\boldsymbol{T = \frac{a \cdot b \cdot \sin\gamma}{2}}$$



Körgyűrű

- Körgyűrű: T_{KGY}
- $T_{GY}\ (átmérő) = \boldsymbol{T_N - T_K = \frac{D^2}{4} \cdot \pi - \frac{d^2}{4} \cdot \pi = \frac{D^2 - d^2}{4} \cdot \pi}$
- $T_{GY}\ (sugár) = \boldsymbol{R^2 \cdot \pi - r^2 \cdot \pi = (R^2 - r^2) \cdot \pi}$
- Nagy kör átmérője: D
- Kis kör átmérője: d
- Falvastagság: t
- $t = \frac{D-d}{2} = R - r$
- $\boldsymbol{T_{GY}} \neq \boldsymbol{t^2 \cdot \pi}$!!!!