Római számok

Szám	Római szám
1	***I***
5	***V***
10	***X***
50	***L***
100	***C***
500	***D***
1000	***M***

Szám	Római szám
1	***I***
2	***II***
3	***III***
4	***IV***
5	***V***
6	***VI***
7	***VII***
8	***VIII***
9	***IX***
10	***X***

Szám	Római szám
100	***C***
200	***CC***
300	***CCC***
400	***CD***
500	***D***
600	***DC***
700	***DCC***
800	***DCCC***
900	***CM***
1000	***M***

3-féle betűből állítjuk elő őket: $\boldsymbol{C}$, $\boldsymbol{D}$, $\boldsymbol{M}$

$\boldsymbol{C}$-ből és $\boldsymbol{M}$-ből 3-3 lehet maximum egy számban egymás mellett

Egyik betűből sem lehet **SOHA** több 3-nál egymás mellett

$\boldsymbol{D}$-ből csak 1 lehet egy számban

Ha $\boldsymbol{C}$-t $\boldsymbol{D}$ vagy $\boldsymbol{M}$ elé írjuk, akkor ki kell vonni belőle

Ha $\boldsymbol{C}$-t $\boldsymbol{D}$ vagy $\boldsymbol{M}$ mögé írjuk akkor hozzá kell adni

100-nál nagyobb számok úgy működnek, mint a rendes számok

Hármas tagolás, hármas csoportosítás

1000-nél (10 000-nél) nagyobb számok esetén szoktuk alkalmazni, nagyobb átláthatóságért

Nem mindegy, hogy 1 millió (1 000 000) vagy 10 millió (10 000 000)

Egy részben maximum 3 számjegy lehet, a szám végén 3 számjegy van, míg az elején 1, 2, vagy 3 lehet egybe

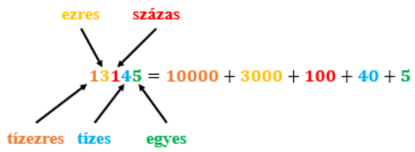
A tagolást mindig hátulról kezdjük el (Ha egy random számot szeretnénk tagolni)

Számok helyesírása: 2000-ig egybeírjuk a számokat, 2000 felett pedig kötőjellel a hármas tagolás szerint

Számrendszerek

A számok, amiket használunk, tízes számrendszerben vannak

Ez azt jelenti, hogy hátulról előrefele haladva vannak az egyesek, tízesek, százasok, ezresek, tízezresek …

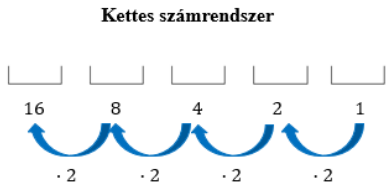


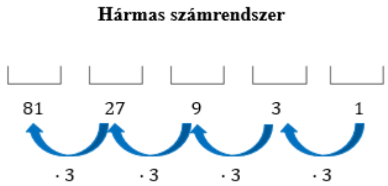
Vannak más számrendszerek is (2-es, 3-as, 4-es, 5-ös, 6-os, 7-es, 8-as, 9-es, 11-es, 12-es …)

Az utolsó ”tálca” alá mindig 1-est fogunk írni, a tőle balra lévő tálca alá az 1-nek annyiszorosát, amilyen számrendszerről szó van, a tőle balra lévőbe annyiszorosát, amilyen számrendszerről szó van, és így tovább…

A tálcákba írjuk a számokat

A tálcák száma a szám nagyságától fog függni





A tálcákba mindig azok a számok kerülhetnek, amik az adott számmal való osztás során maradékok lehetnek

A tálcákba írható legkisebb szám mindig a 0, a legnagyobb pedig 1-gyel kisebb lesz, mint amilyen számrendszerről szó van:

- 2-es számrendszer esetén: 0, 1 kerülhet a tálcákba
- 3-as számrendszer esetén: 0, 1, 2 kerülhet a tálcákba
- 4-es számrendszer esetén: 0, 1, 2, 3 kerülhet a tálcákba

Számrendszerek közül a tízesen kívül a kettes számrendszert (bináris számrendszer) szoktuk használni a való életben (informatikában)

Számrendszerek jelölése: Alsó indexbe írjuk oda, hogy milyen számrendszerről van szó (ha nincs odaírva semmi, az tízes számrendszert jelent)

Példa:

$1357 = 1357_{10}$ → **Tízes számrendszer**

10010_2 → **Kettes számrendszer**

2011_3 → **Hármas számrendszer**

501_7 → **Hetes számrendszer**

Ha a szám elé 0-kat írunk, az nem befolyásol semmit (ugyanúgy, mint sima számok esetén)

$101_2 = \mathbf{0}101_2 = \mathbf{00}101_2 = \mathbf{000}101_2 =\ldots$

A szám közepéről vagy végéről nem hagyhatjuk el a 0-kat

Számok átírása valamilyen számrendszerből tízes számrendszerbe

Lépések:

- 1. lépés: Ahány számjegy szerepel a számban, annyi tálcát rajzolunk
- 2. lépés: A tálcák alá odaírjuk a számrendszernek megfelelő számokat
- 3. lépés: Beírjuk a számokat a tálcákra (2. és 3. lépés felcserélhető)
- 4. lépés: Elvégezzük a szorzásokat, valamint összeadásokat

Számok átírása tízes számrendszerből más számrendszerbe

Lépések:

- 1. lépés: Elkezdünk tálcákat rajzolni, közben a tálcák alá írjuk a számrendszernek megfelelő számokat
- 2. lépés: Addig rajzoljuk a tálcákat, és írjuk alá a számokat, amíg az eredeti számnál kisebb szám nem kerül az első tálca alá
- 3. lépés: Balról az első tálcába beírjuk azt a számot, amennyiszer a tálca alatti szám megvan az eredeti számban
- 4. lépés: Ezt kivonjuk az eredeti számból, és balról jobbra haladva a következő tálcába beírjuk azt a számot, amennyiszer a tálca alatti szám megvan a különbségben, és ezt a két lépést ismételjük egészen az utolsó tálcáig
- 5. lépés: Ellenőrizzük magunkat

Számok átírása egyik számrendszerből másik számrendszerbe

Lépések:

- 1. lépés: Átírjuk a számot tízes számrendszerbe (az előzőek szerint)
- 2. lépés: Átírjuk a számot tízes számrendszerből a kívánt számrendszerbe (az előzőek szerint)

Becslés

Mire jó?

- Kapunk egy közelítő értéket a különböző műveletekre anélkül, hogy pontosan kiszámolnánk, és így tudjuk ellenőrizni a számolásunkat

Milyen műveletek esetén lehet becsülni?

- Bármilyen művelet esetén tudunk becsülni (összeadás, kivonás, szorzás, osztás)

Hogy fogunk becsülni?

- Vagy egyik, vagy mindkét értéket tízesre, százasra, ezresre, tízezresre kerekítjük

Mikor lesz pontosabb a becslés?

- Ha tízesre kerekítünk, akkor lesz pontosabb a becslés (közelebb lesz a valós értékhez), ha százasra kerekítünk, pontatlanabb (távolabb lesz a valós értéktől), ha ezresre, akkor még pontatlanabb (még távolabb lesz a valós értéktől), ha tízezresre, akkor nagyon pontatlan lesz

Melyik kerekítést használjuk?

- Ez függ a számok nagyságától, valamint a számok ”szépségétől” is. Ha 2 számjegyű számokról van szó, akkor tízesre kerekítünk, ha 3 számjegyű számokról, akkor kerekíthetünk tízesre vagy százasra is, ha 4 számjegyű számokról, akkor százasra vagy ezresre is kerekíthetünk, 5 számjegyű számok esetén ezresre vagy tízezresre szoktunk kerekíteni
- Nem muszáj mindig a kerekítés szabályait használni, vagy lehet használni vegyesen is, pl.: egyik számot tízesre, a másikat százasra kerekítjük, de lehet olyat is, hogy az egyik számot tízesre a másikat ötösre kerekítjük
- Ha pénzről van szó, amit fizetnünk kell, mindig inkább felfelé kerekítsünk

Példák becslésre:

- Boltba szeretnénk vásárolni, de nem biztos, hogy elég pénz van nálunk
- Házfelújításnál a méretek becslése

Kerekítés

Tízesre kerekítés

Tízesre kerekítésnél megkeressük a szám kisebb, illetve nagyobb tízes szomszédjait, és eldöntjük a kettő közül melyikhez van közelebb

Két tízes szomszéd között fél úton lévő szám mindig az 5 lesz (Fél út: Ami ugyanolyan távol van az egyiktől, mint a másiktól)

Ha az egyes helyén $1, 2, 3, 4$ számok szerepelnek akkor **lefelé** (↓) kerekítünk

Ha az egyes helyén $5, 6, 7, 8, 9$ számok szerepelnek akkor **felfelé** (↑) kerekítünk

Ha az egyes helyén 0 szerepel akkor a szám és a tízesre kerekített értéke megegyezik

Százasra kerekítés

Százasra kerekítésnél megkeressük a szám kisebb, illetve nagyobb százas szomszédjait, és eldöntjük a kettő közül melyikhez van közelebb

Két százas szomszéd között fél úton lévő szám mindig az 50 lesz (Fél út: Ami ugyanolyan távol van az egyiktől, mint a másiktól)

Ha a tízes helyén $0{,}1, 2, 3, 4$ számok szerepelnek akkor **lefelé** (↓) kerekítünk (Ha az utolsó két szám $01 - 49$)

Ha a tízes helyén $5, 6, 7, 8, 9$ számok szerepelnek akkor **felfelé** (↑) kerekítünk (Ha az utolsó két szám $50 - 99$)

Ha az utolsó két helyen 00 szerepel akkor a szám és a százasra kerekített értéke megegyezik

Ezresre kerekítés

Ezresre kerekítésnél megkeressük a szám kisebb, illetve nagyobb ezres szomszédjait, és eldöntjük a kettő közül melyikhez van közelebb

Két ezres szomszéd között fél úton lévő szám mindig az 500 lesz (Fél út: Ami ugyanolyan távol van az egyiktől, mint a másiktól)

Ha a százas helyén $0{,}1, 2, 3, 4$ számok szerepelnek akkor **lefelé** (↓) kerekítünk (Ha az utolsó három szám $001 - 499$)

Ha a százas helyén $5, 6, 7, 8, 9$ számok szerepelnek akkor **felfelé** (↑) kerekítünk (Ha az utolsó három szám $500 - 999$)

Ha az utolsó három helyen 000 szerepel akkor a szám és az ezresre kerekített értéke megegyezik

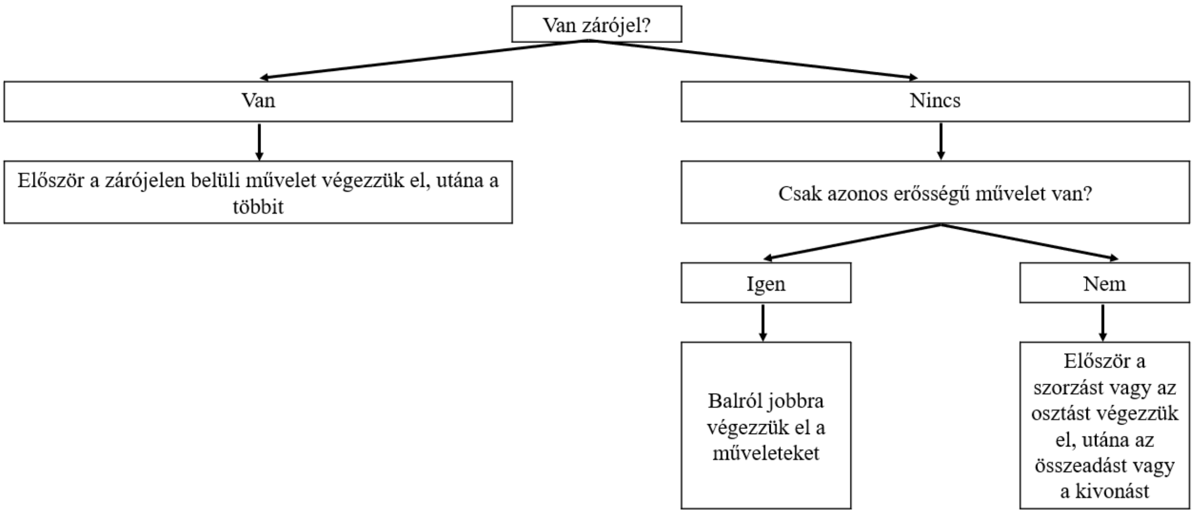
Műveletek sorrendje

1) Zárójelben lévő műveletek
2) Szorzás, osztás
3) Összeadás, kivonás

- Mindig balról jobbra haladva végezzük el a műveleteket!
- Figyelembe véve azt is, hogy melyiknek van „elsőbbsége”.
- A zárójel, ha van, mindig elsőbbséget élvez.
- Ezen túl meg a szorzás és osztás élvez elsőbbséget
- És legvégül az összeadásokat és kivonásokat végezzük el.

$(\ldots)$ $\quad \cdot\ és\ : \quad + \ és\ -$

Műveltek sorrendje folyamatábra



Ellentett

A számegyenesen a 0-tól ugyanolyan távolságra lévő számok lesznek egymás ellentettjei

Negatív szám ellentettjét úgy kapjuk meg, hogy eltüntetjük a mínusz előjelet $(-)$ a szám elől

Pozitív szám ellentettjét úgy kapjuk meg, hogy a szám elé mínusz előjelet $(-)$ írunk

Abszolút érték

Az abszolút érték megadja egy szám 0-tól való távolságát a számegyenesen

0 abszolút értéke 0 lesz

0-tól különböző számok abszolút értéke mindig pozitív szám lesz

Negatív számok esetén az abszolút érték eltünteti a mínusz előjelet

Pozitív számok esetén az abszolút érték nem csinál semmit

Abszolút érték jele: $| \quad |$

Törtek

Törtek segítségével megadhatjuk, egy szám, síkidom, test, valahányadrészét

Törtek elképzeléséhez legkönnyebb a pizzára vagy tortára gondolni (attól függően ki mennyire édesszájú)

Törteket meg lehet adni szövegesen, és meg lehet adni őket számokkal is

Ahány egyenlő részre osztjuk annyiad rész lesz

Ha a tortát (pizzát) 4 egyenlő részre osztjuk, akkor 1 szelet a torta (pizza) negyed része lesz

Ha 4 egyenlő szeletre vágott tortából (pizzából) 3 szeletet kapunk meg, akkor a torta (pizza) **3** **negyed** részét kaptuk meg

Törtek bővítése

Miért bővítjük a törteket?

- Össze tudunk hasonlítani két törtet bővítés segítségével
- Törtek összeadását, kivonását tudjuk elvégezni bővítés segítségével
- Tizedes tört alakra tudjuk átírni a törteket bővítés segítségével

Hogyan fogunk bővíteni?

- A számlálót és a nevezőt is ugyanazzal az egész számmal fogjuk megszorozni
- Fontos, hogy a számláló és a nevező is meg legyen szorozva a számmal, ne csak az egyik
- Fontos, hogy a számláló és a nevező is ugyanazzal az egész számmal legyen megszorozva

Törtek egyszerűsítése

Miért egyszerűsítjük a törteket?

- Össze tudunk hasonlítani két törtet egyszerűsítés segítségével
- Törtek összeadását, kivonását tudjuk elvégezni egyszerűsítés segítségével
- Törtek szorzását, osztását tudjuk könnyebben elvégezni egyszerűsítés segítségével
- Tizedes tört alakra tudjuk átírni a törteket egyszerűsítés segítségével
- Kisebb számokkal kell dolgoznunk a számolások során (könnyebb elvégezni a számolásokat egyszerűsítés után)
- Szebb alakra tudjuk hozni a végeredményt

Hogyan fogunk egyszerűsíteni?

- A számlálót és a nevezőt is ugyanazzal az egész számmal fogjuk elosztani
- Fontos, hogy a számláló és a nevező is el legyen osztva a számmal, ne csak az egyik
- Fontos, hogy a számláló és a nevező is ugyanazzal az egész számmal legyen elosztva

Bővíteni mindig tudunk, egyszerűsíteni viszont nem mindig

Akkor tudunk egyszerűsíteni, ha a tört számlálója és nevezője is osztható ugyanazzal a számmal

Mindig igyekszünk a lehető legnagyobb számmal egyszerűsíteni

Egy törtet lehet többször is egyszerűsíteni

Egyszerűsítés ”jelölése”: Áthúzzuk a számlálót és a nevezőt is és az egyszerűsített számokat írjuk a tört fölé és alá

Törtek és az osztás művelet

A törtek osztás műveletet jelentenek

Ennek a tizedes törteknél lesz jelentősége

A törtet át tudjuk írni egy osztás műveletre, de az osztás műveletet is át tudjuk írni egy törtté:

- Az osztandó lesz a számláló
- Az osztó lesz a nevező

Tört esetén, ha a számláló osztható a nevezővel (a nevező osztója a számlálónak), akkor egész számot kapunk eredményül

Törtek típusai nagyság szerint

Az, hogy a tört 1-nél kisebb lesz, 1-gyel egyenlő lesz, vagy 1-nél nagyobb lesz, mindig attól függ, hogy a számláló és a nevező közül melyik a nagyobb

- 1-nél kisebb törtek: Számláló<Nevező
- 1-gyel egyenlő törtek: Számláló=Nevező
- 1-nél nagyobb törtek: Számláló>Nevező

Törtek vegyes alakja

1-nél nagyobb törteket átírhatunk vegyes tört alakba/vegyes tört alakban adhatjuk meg

A vegyes tört alak egy **egész számból** és egy **tört számból** áll, amiket egymás mellé írunk le

1-nél nagyobb törtek átírhatók vegyes tört alakba, de a vegyes tört alak is visszaírható tört alakba (oda-vissza működik)

Az egész szám és a törtrész között összeadásjel van, amit nem írunk ki

Hogy írjuk át a vegyes tört alakban lévő törtet sima (közönséges) tört alakra?

- Átírjuk az egész részt ugyanolyan nevezőjű törtként, mint a törtrész, majd összeadjuk őket

Hogy írjuk át a sima (közönséges) tört alakban lévő törtet vegyes tört alakra?

- A tört egy osztás műveletnek felel meg
- Megnézzük, hogy a számlálóban hányszor van meg a nevező, ez lesz egész rész, a maradék lesz a törtrész számlálójában

Törtek összeadása és kivonása

Törteket akkor tudunk összeadni egymással és kivonni őket egymásból, ha a két törtnek közös a nevezője (ugyanannyi szeletre vannak vágva a pizzák)

Ilyenkor csak össze kell adni a számlálókat (összeadásnál), valamint ki kell vonni egymásból őket (kivonásnál)

Mi van, ha nem ugyanaz a két tört nevezője?

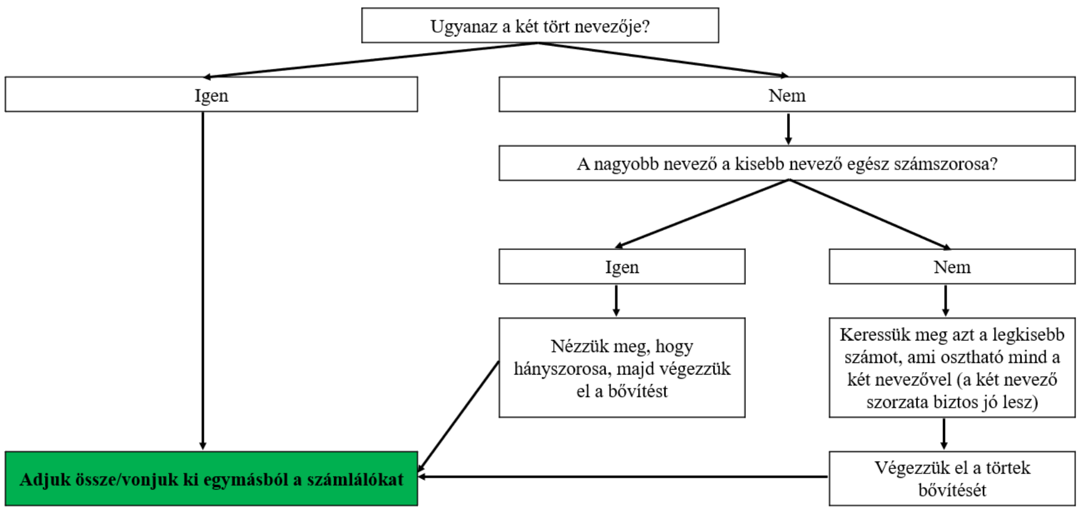
- Ilyenkor közös nevezőre kell hoznunk a két törtet

Hogy hozzuk közös nevezőre a törteket?

- Vagy egyik vagy mind a két törtet bővíteni fogjuk
- Ha az egyik nevező a másik nevező egész számszorosa, akkor a kisebb nevezőt fogjuk bővíteni a nagyobb nevezőre
- Ha a nevezők nem egymás egész számszorosai, akkor közös nevezőre hozzuk őket (mind a két törtet bővíteni fogjuk)
- Ilyenkor két dolgot tehetünk:
- Az egyik, hogy összeszorozzuk a nevezőket, és az lesz az új közös nevező (ez mindig működni fog, viszont van, hogy nagy számokkal kell dolgoznunk)
- A másik, hogy keresünk egy olyan számot, ami osztható az egyik és osztható a másik nevezővel is (van, hogy ez a szám a két szám szorzata lesz (előző eset), de van, hogy lesz kisebb szám is, ez azért előnyösebb, mint az összeszorzás, mert így nem kell nagy számokkal számolnunk)

A végén, ha tudunk, egyszerűsítünk (nem kötelező)

Törtek összeadásának és kivonásának lépései



Törtek összeadása és kivonása Pillangó módszer segítségével

Pillangó módszert akkor alkalmazzuk, ha a két tört nevezője különböző

Először összeszorozzuk a nevezőket, ez lesz a végeredmény nevezője

Ezután keresztbe szorozzuk az egyik tört számlálóját a másik tört nevezőjével, majd a másik tört számlálóját az egyik tört nevezőjével

A kapott eredményt a törtek fölé írjuk

Végül elvégezzük a kapott szorzatok összeadását/kivonását attól függően, hogy a két tört között összeadás jel vagy kivonás jel szerepelt

Ez a módszer csak kis számok (egyjegyű számok) esetén alkalmazható!!!

$$\overset{8\ +\ 9}{\frac{2}{3}+\frac{3}{4}}=\frac{8+9}{3\cdot 4}$$

Törtek és egész számok összeadása és kivonása

Törtet és egész számot úgy adunk össze, vagy úgy vonjuk ki egymásból őket, hogy az egész számot felírjuk olyan nevezőjű törtként, mint a tört nevezője

Vegyes törtek összeadása és kivonása

Vegyes törtek összeadását kétféleképpen végezhetjük el:

- Összeadjuk az egészrészeket, és összeadjuk a törtrészeket, ha a törtrészek összegéből 1-nél nagyobb tört jön ki, akkor azt hozzáadjuk az egészrészhez
- Átírjuk mind a két vegyes törtet közönséges tört alakra, és úgy végezzük el az összeadást

Vegyes törtek kivonását is kétféleképpen végezhetjük el:

- Kivonjuk egymásból az egészrészeket és kivonjuk egymásból a törtrészeket, ez a módszer akkor előnyös, ha a törtrészek különbsége pozitív lesz (a kisebbítendő tört nagyobb, mint a kivonandó tört)
- Átírjuk mind a két vegyes törtet közönséges tört alakra, és úgy végezzük el a kivonást (ez mindig használható)

Vegyes tört és közönséges tört összeadása/kivonása során vagy összeadjuk a törtrészeket, vagy a vegyes törtet írjuk át közönséges tört alakra, és úgy végezzük el a műveleteket

Törtek szorzása egész számmal

Törteket úgy tudunk szorozni egész számmal, hogy a tört számlálóját megszorozzuk a számmal (ez a módszer mindig működni fog)

Ennél a módszernél ugyanúgy, mint összeadás vagy kivonás esetén, a végén, ha tudunk, akkor egyszerűsítünk

A szorzást úgy is elvégezhetjük, hogy az egész számot és a tört nevezőjét egyszerűsítjük egymással (ez csak akkor alkalmazható, ha az egész számnak és a tört nevezőjének van közös osztója)

Ennél a módszernél az eredményt a lehető legegyszerűbb alakban fogjuk megkapni, így a végén nem kell egyszerűsítenünk (mert közben elvégeztük)

Vegyes törtek szorzása egész számmal

Vegyes törteket úgy tudunk szorozni egész számmal, hogy szorozzuk az egész részt is az egész számmal, valamint a tört részt is, ha a tört részre, 1-nél nagyobb tört jön ki, akkor azt hozzáadjuk az egész részhez

Úgy is elvégezhetjük a szorzást, hogy a vegyes törtet átírjuk közönséges tört alakra, onnantól pedig ugyanúgy végezzük el a szorzást, mint tört és egész szám szorzása esetén

Törtek osztása egész számmal

Törteket úgy tudunk osztani egész számmal, hogy a tört **nevezőjét** megszorozzuk a számmal (ez a módszer mindig működni fog)

Ennél a módszernél ugyanúgy, mint összeadás vagy kivonás esetén, a végén, ha tudunk, akkor egyszerűsítünk

Az osztást úgy is elvégezhetjük, hogy a tört számlálóját és az egész számot elosztjuk/egyszerűsítjük egymással (ez csak akkor alkalmazható, ha a tört számlálójának és az egész számnak van közös osztója)

Ennél a módszernél az eredményt a lehető legegyszerűbb alakban fogjuk megkapni, így a végén nem kell egyszerűsítenünk (mert közben elvégeztük)

Vegyes törtek osztása egész számmal

Vegyes törteket úgy tudunk osztani egész számmal, hogy a vegyes törtet átírjuk közönséges tört alakra, onnantól pedig ugyanúgy végezzük el az osztást, mint tört és egész szám osztása esetén

Amennyiben a vegyes tört egészrésze és az egész szám oszthatóak egymással, azokat elosztjuk egymással, majd a törtrészt is elosztjuk az egész számmal (ez az eset elég ritka)

Törtek szorzásának és osztásának összehasonlítása

Szorzás:

A tört **számlálóját** és az egész számot **szorozzuk** egymással:

$5 \cdot \frac{3}{4} = \mathbf{\frac{15}{4}}$

$3 \cdot \frac{2}{7} = \mathbf{\frac{6}{7}}$

A tört **nevezőjét** és az egész számot **egyszerűsítjük** egymással:

$\overset{1}{\cancel{2}} \cdot \frac{5}{\underset{3}{\cancel{6}}} = \mathbf{\frac{5}{3}}$

$\frac{7}{\cancel{8}} \cdot \cancel{8} = \mathbf{7}$

Osztás:

A tört **nevezőjét** és az egész számot **szorozzuk** egymással:

$\frac{5}{4} : 2 = \mathbf{\frac{5}{8}}$

$\frac{7}{9} : 3 = \mathbf{\frac{7}{27}}$

A tört **számlálóját** és az egész számot **egyszerűsítjük** egymással:

$\frac{6}{7} : 3 = \mathbf{\frac{2}{7}}$

$\frac{\overset{5}{\cancel{10}}}{9} : \overset{2}{\cancel{4}} = \frac{5}{9} : 2 = \mathbf{\frac{5}{18}}$

Tizedes törtek

36, 12

Egész rész **Tizedesvessző** **Tört rész**

Tizedesvessző helyett szokás pontot (**tizedespont**) is használni (legyakrabban informatikában, programozásban) **36. 12**

Tizedes törtek helyi értéke

Eggyedek nem lesznek

A tizedesvessző utáni 1. számjegy lesz a tized

A tizedesvessző utáni 2. számjegy lesz a század

A tizedesvessző utáni 3. számjegy lesz az ezred

Ezt lehet folytatni tovább is (4. számjegy tízezred, 5. számjegy százezred …)

Helyi érték								Szám
ezres (E)	százas (sz)	tízes (t)	egyes (e)		tized (t)	század (sz)	ezred (E)	
1	1	4	5	,	8	6	7	1145,867

Egész számok esetén a tizedesvessző után 0 szerepel (ezt nem szoktuk kiírni)

Pl.: $2 = 2{,}0$

A tizedesvessző utáni számjegy mögé bármennyi 0-t írhatunk, nem fog változni a szám értéke

Pl.: $2{,}2 = 2{,}20 = 2{,}200$

Ha a tizedesvessző és a törtrész között van 0, vagy vannak 0-k, azt nem hagyhatjuk el sosem

Pl.: $3{,}08 \neq 3{,}8$ $\quad$ $4{,}002 \neq 4{,}02 \neq 4{,}2$

Tizedes törtek kimondása: Kimondjuk a tizedesvessző előtti számot (**egészrész**), utána azt mondjuk, hogy egész, ezután kimondjuk a tizedesvessző utáni számot, és utána a **törtrész** elnevezést (tized, század, ezred)

Ha a tizedesvessző után 1 számjegy van, akkor tizedet mondunk, ha 2 számjegy, akkor századot, ha 3 számjegy, akkor ezredet

Tizedes törteket felsorolás esetén pontos vesszővel (;) választjuk el: $\mathbf{1{,}2}$; $\mathbf{3{,}5}$; $\mathbf{6{,}85}$; $\mathbf{9{,}791}$

Törtek, vegyes törtek és tizedes törtek

A törteket át tudjuk írni tizedes tört alakra, és a tizedes törteket is át tudjuk írni tört alakra (oda-vissza működik)

1-nél kisebb törtek vagy tizedes törtek esetén nagyon egyszerű dolgunk lesz, csak ki kell mondani a törtet vagy a tizedes törtet és már kész is vagyunk

1-nél nagyobb tizedes tört átírásakor az egészrészt és a törtrészt is átírjuk tört alakra, és a kettőt összeadjuk

1-nél nagyobb törtek esetén megnézzük, mennyi lesz az egészrész és mennyi törtrész marad, majd elvégezzük az átírást

Vegyes törtek esetén nagyon egyszerű dolgunk lesz, csak felírjuk az egészrészt, és a tizedesvessző után a törtrészt

Tizedes törtek összehasonlítása

Tizedes törtek összehasonlítása esetén (Melyik a nagyobb?) először mindig az egészrészeket hasonlítjuk össze

Amelyiknek nagyobb az egészrésze, az lesz a nagyobb

Ha az egészrészek megegyeznek, akkor összehasonlítjuk a törtrészeket (tizedesvessző utáni részt)

Először a tizedeket nézzük meg, és amelyik szám tized helyi értékén nagyobb számjegy szerepel, az a szám lesz a nagyobb

Ha megegyezik a tized helyi értéken álló két számjegy, akkor a századokat nézzük meg, és amelyik szám század helyi értékén nagyobb számjegy szerepel, az a szám lesz a nagyobb

Ha a század helyi értéken álló két számjegy is megegyezik, akkor az ezredeket nézzük meg, és amelyik szám ezred helyi értékén nagyobb számjegy szerepel, az a szám lesz a nagyobb

Ha az egyik számban kevesebb számjegy van a tizedesvessző után, mint a másikban, akkor 0-kat képzelünk oda

Tizedes törtek kerekítése

Egészre kerekítés

Egészre kerekítésnél megkeressük a szám kisebb, illetve nagyobb egész szomszédját, és eldöntjük, a kettő közül melyikhez van közelebb

A két egész szomszéd között félúton lévő szám mindig az 5, 50, 500 lesz (Félúton: Ugyanolyan távol van az egyiktől, mint a másiktól)

Ha a tized helyén 1, 2, 3, 4 számjegyek szerepelnek, akkor **lefelé** (↓) kerekítünk

Ha a tized helyén 5, 6, 7, 8, 9 számejgyek szerepelnek, akkor **felfelé** (↑) kerekítünk

Ha egész számot kell egészre kerekíteni, akkor a szám és a kerekített értéke megegyezik

Tizedre kerekítés (1 tizedesjegyre)

Tizedre kerekítésnél megkeressük a szám kisebb, illetve nagyobb tized szomszédját, és eldöntjük, a kettő közül melyikhez van közelebb

A két tized szomszéd között félúton lévő szám mindig a ,05 ,050 lesz (Félúton: Ugyanolyan távol van az egyiktől, mint a másiktól)

Ha a század helyén 1, 2, 3, 4 számjegyek szerepelnek, akkor **lefelé** (↓) kerekítünk

Ha a század helyén 5, 6, 7, 8, 9 számjegyek szerepelnek, akkor **felfelé** (↑) kerekítünk

Ha egész számot vagy 1 tizedesjegyű számot kell tizedre kerekíteni, akkor a szám és a kerekített értéke megegyezik

Századra kerekítés (2 tizedesjegyre)

Századra kerekítésnél megkeressük a szám kisebb, illetve nagyobb század szomszédját, és eldöntjük, a kettő közül melyikhez van közelebb

A két század szomszéd között félúton lévő szám mindig az ,005 lesz (Félúton: Ugyanolyan távol van az egyiktől, mint a másiktól)

Ha az ezred helyén $1, 2, 3, 4$ számjegyek szerepelnek, akkor **lefelé** $(\downarrow)$ kerekítünk

Ha az ezred helyén $5, 6, 7, 8, 9$ számjegyek szerepelnek, akkor **felfelé** $(\uparrow)$ kerekítünk

Ha egész számot, vagy 1 tizedesjegyű, vagy 2 tizedesjegyű számot kell századra kerekíteni, akkor a szám és a kerekített értéke megegyezik

Ezredre kerekítés (3 tizedesjegyre)

Ezredre kerekítésnél megkeressük a szám kisebb, illetve nagyobb ezred szomszédját, és eldöntjük, a kettő közül melyikhez van közelebb

A két ezred szomszéd között félúton lévő szám mindig az $,0005$ lesz (Félúton: Ugyanolyan távol van az egyiktől, mint a másiktól)

Ha a tízezred helyén $1, 2, 3, 4$ számjegyek szerepelnek, akkor **lefelé** $(\downarrow)$ kerekítünk

Ha a tízezred helyén $5, 6, 7, 8, 9$ számjegyek szerepelnek, akkor **felfelé** $(\uparrow)$ kerekítünk

Ha egész számot, vagy 1 tizedesjegyű, vagy 2 tizedesjegyű, vagy 3 tizedesjegyű számot kell ezredre kerekíteni, akkor a szám és a kerekített értéke megegyezik

Tizedes törtek összeadása és kivonása

Tizedes törtek összeadása és kivonása esetén az egészrészeket az egészrészekkel adjuk össze, vagy vonjuk ki őket egymásból, valamint a törtrészeket a törtrészekkel adjuk össze, vagy vonjuk ki őket egymásból

Ha szép számokról van szó, akkor ezt fejben is el lehet végezni, ha csúnyább (nehezebb, nagyobb) számokról van szó, akkor írásban fogjuk elvégezni a műveleteket úgy, hogy először mindig a törtrészek műveletét végezzük el, utána pedig az egészrészek műveletét

Pl.: $3{,}2 + 4{,}6 = \mathbf{7{,}8}$ $\quad$ $13{,}12 + 11{,}23 = \mathbf{24{,}35}$

Ha a tizedesek összeadásakor az összeg pontosan 10 tized, 100 század, vagy 1000 ezred, akkor egész számot fogunk kapni, az egészrészhez még 1-et fogunk hozzáadni (ilyenkor nem kell tizedesvesszőt írni, elég csak leírni az egész számot)

Pl.: $2{,}3 + 5{,}7 = \mathbf{8}$ $\quad$ $16{,}88 + 13{,}12 = \mathbf{30}$

Kivonásnál, ha megegyeznek a tizedesek, akkor egész számot fogunk kapni (ilyenkor nem kell tizedesvesszőt írni, elég csak leírni az egész számot)

Pl.: $8{,}4 - 3{,}4 = \mathbf{5}$ $\quad$ $18{,}36 - 12{,}36 = \mathbf{6}$

Ha a tizedesek összeadásakor az összeg nagyobb, mint 10 tized, 100 század, vagy 1000 ezred, akkor egy egészet fogunk még hozzáadni az egészrészhez

Pl.: $3{,}5 + 4{,}7 = \mathbf{8{,}2}$ $\quad$ $14{,}67 + 12{,}52 = \mathbf{27{,}19}$

Ha nem ugyanannyi tizedesjegy szerepel a két szám esetén, akkor 0-t vagy 0-kat fogunk képzeletben odarakni a kevesebb tizedesjegyű szám utolsó tizedesjegye mögé

Pl.: $5{,}5\mathbf{0} + 3{,}12 = \mathbf{8,62}$ $\qquad$ $12{,}3\mathbf{00} + 14{,}168 = \mathbf{26,468}$

Ha az összeadás vagy kivonás művelet elvégzése után a tizedek 0-ra végződnek, akkor a 0-t nem muszáj kiírnunk

Pl.: $5{,}12 + 4{,}28 = \mathbf{9,4}$ $\qquad$ $11{,}127 + 13{,}273 = \mathbf{24,4}$

Kivonás esetén, ha a kisebbítendő törtrésze kisebb, mint a kivonandó törtrésze, akkor az egészrészből fogunk ”kölcsönkérni”, (maradék) és úgy végezzük el a kivonást

Pl.: $5{,}1 - 3{,}4 = \mathbf{1,7}$ $\qquad$ $15{,}26 - 12{,}42 = \mathbf{2,84}$

Ha egész számot és tizedes törtet adunk össze, akkor összeadjuk az egészrészeket, és mögé írjuk a törtrészt

Pl.: $4 + 5{,}9 = \mathbf{9,9}$ $\qquad$ $17{,}36 + 12 = \mathbf{29,36}$

Ha tizedes törtből vonunk ki egész számot, akkor csak kivonjuk egymásból az egészrészeket és mögé írjuk a törtrészt

Pl.: $8{,}3 - 2 = \mathbf{6,3}$ $\qquad$ $16{,}46 - 14 = \mathbf{2,46}$

Ha egész számból vonunk ki tizedes törtet, akkor az egészrészből ”kölcsön kell kérnünk”, és úgy tudjuk elvégezni a kivonást, vagy elvégezzük az egészrészek kivonását, és a kapott eredményből még kivonjuk a törtrészt

Pl.: $7 - 5{,}2 = \mathbf{1,8}$ $\qquad$ $15 - 11{,}46 = \mathbf{3,54}$

Tizedes törtek szorzása 10-zel, 100-zal, 1000-rel

Ha a tizedes törteket 10-zel, 100-zal, 1000-rel szorozzuk meg, akkor annyiszor fogjuk **jobbra** (→) vinni a tizedesvesszőt, amennyi 0 az 1-es mögött szerepel (1**0**-nél **1-gyel**, 1**00**-nál, **2-vel**, 1**000**-nél **3-mal**, és így tovább…)

Ha nem tudjuk már tovább **jobbra** (→) vinni a tizedesvesszőt (az utolsó szám mögé került), de még kellene, akkor a szám mögé 0-kat fogunk írni (még annyi 0-t, amennyiszer **jobbra** (→) kellene vinni a tizedesvesszőt)

Ilyen feladatok elején érdemes mindig megbecsülni az eredményt úgy, hogy a tizedes tört törtrészét elhagyjuk, és úgy szorozzuk meg az egészrészt 10-zel, 100-zal, 1000-rel, így biztosan nem lesz benne hiba

Tizedes törtek szorzása egész számmal, és tizedes törttel

Ha tizedes törtet egész számmal szorzunk meg, akkor szép számok esetén csinálhatjuk ugyanazt, mint összeadás vagy kivonás esetén (megszorozzuk az egészrészt, valamint a törtrészt is a számmal), de ezt ritkán fogjuk használni, leggyakrabban írásban fogjuk elvégezni a szorzást

Pl.: $124{,}3 \cdot 2 = \mathbf{248{,}6}$

Tizedes törtet írásban ugyanúgy fogunk megszorozni egész számmal, mint ahogy két egész számot szorzunk össze egymással

A tizedesvesszőt mindig a szorzás végén írjuk oda a megfelelő helyre

A szabály az, hogy a végeredménynek ugyanannyi számjegye lesz a tizedesvessző után, mint amennyi a tizedes törtnek volt (Ha 1 tizedesjegye volt a tizedes törtnek, akkor az eredménynek is 1 tizedesjegye lesz, ha 2 volt, akkor az eredménynek is 2 lesz, ha 3 volt, akkor az eredménynek is 3 lesz)

Ami fontos ilyenkor, hogy a 0 is bele fog számítani (Ha a legutolsó egy vagy több számjegy 0 lesz)

A szorzás elvégzése előtt, vagy a tizedesvessző beírása előtt érdemes egy becslést elvégezni kerekítés segítségével, hogy biztosak legyünk abban, hogy hova kerül a tizedesvessző

A szorzás felcserélhető művelet, mindegy, hogy melyik tag szerepel az írásbeli szorzás jobb és bal oldalán

Ha tizedes törtet tizedes törttel szorzunk, akkor mindent ugyanúgy végzünk el, mintha ott sem lenne a tizedesvessző, csak a végén az eredménynél ugyanannyi számnak kell lennie a tizedesvessző mögött, mint eredetileg a két tizedes törtnek összesen (Pl.: $26{,}36 \cdot 1{,}2$ esetén a $26,\mathbf{36}$-nál **2 szám** szerepel a tizedesvessző mögött, az $1,\mathbf{2}$ esetén **1 szám** szerepel a tizedesvessző mögött, tehát **összesen 3**, a szorzás elvégzése után a végeredménynél úgy tesszük ki a tizedesvesszőt, hogy **3 szám** legyen mögötte)

Két tizedes tört szorzása esetén is érdemes elvégezni egy becslést, hogy tudjuk, hogy nagyságrendileg mekkora számnak kell kijönnie

Egész számok, tizedes törtek osztása 10-zel, 100-zal, 1000-rel

Egész számokat úgy osztunk 10-zel, 100-zal, 1000-rel, hogy a szám végéről annyi 0-t hagyunk el, amennyi 0 van az osztóban az 1-es után (1**0**-nél **1**, 1**00**-nál, **2**, 1**000**-nél **3** 0-t fogunk elhagyni a szám végéről)

Ha az egész szám nem 0-ra végződik, vagy nincs elegendő 0 a végén, akkor az utolsó szám mögé képzeletben odateszünk egy tizedesvesszőt, és annyiszor fogjuk **balra** (←) vinni, amennyi 0 szerepel az osztóban az 1-es mögött (1**0**-nél **1-gyel**, 1**00**-nál, **2-vel**, 1**000**-nél **3-mal** fogjuk **balra** (←) vinni a tizedesvesszőt)

Ha tizedes törteket 10-zel, 100-zal, 1000-rel osztunk el, akkor pedig annyiszor fogjuk **balra** (←) vinni a tizedesvesszőt, amennyi 0 szerepel az osztóban az 1-es mögött (1**0**-nél **1-gyel**, 1**00**-nál, **2-vel**, 1**000**-nél **3-mal** fogjuk **balra** (←) vinni a tizedesvesszőt)

Ha már nem tudjuk többször balra vinni (az első számjegy elé került), akkor az első számjegy elé beírjuk, hogy 0,…, ha pedig még tovább kell vinnünk, akkor a tizedesvessző utáni első számjegy és a tizedesvessző közé még annyi 0-t írunk, amennyiszer még **balra** (←) kellene vinni a tizedesvesszőt (ha még 2-vel kellene **balra** (←) vinni, akkor 0,00…)

Egész számok osztása egész számokkal (Maradékos osztás)

Korábban a maradékos osztás végén, ha volt maradék, nem csináltunk vele semmit, csak leírtuk, hogy: Maradék: …

Így, hogy tanultunk a tizedes törtekről, tovább fogjuk vinni ezeket az osztásokat

Első lépésként az eredmény utolsó számjegye mögé teszünk egy tizedesvesszőt

Utána a maradék mellé egy 0-t fogunk írni, és az így kapott számot fogjuk elosztani az osztóval

Ha elvégeztük az osztást, és 0 a maradék, akkor kész vagyunk

Ha nem 0 a maradék, akkor az új maradék mögé megint írunk egy 0-t, és elvégezzük az osztást

Ezt egészen addig fogjuk csinálni, amíg a végén 0 maradékot nem kapunk, vagy nem veszünk észre valami ismétlődést

Az ismétlődést mindig pöttyel fogjuk jelölni a szám felett

Pöttyök típusai:

- 1 pötty: $23,\dot{7} = 23{,}7777777777\ldots$
- 2 pötty egymás mellett: $19,\dot{2}\dot{5} = 19{,}2525252525\ldots$
- 2 pötty nem egymás mellett: $22,\dot{4}31\dot{9} = 22,\mathbf{431943194319}\ldots$

Tizedes törtek osztása egész számokkal

Az elején ugyanúgy fogjuk végezni az osztást, mint amikor egész számot egész számmal osztunk, de ha eljutunk a tizedesvesszőig, akkor az eredménynél kitesszük a tizedesvesszőt, majd folytatjuk az osztást, és ha van maradék, akkor 0-t írunk mögé, és egészen addig folytatjuk az osztást, amíg 0 maradék nem lesz a végén, vagy nincs ismétlődés

Egész számok szorzása, osztása 10-zel, 100-zal, 1000-rel

	Szorzás (→)	Osztás (←)
10-zel	1 db 0-t írunk a szám végére $35 \cdot 10 = \mathbf{350}$	Ha a szám 0-ra végződik, akkor 1 db 0-t elhagyunk $810 : 10 = \mathbf{81}$
		Ha a szám nem 0-ra végződik, akkor 1-gyel **balra** (←) visszük a tizedesvesszőt $38 : 10 = \mathbf{3{,}8}$
100-zal	2 db 0-t írunk a szám végére $47 \cdot 100 = \mathbf{4700}$	Ha a szám 00-ra végződik, akkor 2 db 0-t elhagyunk $3800 : 100 = \mathbf{38}$
		Ha a szám nem 00-ra végződik, akkor 2-vel **balra** (←) visszük a tizedesvesszőt $902 : 100 = \mathbf{9{,}02}$
1000-rel	3 db 0-t írunk a szám végére $61 \cdot 1000 = \mathbf{61\,000}$	Ha a szám 000-ra végződik, akkor 3 db 0-t elhagyunk $9000 : 1000 = \mathbf{9}$
		Ha a szám nem 000-ra végződik, akkor 3-mal **balra** (←) visszük a tizedesvesszőt $530 : 1000 = \mathbf{0{,}53}$

Tizedes törtek szorzása, osztása 10-zel, 100-zal, 1000-rel

	Szorzás (→)	Osztás (←)
10-zel	Ha 1 számjegy van a tizedesvessző után, akkor 1 **jobbra** (→) vitelnél egész számot kapunk eredményként $31{,}2 \cdot 10 = \mathbf{312}$	1-gyel **balra** (←) visszük a tizedesvesszőt $26{,}3 : 10 = \mathbf{2{,}63}$
	Ha 1-nél több számjegy van a tizedesvessző után, akkor 1-szer **jobbra** (→) visszük a tizedesvesszőt $16{,}75 \cdot 10 = \mathbf{167{,}5}$	Ha nem tudjuk **balra** (←) vinni a tizedesvesszőt (már az első számjegy előtt van), akkor 0,-et írunk a szám elé $2{,}7 : 10 = \mathbf{0{,}27}$
100-zal	Ha 1 számjegy van a tizedesvessző után, akkor 1 **jobbra** (→) vitel után 1 db 0-t írunk a szám mögé $25{,}7 \cdot 100 = \mathbf{2570}$	2-vel **balra** (←) visszük a tizedesvesszőt $153{,}9 : 100 = \mathbf{1{,}539}$
	Ha 2 vagy több számjegy van a tizedesvessző után, akkor 2-ször **jobbra** (→) visszük a tizedesvesszőt $17{,}937 \cdot 100 = \mathbf{1793{,}7}$	Ha nem tudjuk **balra** (←) vinni a tizedesvesszőt (már az első számjegy előtt van), akkor 0,-et írunk a szám elé $3{,}8 : 100 = \mathbf{0{,}038}$
1000-rel	Ha 1 vagy 2 számjegy van a tizedesvessző után, 1 vagy 2 **jobbra** (→) vitel után 1 vagy 2 db 0-t írunk a szám mögé $29{,}32 \cdot 1000 = \mathbf{29\,320}$	3-mal **balra** (←) visszük a tizedesvesszőt $1693{,}7 : 1000 = \mathbf{1{,}6937}$
	Ha 3 vagy több számjegy van a tizedesvessző után, akkor 3-szor **jobbra** (→) visszük a tizedesvesszőt $13{,}5189 \cdot 1000 = \mathbf{13\,518{,}9}$	Ha nem tudjuk **balra** (←) vinni a tizedesvesszőt (már az első számjegy előtt van), akkor 0,-et írunk a szám elé $29{,}5 : 1000 = \mathbf{0{,}0295}$

Szorzás, osztás 10-zel, 100-zal, 1000-rel összefoglaló

Szorzás (→):

- **Egész számok**:

  Annyi 0-t fogunk írni a szám végére, amennyi 0 szerepel az 1-es mögött (1**0**-nél **1-et**, 1**00**-nál, **2-t**, 1**000**-nél **3-at**)

- **Tizedes törtek**:

  Annyiszor visszük a tizedesvesszőt **jobbra** (→), amennyi 0 szerepel az 1-es mögött (1**0**-nél **1-gyel**, 1**00**-nál, **2-vel**, 1**000**-nél **3-mal**)

  Ha már nem tudjuk **jobbra** (→) vinni, mert az utolsó számjegy mögött van, akkor 0-t vagy 0-kat fogunk a szám mögé írni (Ha 3-mal kellene **jobbra** (→) vinni a tizedesvesszőt, de az első **jobbra** (→) vitel után az utolsó számjegy mögé kerül, akkor még 2 db 0-t írunk a szám mögé, így kijön az $1 + 2 = 3$ **jobbra** (→) vitel)

Osztás (←):

- **Egész számok**:

  Ha a szám végén megfelelő mennyiségű 0 van, akkor annyi 0-t fogunk elhagyni szám végéről, amennyi 0 szerepel az 1-es mögött (1**0**-nél **1-et**, 1**00**-nál, **2-t**, 1**000**-nél **3-at**)

  Ha a szám végén nincs megfelelő mennyiségű 0, akkor az utolsó számjegy mögé rakunk egy képzeletbeli tizedesvesszőt, és annyiszor visszük **balra** (←), amennyi 0 szerepel az 1-es mögött (1**0**-nél **1-gyel**, 1**00**-nál, **2-vel**, 1**000**-nél **3-mal**)

- **Tizedes törtek**:

  Annyiszor visszük a tizedesvesszőt **balra** (←), amennyi 0 szerepel az 1-es mögött (1**0**-nél **1-gyel**, 1**00**-nál, **2-vel**, 1**000**-nél **3-mal**)

  Ha pont az első számjegy elé kerül a tizedesvessző a rakosgatás után, akkor elé írjuk, hogy 0, ...

  Ha az első számjegy elé került a tizedesvessző, de még tovább kellene vinni, akkor a 0, ... és a szám közé még annyi 0-t írunk, amennyivel még **balra** (←) kellene vinni azt

Halmazok

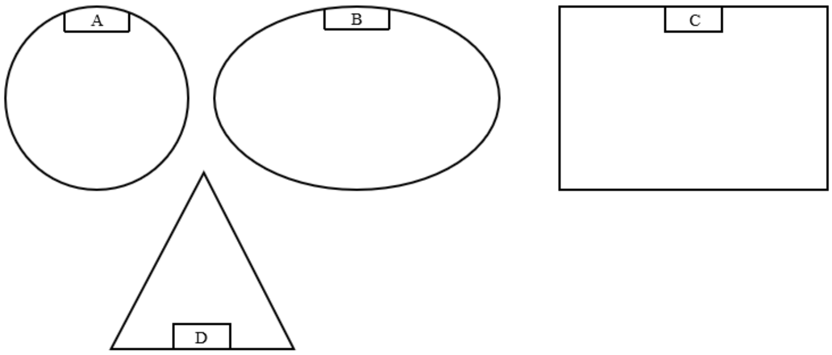
Halmazokba azokat a különböző dolgokat gyűjtjük, amiknek hasonló tulajdonságaik vannak

Ezek a különböző dolgok általában számok szoktak lenni, de lehetnek betűk, tárgyak, állatok, növények is

Ezek a hasonló tulajdonságok lehetnek (Pl.: Páros/Páratlan, 2-vel osztható, egyjegyű, 3-ra végződő számok stb.)

Halmazok jelölése: ABC nagy betűivel (A, B, C…), vagy szavakkal (Páros számok, Páratlan számok, Háromszögek, Négyszögek …)

Halmazokat több alakzattal is jelölhetjük:



2 halmaz

Általában egyszerre 2 (vagy több (általában 3)) halmazt szoktunk vizsgálni

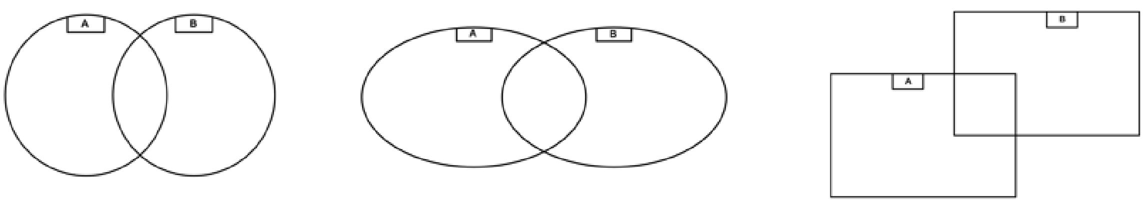
Ezeknek a halmazoknak lesz egy közös része (ahol összeérnek), ezt hívjuk **metszet**nek

Ezt a 2 (vagy 3) halmazt bele szoktuk rakni egy nagy halmazba, amit **alaphalmaz**nak hívunk

Az alaphalmaz megfelelő elemeit kell elhelyeznünk a 2 (vagy 3) halmazban, és amelyik elemet nem tudjuk egyik halmazba se berakni, az maradni fog az alaphalmazban

Az alaphalmazt általában H-val vagy U-val szoktuk jelölni

Két halmaz jelölése:



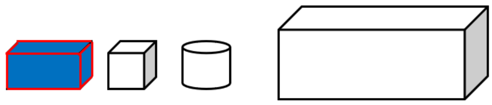
Test, felület, vonal, pont

<u>Test</u>:

Van hosszúsága, mélysége, magassága (vastagsága)

Felület határolja / Felületek határolják

Pl.: Téglatest, Kocka, Henger, Gömb

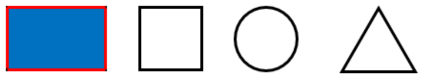


<u>Felület</u>:

Csak szélessége és magassága van, vastagsága nincs

Vonal határolja / Vonalak határolják

Pl.: Téglalap, Négyzet, Kör, Háromszög



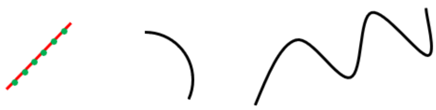
<u>Vonal</u>:

Csak hosszúsága van, magassága és vastagsága nincs

Pontok sokaságából áll

Lehet egyenes vagy görbe

Cérnaként vagy hajszálként tekintünk rá



<u>Pont</u>:

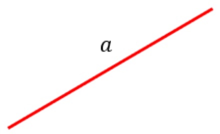
Nincs sem hosszúsága, sem magassága, sem vastagsága

Porszemként tekintünk rá

Egyenes vonalak típusai

Az ABC kis betűivel szoktuk jelölni

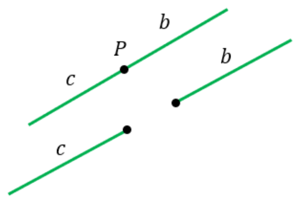
- **<u>Egyenes</u>**:



Tetszőleges hosszúságú (úgy képzeljük el, mintha folytatódna a végtelenségig)

Emiatt nem tudjuk lemérni, nincs hossza

- **<u>Félegyenes</u>**:

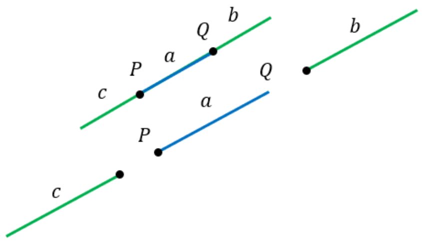


Ha egy egyenesre berajzolunk egy pontot, akkor két félegyenest kapunk

A félegyenesnek van egy kezdőpontja, de ugyanúgy a végtelenségig folytatódik

Nem tudjuk lemérni, nincs hossza

- **<u>Szakasz</u>**:



Ha egy egyenesre berajzolunk két pontot, akkor kapunk két félegyenest (c és b), a két félegyenes közötti részt (a) pedig szakasznak hívjuk

A szakaszt le tudjuk mérni, van hossza

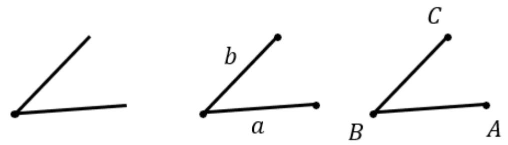
Szakaszt az ABC kisbetűivel vagy a két végpontjával adhatunk meg (a szakasz, PQ szakasz)

Vonalzó vagy körző segítségével mérhetjük le a szakaszt

Szögek

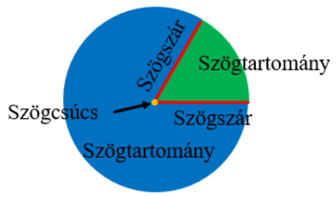
Hogy kapunk meg egy szöget?

- Két félegyenesből, amiknek ugyanaz a kezdőpontja
- Két szakaszból, amiknek az egyik végpontja közös
- Három pontból



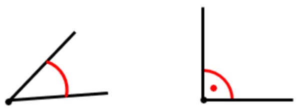
<u>Szögek részei</u>:

- Szögcsúcs
- Szögszár
- Szögtartomány



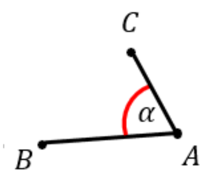
<u>Szögek jelölése</u>:

- Körívvel szoktuk jelölni a szögeket az ábrán
- A derékszögnek van külön jelölése, egy pontot rakunk a köríven belülre



<u>Szögek elnevezése</u>:

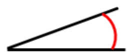
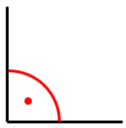
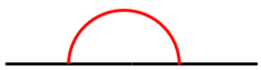
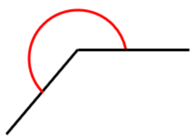
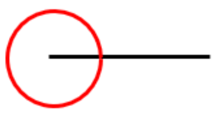
- A szögeket a görög ABC betűivel szoktuk jelölni:
  $(\alpha\ (alfa),\ \beta(béta),\ \gamma(gamma),\ \delta(delta))$
- Ha három pontból kaptuk meg a szöget, akkor a három pont **<u>megfelelő</u>** felsorolásával is jelölhetjük ($ABC\measuredangle$, $CBA\measuredangle, BAC\measuredangle$)



Görög ABC betűi, amiket érdemes tudni

Görög betű	Kimondva
α	Alfa
β	Béta
γ	Gamma
δ	Delta
ε	Epszilon
λ	Lambda
μ	Mű
σ	Szigma
φ	Fí
ω	Omega

Szögek típusai

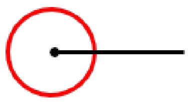
Szög neve	Szög értéke	Szög jelölése
Nullszög	$\alpha = 0°$	
Hegyesszög	$0° < \alpha < 90°$	
Derékszög	$\alpha = 90°$	
Tompaszög	$90° < \alpha < 180°$	
Egyenesszög	$\alpha = 180°$	
Homorúszög	$180° < \alpha < 360°$	
Teljesszög	$\alpha = 360°$	

Szögek mértékegysége

Ugyanúgy, mint a hosszúság, tömeg és űrtartalom esetén a szögeknek is van mértékegysége, amivel meg tudjuk határozni egy szög nagyságát

A szögek mértékegysége a fok, aminek a jele: °

A teljesszög 360°-os



Az 1° a teljesszög 360-ad része, amit úgy kapunk meg, hogy a teljesszög körívét 360 egyenlő részre osztjuk (nagyon kicsike lesz)

1°

Minél jobban kinyitjuk a szárakat, annál nagyobb szöget fogunk kapni

Minél jobban összecsukjuk a szárakat, annál kisebb szöget fogunk kapni

A szögeket szögmérő segítségével tudjuk megmérni

A szögek további mértékegységei a szögperc és a szögmásodperc

Szögperc jele: $'$

Szögmásodperc jele: $''$

A szögperc a fok 60-ad részét jelenti → $1° = 60'$

A szögmásodperc a szögperc 60-ad részét jelenti (a fok 3600-ad részét) → $1' = 60''$ és $1° = 3600''$

Ezek nagyon picik, szabad szemmel nem láthatóak

Trükk a megjegyzéshez: **Idő**

Szög	Idő
Fok	Óra
Szögperc	Perc
Szögmásodperc	Másodperc

Szög	Idő
$1° = 60'$	$1\ ó = 60\ p$
$1' = 60''$	$1\ p = 60\ mp$
$1° = 3600''$	$1\ ó = 3600\ mp$

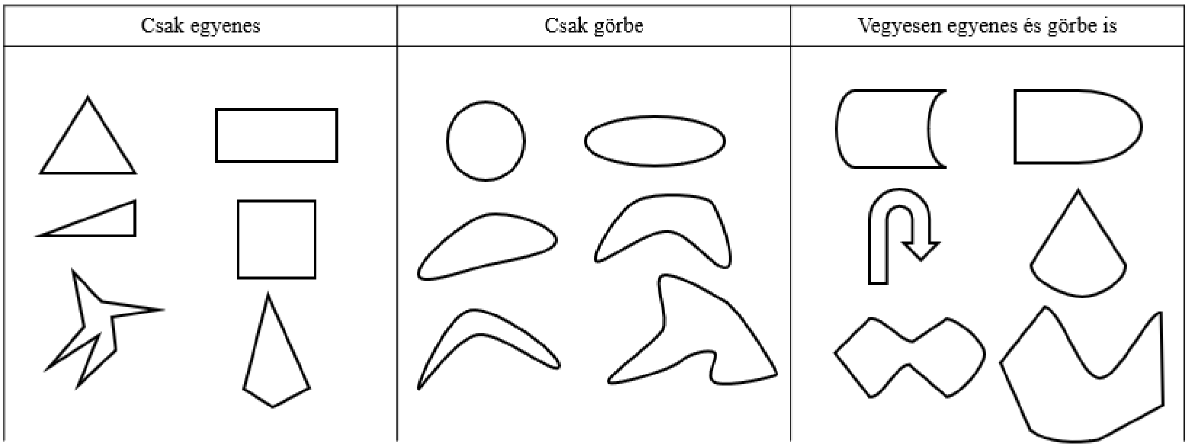
Síkidomok

Azok a zárt alakzatok a síkon, amiket vonalak határolnak

Vonalak lehetnek:

- Egyenes vonalak
- Görbe vonalak

Síkidomot alkothat vegyesen egyenes és görbe vonal



Sokszögek

A sokszögek olyan síkidomok lesznek, amiket csak egyenes vonalak alkotnak

Minden sokszög síkidom, de nem minden síkidom sokszög

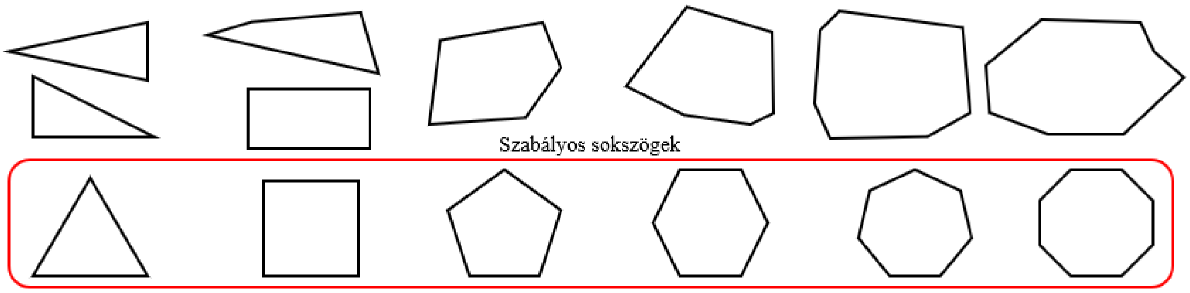
Ha a síkidomban van 6 egyenes vonal és 1 görbe vonal, akkor **<u>nem lesz sokszög</u>**

A sokszögeket a csúcsaik (oldalaik) száma alapján szoktuk elnevezni

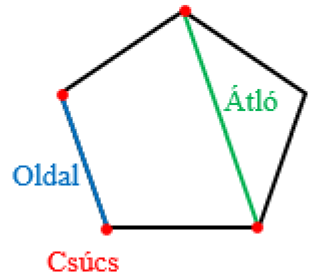
Egy sokszögnek ugyanannyi oldala és csúcsa van

Sokszögek típusai:

Háromszög	Négyszög	Ötszög	Hatszög	Hétszög	Nyolcszög
3 csúcs 3 oldal	4 csúcs 4 oldal	5 csúcs 5 oldal	6 csúcs 6 oldal	7 csúcs 7 oldal	8 csúcs 8 oldal



Sokszögek részei és azok elnevezése

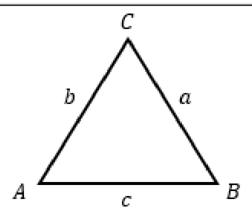
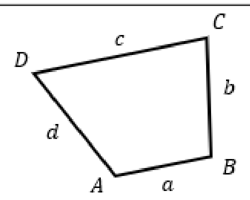
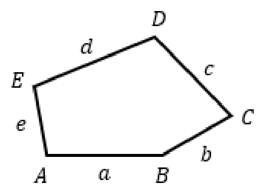


<u>Sokszögek részei</u>:

- Csúcs
- Oldal: Két szomszédos csúcsot összekötő szakasz
- Átló: Két **<u>nem</u>** szomszédos csúcsot összekötő szakasz

<u>Oldalak, csúcsok elnevezése</u>:

- A csúcsokat az ABC **<u>nagy</u>** betűvel nevezzük el (A, B, C, D …)
- Az oldalakat az ABC **<u>kis</u>** betűivel nevezzük el (a, b, c, d …), az ugyanolyan hosszúságú oldalakat ugyanazzal a betűvel szoktuk jelölni
- Háromszögnél: A csúccsal szemben lesz a hozzá tartozó oldal (A csúccsal szemben az a oldal, B csúccsal szemben a b oldal…)
- Négyszögeknél, ötszögeknél …: A csúcs mellett lesz a hozzá tartozó oldal (A csúcs mellett az a oldal, B csúcs mellett a b oldal…)

Háromszög	Négyszög	Ötszög
		

Testek

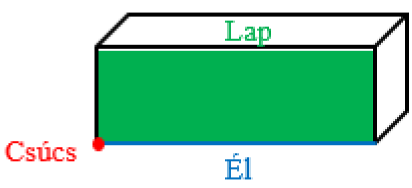
A testek síkidomokból állnak (legtöbbször sokszögekből)

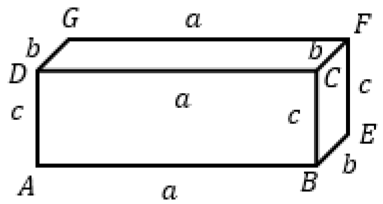
A testeknek tudunk rajzolni testhálót (amiből meg lehet hajtogatni a testet, ha kivágjuk és összeragasztjuk)

Gömbnek nem szoktunk testhálót rajzolni

<u>Testek részei</u>:

- Csúcs
- Él
- Lap





- A test csúcsait ugyanúgy az ABC **<u>nagy</u>** betűivel jelöljük, mint sokszögek esetén (A, B, C, D…)

- A test éleit ugyanúgy az ABC **<u>kis</u>** betűivel jelöljük, mint sokszögek esetén (a, b, c, d…), az ugyanolyan hosszúságú éleket ugyanazzal a betűvel szoktuk jelölni

- A test lapjait a csúcsok betűivel jelöljük ($ABCD$ lap)

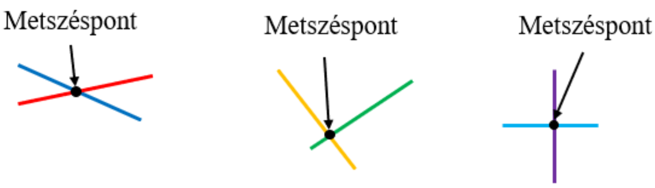
Egyenesek

Párhuzamos egyenesek

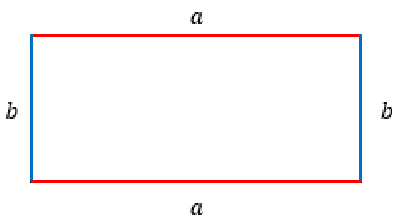
- Párhuzamos két egyenes, ha meghosszabbítva őket sosem fognak találkozni

Metsző egyenesek

- Metsző két egyenes, ha van egy metszéspontjuk



Téglalap



A téglalap egy négyszög

4 oldala van

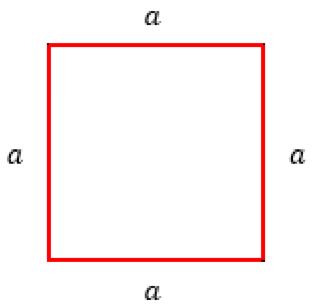
4 csúcsa van

A téglalap szemközti oldalai egymással párhuzamosak és egyenlő hosszúak

A téglalap oldalait a-val és b-vel szoktuk jelölni (mindegy melyiket mivel jelöljük, csak az egyenlőek legyenek ugyanazzal a betűvel jelölve)

A téglalapnak van szélessége (hosszúsága) és magassága

Négyzet



A négyzet egy négyszög

4 oldala van

4 csúcsa van

A négyzet mind a 4 oldala egyenlő hosszúságú

A négyzet oldalait a-val szoktuk jelölni

A négyzet egy olyan téglalap, aminek a szélessége és a magassága megegyezik egymással

Hosszúság mérése

Hossz:

$1\ cm = 10\ mm$

$1\ dm = 10\ cm = 100\ mm$

$1\ m = 10\ dm = 100\ cm = 1000\ mm$

$1\ km = 1000\ m$

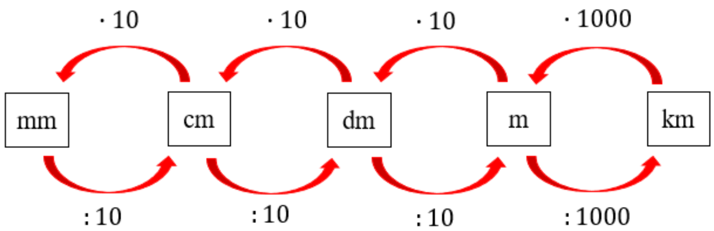
mm – milliméter

cm – centiméter

dm – deciméter

m – méter

km – kilométer



$1\ mm \quad < \quad 1\ cm \quad < \quad 1\ dm \quad < \quad 1\ m \quad < \quad 1\ km$

Ha nagyobbról váltunk kisebbre, akkor szorzunk

Ha kisebbről váltunk nagyobbra, akkor osztunk

Kerület és terület

Kerület

Kerület esetén a kerítésre gondoljunk mindig

Kerület megadja egy alakzat oldalai hosszának összegét

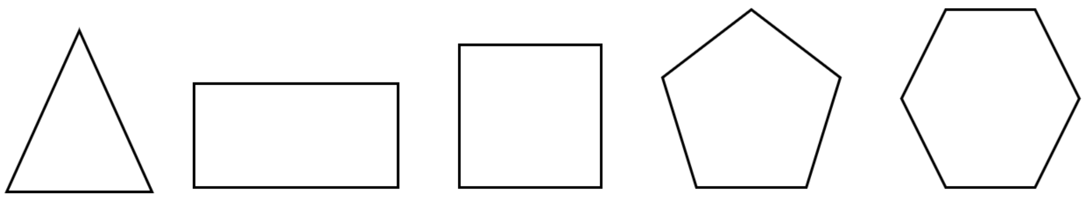
Ha ismerjük az alakzat összes oldalának a hosszát, akkor bármilyen fura is az alakzat ki tudjuk számolni a kerületét

Kerület jele: K

Kerület mértékegysége kezdetben: Egység (négyzetrácsos lap egy négyzetének oldala 1 egység)

Kerület mértékegysége későbbiekben: Megegyezik az oldalak mértékegységével (Ha az oldalak mértékgyesége méter, akkor a kerületé is méter, ha az oldalak mértékegysége deciméter, akkor a kerületé is deciméter…)

Pár alakzat, amiknek meg tudjuk határozni a kerületét:



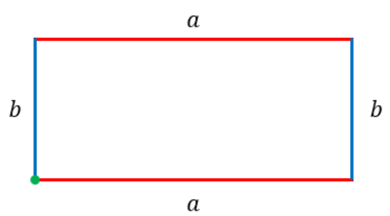
Téglalap kerülete

A téglalap egy négyszög → 4 oldala van

Téglalap szemközti oldalai egyenlő hosszúak

Legyen a téglalap szélessége a

Legyen a téglalap magassága b



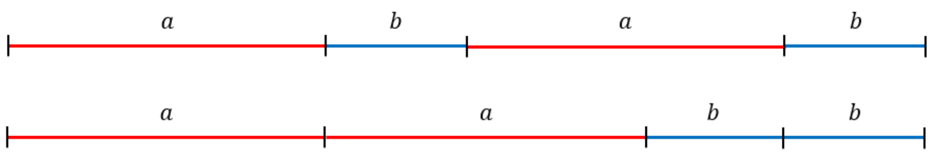
Téglalap kerületének kiszámítása

$\boldsymbol{K = a + b + a + b}$

$\boldsymbol{K = 2a + 2b}$

$\boldsymbol{K = 2 \cdot (a + b)}$

Kerület:

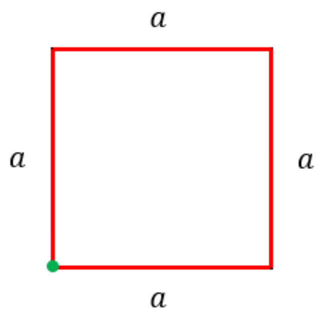


Négyzet kerülete

A négyzet egy négyszög → 4 oldala van

Négyzet mind a 4 oldala egyenlő hosszú

Legyen a négyzet oldala a

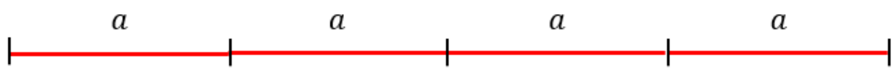


Négyzet kerületének kiszámítása

$$\boldsymbol{K = a + a + a + a}$$

$$\boldsymbol{K = 4a}$$

Kerület:



Terület

Terület esetén a telekre gondoljunk mindig

Terület megadja az alakzat belsejében lévő rész nagyságát

Terület jele: T

Terület mértékegysége kezdetben: Négyzetegység, területegység (négyzetrácsos lap egy négyzete)

Terület mértékegysége későbbiekben: Megegyezik az oldalak mértékegységének négyzetével (Ha az oldalak mértékgyesége méter, akkor a területé négyzetméter (m^2), ha az oldalak mértékegysége deciméter, akkor a területé négyzetdeciméter $(dm^2)\ldots$)

Területet általában nehezebb számolni, mint kerületet

Olyan alakzatok területét tudjuk kiszámolni (kezdetben), amiket kis négyzetekből lehet kirakni

Téglalap területe

A téglalap egy négyszög → 4 oldala van

Téglalap szemközti oldalai egyenlő hosszúak

Legyen a téglalap szélessége 5 egység

Legyen a téglalap magassága 3 egység

Téglalap területét mindig úgy számoljuk ki, hogy megszámoljuk, hogy hány egység széles, hány egység magas és a kettőt összeszorozzuk egymással

$T = szélesség \cdot magasság$

$\boldsymbol{T = a \cdot b}$

Négyzet területe

A négyzet egy négyszög → 4 oldala van

Négyzet mind a 4 oldala egyenlő hosszú

Legyen a négyzetoldala 3 egység

Négyzet területét ugyanúgy számoljuk ki, mint téglalap területét, csak négyzetnél a szélesség és magasság megegyezik egymással

$T = szélesség \cdot magasság$

$\boldsymbol{T = a \cdot a}$

Terület mérése

Minek határozhatjuk meg a területét?

- Síkidomoknak és sokszögeknek (Kör, Háromszög, Téglalap, Négyzet …)
- Testek lapjainak

Területmérésnél az 1 egység oldalú négyzet területe 1 területegység lesz

Ha mértékegységgel adjuk meg, akkor a terület mértékegysége a mértékegység négyzete lesz

Ha a négyzet oldala 1 cm, akkor a területe 1 cm^2 lesz

Terület:

$1\ cm^2 = 100\ mm^2$

$1\ dm^2 = 100\ cm^2 = 10\ 000\ mm^2$

$1\ m^2 = 100\ dm^2 = 10\ 000\ cm^2$

$1\ km^2 = 1\ 000\ 000\ m^2$

mm^2 – négyzetmilliméter

cm^2 – négyzetcentiméter

dm^2 – négyzetdeciméter

m^2 – négyzetméter

km^2 – négyzetkilométer

$$\begin{tikzcd}
\boxed{mm^2} \arrow[r, bend right, ":100"'] & \boxed{cm^2} \arrow[l, bend right, "\cdot 100"'] \arrow[r, bend right, ":100"'] & \boxed{dm^2} \arrow[l, bend right, "\cdot 100"'] \arrow[r, bend right, ":100"'] & \boxed{m^2} \arrow[l, bend right, "\cdot 100"'] \arrow[r, bend right, ":1\ 000\ 000"'] & \boxed{km^2} \arrow[l, bend right, "\cdot 1\ 000\ 000"']
\end{tikzcd}$$

$1\ mm^2 \quad < \quad 1\ cm^2 \quad < \quad 1\ dm^2 \quad < \quad 1\ m^2 \quad < \quad 1\ km^2$

Ha nagyobbról váltunk kisebbre, akkor szorzunk

Ha kisebbről váltunk nagyobbra, akkor osztunk

Trükk: Nem muszáj megjegyezni a terület átváltás váltószámait, ha tudjuk a hossz átváltás váltószámait, mert mindig 2-szer annyi 0 van az 1-es mögött területnél, mint hosszúságnál

Pl.:

$1\ m = 1\mathbf{00}\ cm \rightarrow$ **2 db** 0 van az 1-es mögött

$1\ m^2 = 1\mathbf{0\ 000}\ cm^2 \rightarrow 2 \cdot 2 =$ **4 db** 0 van az 1-es mögött

Térfogat mérése

Minek határozhatjuk meg a térfogatát?

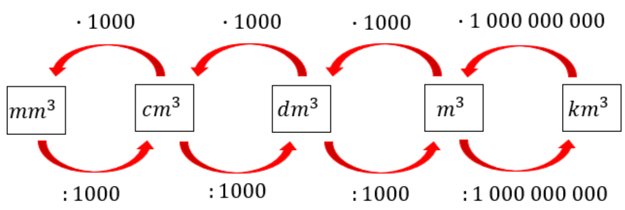
- Testeknek (Téglatest, Kocka, Négyzetes hasáb, Hasábok, Henger…)

Térfogat mérésénél az 1 egység oldalú kocka térfogata 1 térfogategység lesz

Ha mértékegységgel adjuk meg, akkor a térfogat a mértékegység köbe lesz

Ha a kocka éle 1 cm, akkor a térfogata 1 cm^3 lesz

Térfogat:
$1\ cm^3 = 1000\ mm^3$
$1\ dm^3 = 1000\ cm^3 = 1\,000\,000\ mm^3$
$1\ m^3 = 1000\ dm^3 = 1\,000\,000\ cm^3$
$1\ km^3 = 1\,000\,000\,000\ m^3$



mm^3 – köbmilliméter
cm^3 – köbcentiméter
dm^3 – köbdeciméter
m^3 – köbméter
km^3 – köbkilométer

$1\ mm^3 < 1\ cm^3 < 1\ dm^3 < 1\ m^3 < 1\ km^3$

Ha nagyobbról váltunk kisebbre, akkor szorzunk
Ha kisebbről váltunk nagyobbra, akkor osztunk

Trükk: Nem muszáj megjegyezni a térfogat átváltás váltószámait, ha tudjuk a hossz átváltás váltószámait, mert egyszerűen csak 3-szor annyi 0 lesz az 1-es mögött térfogatnál, mint hosszúságnál

Pl.:

$1\ m = 1\mathbf{00}\ cm \rightarrow$ **2 db** 0 van az 1-es mögött

$1\ m^3 = 1\ \mathbf{000\ 000}\ cm^3 \rightarrow 3 \cdot 2 =$ **6 db** 0 van az 1-es mögött

Kapcsolat térfogat és űrtartalom között:

$\mathbf{1\ liter = 1\ dm^3}$

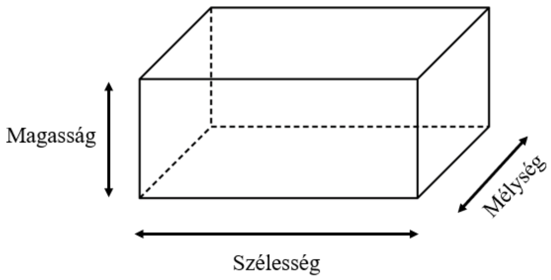
Téglatest

Téglatest esetén egy téglára tudunk gondolni

A téglatest lapjai téglalapok

Az egymással szemben lévő téglalapok ugyanakkorák

Egy téglatestnek 3 mérete van:



- Szélesség (Hosszúság)
- Mélység
- Magasság

Téglatest:

- 6 lapja van (3-féle téglalap)
- 8 csúcsa van
- 12 éle van (3-féle hosszúságú)

Téglatest lapjainak elnevezése:

- Előlap (Első lap) Hátlap (Hátsó lap)
- Alaplap (Alsó lap) Fedőlap (Felső lap)
- Jobb oldali lap (Oldallap) Bal oldali lap (Oldallap)

Kocka

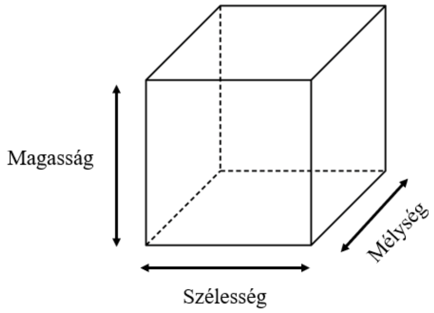
A kocka egy speciális téglatest

A kocka lapjai négyzetek

Minden lapja ugyanakkora

Egy kockának 3 mérete van (Ezek megegyeznek egymással):

- Szélesség (Hosszúság)
- Mélység
- Magasság



Kocka:

- 6 lapja van (Mind a 6 lap ugyanolyan négyzet)
- 8 csúcsa van
- 12 éle van (Minden éle ugyanolyan hosszúságú)

Kocka lapjainak elnevezése:

- Előlap (Első lap) Hátlap (Hátsó lap)
- Alaplap (Alsó lap) Fedőlap (Felső lap)
- Jobb oldali lap (Oldallap) Bal oldali lap (Oldallap)

Felszín

Testek esetén tudunk felszínt számolni

A testek felszíne a lapok területének összege

A lapok legtöbbször téglalapok és négyzetek

Téglalap területét úgy számoljuk ki, hogy a szélességét és a magasságát összeszorozzuk egymással

Négyzetnek is ugyanígy számoljuk ki a területét, csak négyzet esetén a szélesség és a magasság megegyezik egymással

A lapok területének mértékegysége az oldalak mértékegységének négyzete lesz (cm^2, dm^2, m^2…)

Arra figyeljük, hogy ha nem azonos mértékegységben vannak megadva az oldalak, akkor végezzük el az átváltást

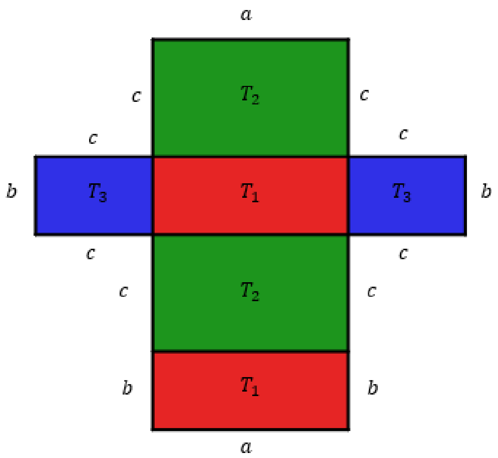
A felszín mértékegysége ugyanolyan lesz, mint a terület mértékegysége (cm^2, dm^2, m^2…)

Ha át kell váltanunk egyik mértékegységről a másikra, akkor ugyanazok a váltószámok érvényesek, mint terület esetén

Érdemesebb a feladat elején a hosszúságokat átváltani a kívánt mértékegységre, mert így nem kell a végén a nehezebb átváltást elvégezni

Felszín jele: $\boldsymbol{A}$ (Area latin (angol) szó miatt)

Téglatest felszíne



Egy téglatestnek 6 téglalap alakú lapja van, felszínét úgy kapjuk meg, hogy a 6 lap területét összeadjuk

Mivel az egymással szemben lévő lapok ugyanakkorák, ezért elegendő 3 különböző lapnak kiszámolni a területét

<u>Téglatest felszíne</u>: $\boldsymbol{A} = T_1 + T_1 + T_2 + T_2 + T_3 + T_3 = \mathbf{2} \cdot \boldsymbol{T_1} + \mathbf{2} \cdot \boldsymbol{T_2} + \mathbf{2} \cdot \boldsymbol{T_3}$

Más alakban: $\boldsymbol{A} = \mathbf{2} \cdot (\boldsymbol{T_1} + \boldsymbol{T_2} + \boldsymbol{T_3})$

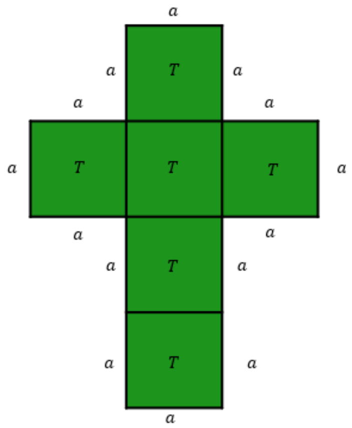
Mindegy, hogy melyik lapokat jelöljük T_1, T_2, T_3-mal

Egy téglatestnek 3 mérete van (Szélesség, mélység, magasság)

A lapok területének kiszámításakor 2-2-t szorzunk össze egymással (3 párosítás)

Ha már profibbak leszünk: $\boldsymbol{A} = \mathbf{2} \cdot (\boldsymbol{a} \cdot \boldsymbol{b} + \boldsymbol{a} \cdot \boldsymbol{c} + \boldsymbol{b} \cdot \boldsymbol{c})$

Kocka felszíne

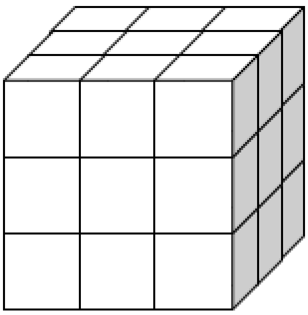


Egy kockának 6 négyzet lapja van, felszínét pedig úgy kapjuk meg, hogy a 6 lap területét összeadjuk

Mivel minden lapja ugyanakkora, ezért elegendő 1 lap területét kiszámolni

<u>**Kocka felszíne**</u>: $\boldsymbol{A} = T + T + T + T + T + T = \mathbf{6} \cdot \boldsymbol{T} = \mathbf{6} \cdot \boldsymbol{a} \cdot \boldsymbol{a}$

Felszín kiskockákkal



A testeket kirakhatjuk kiskockákból vagy téglatestekből is (leggyakrabban kiskockából szoktuk kirakni)

Az ábrán látható nagy kocka $3 \cdot 3 \cdot 3 = 27$ kiskockából van kirakva

Fontos, hogy ilyenkor a felszínt nem úgy számoljuk ki, hogy kiszámoljuk 1 kiskocka felszínét, és azt szorozzuk meg a kiskockák számával

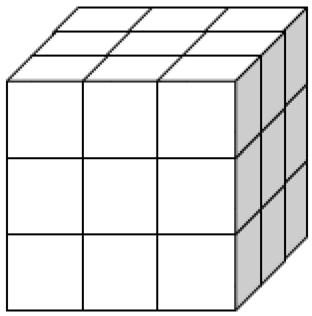
Azért nem így fogunk számolni, mert azokat a lapokat nem számolhatjuk a felszínbe, amik egy másik kiskockához csatlakoznak (amikkel össze vannak ragasztva), ez a módszer csak térfogatnál fog működni

Lépések a felszín kiszámításához:

- Meghatározzuk 1 kiskocka 1 lapjának a területét ($T_{kis} = a \cdot a$)
- Meghatározzuk, hogy a nagy kocka 1 lapja hány kiskockányi lapból áll (Ábrán: 9)
- A kiskocka 1 lapjának területét megszorozzuk a lapok számával, így megkapjuk a nagy kocka 1 lapjának területét (Ábrán: $T_{nagy} = 9 \cdot T_{kis}$)

Ezt beszorozzuk 6-tal (6 ugyanolyan lapja van a nagykockának): $A = 6 \cdot T_{nagy}$

Felszín változása kiskockák elvétele/hozzáadása esetén



Ha a nagyobb testből kiskockákat veszünk el, akkor a felszín **csökkenhet**, **nőhet**, de olyan is van, hogy **nem változik**

Ez attól fog függni, hogy honnan vesszük el a kiskockákat

3 helyről tudunk kiskockákat elvenni:

- Vehetünk el kiskockát a nagy kocka sarkáról (csúcsáról)
- Vehetünk el kiskockát a nagy kocka egy lapjának közepéről
- Vehetünk el kiskockát a nagy kocka egy élének közepéről

Felszín változása ezekben az esetekben:

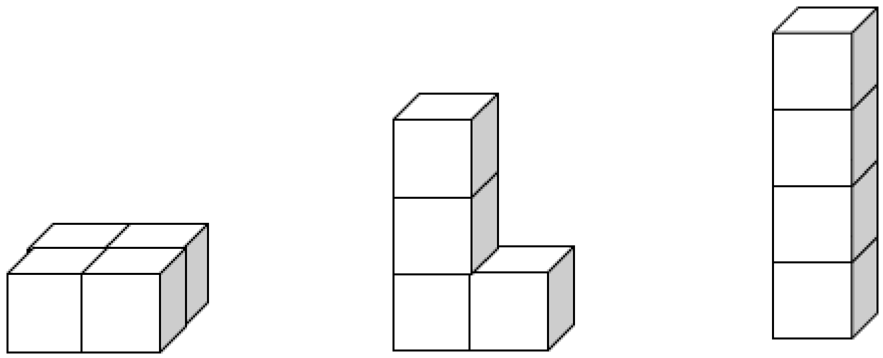
- Ha a nagy kocka sarkáról veszünk el kiskockát, akkor a felszín **nem fog megváltozni**, ugyanis 3 lap el fog tűnni, de 3 pluszba meg fog jelenni (azok a lapok, amik eddig az elvett kocka lapjaihoz csatlakoztak)
- Ha a nagy kocka lapjának közepéről veszünk el 1 kiskockát, akkor a felszín meg fog nőni, ugyanis 1 lap fog eltűnni, viszont 5 lap meg fog jelenni pluszba (azok a lapok, amik eddig az elvett kocka lapjaihoz csatlakoztak), így a test felszíne **4 kiskockányi lappal fog megnőni**
- Ha a nagy kocka élének közepéről veszünk el 1 kiskockát, akkor a felszín meg fog nőni, ugyanis 2 lap fog eltűnni, viszont 4 lap meg fog jelenni pluszba (azok a lapok,

amik eddig az elvett kocka lapjaihoz csatlakoztak), így a test felszíne **2 kiskockányi lappal fog megnőni**

Akkor csökken a felszín, ha például elveszünk több kiskockát is (pl. az első lapot teljesen)

Ha kiskockákat adunk hozzá, akkor általában növekedni fog a felszín, de van olyan eset is, hogy csökken

Felszín kiszámításának módjai



Ha kiskockából nem egy nagyobb kockát, hanem másmilyen testet csináltunk, akkor többféle módon is kiszámolhatjuk a test felszínét

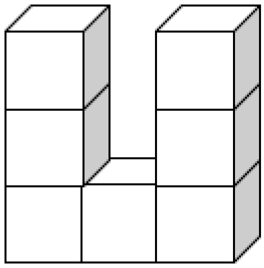
Fontos, hogy ebben az esetben nem mindegy a kockák elhelyezkedése egymáshoz képest

Bármilyen módszerrel is számoljuk ki felszínt, első lépésként meg kell határoznunk 1 kiskocka 1 lapjának a területét

Módszerek:

- Megszámoljuk kiskockánként a lapok számát, ezeket összeadjuk, és megszorozzuk 1 lap területével
- Kiszámoljuk 1 kiskocka felszínét, beszorozzuk a kiskockák számával, és ebből kivonjuk az ”összeragasztott” lapok területét (itt figyelni kell, hogy duplán számoljuk az összeragasztott lapokat)
- Ha a kiskockákból egy szabályos testet kapunk, akkor a testnek meghatározzuk az oldalait, és úgy számoljuk ki a felszínt

Felszín kiszámítása trükk



Ha nagyon bonyolult a kirakott test (6-7-8-9 kiskockából van kirakva), akkor alkalmazhatunk egy trükköt (ha kevesebb kiskockából van kirakva, akkor is alkalmazható)

<u>A trükk</u>: Ugyanazt látjuk elölről, mint hátulról, ugyanazt látjuk jobbról, mint balról, ugyanazt látjuk felülről, mint alulról

Vagyis, ha ránézünk elölről (↗), jobbról (←) és felülről (↓), kiszámoljuk ezekből a nézetekből a lapok területét (vagy a lapok számát), akkor ezt csak meg kell szoroznunk 2-vel

$$\boldsymbol{A = 2 \cdot \left(T_{elöl} + T_{oldal} + T_{felül}\right)}$$

Nem jelent gondot, ha a kockák el vannak csúsztatva egymáshoz képest (ami elöl bemegy, hátul kijön)

Ha ezzel a módszerrel számolunk, akkor nagyon kell figyelni, amikor U alakú alakzattal találkozunk (vagy olyannal, aminek vannak ”belső” lapjai is)

Ilyenkor az összefüggés kiegészül:

$$\boldsymbol{A = 2 \cdot \left(T_{elöl} + T_{oldal} + T_{felül}\right) + T_{rejtett}}$$

Térfogat

Testek esetén tudunk térfogatot számolni

Testek térfogatát különböző módon lehet kiszámolni a különböző testek esetén

Téglatest típusú testeknél (Téglatest, Négyzetes hasáb, Kocka) kiszámoljuk az alaplap területét, és ezt szorozzuk meg a magasággal

Az alaplap négyzet vagy téglalap szokott lenni

Téglalap területét úgy számoljuk ki, hogy a szélességét és a magasságát összeszorozzuk egymással

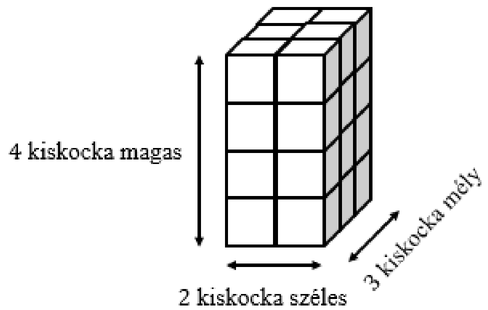
Négyzetnek is ugyanígy számoljuk ki a területét, csak négyzet esetén a szélesség és a magasság megegyezik egymással

Arra figyeljük, hogy ha nem azonos mértékegységben vannak megadva az oldalak, akkor végezzük el az átváltást

A térfogat mértékegysége az oldalak mértékegységének köbe lesz (cm^3, dm^3, m^3...)

Térfogat jele: $\boldsymbol{V}$ (Volumen latin (angol) szó miatt)

Téglatest térfogata



Kiskockákból kirakott téglatest térfogatát (hány kiskockából áll) úgy számoljuk ki, hogy megszámoljuk az egy szinten lévő kiskockák számát, és beszorozzuk a szintek számával (minden szinten ugyanannyi van)

Alsó szint: $2 \cdot 3 = 6$ kiskocka

Szintek száma: 4

Kiskockák száma (térfogat): $4 \cdot 6 = \mathbf{24}$ **kiskocka**

Ezt úgy is megkaphatjuk, ha összeszorozzuk a szélességet, a mélységet és a magasságot:

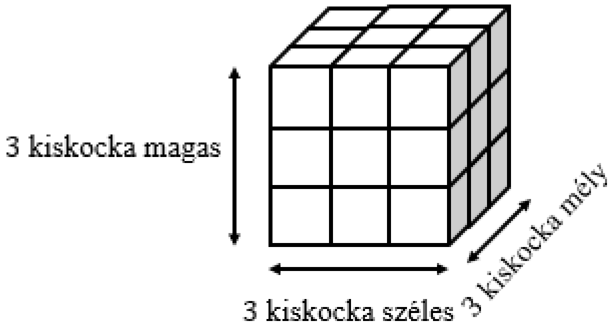
$2 \cdot 3 \cdot 4 = 6 \cdot 4 = \mathbf{24}$

Ezzel a módszerrel fogjuk kiszámolni a téglatest térfogatát is

Téglatest térfogatának képlete szövegesen: $\boldsymbol{V}$ =**Szélesség · Mélység · Magasság**

Téglatest térfogata: $\boldsymbol{V = a \cdot b \cdot c}$

Kocka térfogata



Kiskockákból kirakott kocka térfogatát (hány kiskockából áll) ugyanúgy számoljuk ki, mint a téglatest esetében, vagyis megszámoljuk az egy szinten lévő kiskockák számát, és beszorozzuk a szintek számával (minden szinten ugyanannyi van)

Alsó szint: $3 \cdot 3 = 9$ kiskocka

Szintek száma: 3

Kiskockák száma (térfogat): $3 \cdot 9 = \mathbf{27}$ **kiskocka**

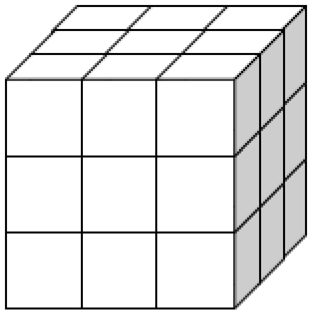
Ezt úgy is megkaphatjuk, ha összeszorozzuk a szélességet, a mélységet és a magasságot:

$3 \cdot 3 \cdot 3 = 9 \cdot 3 = \mathbf{27}$

Ezzel a módszerrel fogjuk kiszámolni a kocka térfogatát is, kocka esetén a szélesség, a mélység és a magasság megegyeznek egymással, tehát a kocka élhosszát fogjuk összeszorozni önmagával 3-szor

Kocka térfogata: $\boldsymbol{V = a \cdot a \cdot a}$

Térfogat kiskockákkal



A testeket kirakhatjuk kiskockákból, vagy téglatestekből is (leggyakrabban kiskockából szoktuk kirakni)

Az ábrán látható nagy kocka $3 \cdot 3 \cdot 3 = 27$ kiskockából van kirakva

Térfogat esetén sokkal könnyebb dolgunk lesz, mint felszín esetén

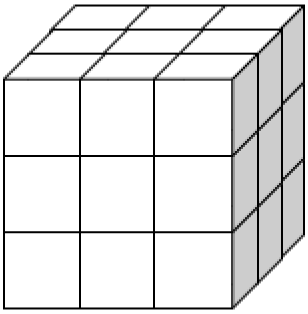
Térfogat esetén kiszámoljuk egy kiskocka térfogatát, és szorozzuk a kiskockák számával

A nagy kocka (vagy test) térfogata nem függ a kiskockák elrendezésétől

Térfogat meghatározásának lépései:

- Meghatározzuk 1 kiskocka térfogatát ($V_{kis} = a \cdot a \cdot a$)
- Megszámoljuk a kiskockák számát (n)
- Egy kiskocka térfogatát beszorozzuk a kiskockák számával: $\boldsymbol{V_{nagy} = n \cdot V_{kis}}$

Térfogat változása kiskockák elvétele/hozzáadása esetén



Térfogat esetén egyszerű lesz a helyzet, amikor a nagy testből kiskockákat veszünk el, vagy adunk hozzá:

- Amennyi kiskockát elvettünk, annyi kiskockányi térfogattal **csökken** a test térfogata
- Amennyi kiskockákat hozzáadtunk, annyi kiskockányi térfogattal **növekszik** a test térfogata

Mindegy, hogy melyik helyről vesszük el a kiskockákat

Ha a sarkáról vesszük el, vagy a lap közepéről, vagy az él közepéről, akkor is 1 kiskockányi térfogattal csökken a test térfogata

Koordináta-rendszer

Más elnevezései: Derékszögű koordináta-rendszer, Descartes-féle koordináta-rendszer

Mire használjuk?

- Pontok ábrázolására
- Egyenesek ábrázolására
- Alakzatok ábrázolására (Háromszög, Négyszögek, Téglalap, Négyzet…)

Részei:

- x tengely: Vízszintes tengely
- y tengely: Függőleges tengely
- Origó: x és y tengelyek metszéspontja (ez a $(0;0)$ pont)

Pontok megadása a koordináta-rendszerben: x és y koordináták segítségével: $(x;y)$

Az első koordináta mindig az x koordináta (ennyit megyünk vízszintesen az origótól)

- Pozitív szám esetén **jobbra** $(\rightarrow)$, negatív szám esetén **balra** $(\leftarrow)$

A második koordináta mindig az y koordináta (ennyit megyünk függőlegesen az origótól)

- Pozitív szám esetén **felfelé** $(\uparrow)$, negatív szám esetén **lefelé** $(\downarrow)$

Koordináták elválasztása: Pontosvesszővel (;), vagy vesszővel (,)

Pontok bejelölése: Jobbra/Balra és Fel/Le lépkedéssel, vagy koordinátákhoz ugrással

Sorozatok

A sorozat egy olyan rendezett minta, amelyben egy szabály szerint ismétlődnek az elemek

Sorozatok esetén mindig az az első lépés, hogy megtaláljuk a sorozat szabályát, vagyis, hogy milyen szabály alapján és hány elem ismétlődik

Ezt úgy tudjuk megtenni, hogy ugyanolyan elemet keresünk a sorozat tagjai között, mint az 1. elem

Az elemek lehetnek:

- Alakzatok (Négyzet, Kör, Háromszög, Trapéz, Téglalap …)
- Számok (0246802468…)
- Betűk (MATEKMATEKMATEK…)
- Színek (Piros, Kék, Zöld, Piros, Kék, Zöld …)
- Alakzatok nagysága (Nagy négyzet, Közepes négyzet, Kis négyzet, Nagy négyzet, Közepes négyzet, Kis négyzet …)

Mikre kérdezhet rá a feladat szövege?

- Rákérdezhet valamelyik sorszámú elemre (Pl.: A sorozat 32. tagja milyen alakzat lesz?)
- Rákérdezhet arra, hogy az első valahány elem között hány elem lesz egy bizonyos elemből (Pl.: Az első 26 tag között hány háromszög lesz?)
- Rákérdezhet arra, hogy a valahányadik sorszámú bizonyos elem a sorozat hányadik tagja lesz (Pl.: A 12. négyzet a sorozat hányadik tagja lesz?)
- Rákérdezhet arra, hogy az ismétlődő elemek hányszor fognak ismétlődni (Pl.: Hányszor ismétlődik a négyzet, kör, háromszög hármas a 17. elemig bezárólag?)

Sorozatok tagjainak meghatározása

Adott az alábbi sorozat:

A sorozat későbbi tagjait többféleképpen is meg tudjuk határozni:

- Ha kis sorszámú tagról van szó (max. $15.$ tagig), akkor rajzolással is meghatározhatjuk az adott tagot
- Ha közepes sorszámú tagról van szó (15-$100.$ tagig), akkor szorzótábla és ugrálás segítségével meg tudjuk határozni az adott tagot
- A ”csomagunk” (ami ismétlődik) utolsó tagjának (jelen esetben a háromszögnek) sorozatbeli sorszáma mindig osztható lesz azzal a számmal, ahány elem ismétlődik (jelen esetben 3-mal)
- Tehát, ha kíváncsiak vagyunk pl. a $26.$ tagra, akkor tudjuk, hogy a 3-mal osztható sorszámú elemek háromszögek lesznek, vagyis a 3-as szorzótáblán fogunk lépkedni, amíg el nem jutunk az adott tagig: $3,\ 6,\ 9,\ 12,\ 15,\ 18,\ 21,\ 24$, tehát a $24.$ tag háromszög lesz, a $25.$-nél újraindul a ”csomag”, a $25.$ tag négyzet lesz, a $26.$ tag pedig kör lesz (vagy csinálhattuk volna azt is, hogy a $27.$ tag háromszög lesz, a $26.$ tag pont előtte van, a háromszög előtt kör van, így is kijön)
- Ennél a módszernél nem muszáj végig lépkedni a szorzótáblát (pl. nagyobb számok esetén), elég, ha találunk egy olyan nagyobb számot, amiről tudjuk, hogy osztható az adott számmal (Pl.: Ha a $43.$ tag lenne a kérdés, akkor tudjuk, hogy a 30 osztható 3-mal, és elég a 30 után 3-asával lépkedni: $30,\ 33,\ 36,\ 39,\ 42 \rightarrow$ a $43.$ tag négyzet lesz)
- Ha nagy (vagyis 100-nál nagyobb) sorszámú tagról van szó, akkor írásbeli osztás segítségével tudjuk meghatározni az adott tagot az osztási maradék segítségével (ha közepes sorszámú tagról van szó, akkor is alkalmazható a módszer)

Az írásbeli osztás végeredménye azt adja meg, hogy a ”csomagunk” hányszor ismétlődik, a maradék pedig azt, hogy az adott tag melyik lesz a sorozat tagjai közül:

- Ha 0 a maradék, akkor olyan lesz, mint a ”csomagunk” utolsó tagja
- Ha 1 a maradék, akkor olyan lesz, mint a ”csomagunk” első tagja
- Ha 2 a maradék, akkor olyan lesz, mint a ”csomagunk” második tagja

Pl.: Kíváncsiak vagyunk a $2024.$ tagra: $2024 : 3 = \mathbf{674},\ \ \textbf{Maradék}: \mathbf{2} \rightarrow$ Ez azt jelenti, hogy a ”csomagunk” **674-szer** ismétlődik, és bár elkezdi a $675.$ ismétlődést, azt már nem fogja tudni befejezni, mert már csak $\mathbf{2}$ alakzat van hátra, ami egy négyzet és egy kör, tehát a **2024. tag kör lesz**

Ha nem vagyunk biztosak a maradékokba, akkor nézzük meg az osztást kis számokkal

Pl.: $4 : 3 = \mathbf{1},\ \ \textbf{Maradék}: \mathbf{1} \rightarrow$ Az ábrán látjuk, hogy a $4.$ tag négyzet, valamint az első tag is négyzet, tehát az **1-es maradék négyzetet jelent**

Kombinált sorozatok

Kombinált sorozatokról akkor beszélünk, ha nemcsak 1, hanem 2 (vagy több) tulajdonság ismétlődik

- Leggyakrabban ez a 2 tulajdonság az alak és a szín, de lehet alak és nagyság, vagy valami teljesen más is
- Első lépés ebben az esetben is az, hogy meghatározzuk a 2 tulajdonság szabályait, vagyis, hogy hányasával ismétlődnek
- A feladat ilyenkor rákérdezhet külön az egyik tulajdonságra (pl.: alak), vagy a másik tulajdonságra (pl.: szín), de rákérdezhet a 2 tulajdonságra együtt is (pl.: Milyen színű és alakú a sorozat 23. tagja?)
- Ha a feladat a 2 tulajdonságra együtt kérdez rá, akkor kétféle módon lehet gondolkozni:

➢ Meghatározzuk a kérdéses tag egyik tulajdonságát, ezután meghatározzuk a kérdéses tag másik tulajdonságát

➢ A 2 tulajdonságot ”összemixeljük”, és így egy lépésben meg tudjuk határozni a kérdéses tag mind a két tulajdonságát

- ”Összemixelés”: Elkezdjük felrajzolni a sorozat tagjait, amíg ugyanolyan tagot nem kapunk, mint az 1. tag, így megkapjuk, hogy a két tulajdonság együttesen hogy fog ismétlődni
- Esetek:

➢ Ha mind a két tulajdonság ugyanannyi tagonként ismétlődik (Pl.: Az alak 3-asával ismétlődik és a szín is 3-asával ismétlődik), akkor nagyon könnyű dolgunk van, mert a két tulajdonság együttesen is ugyanannyi tagonként fog ismétlődni (3-asával az előző példa esetén)

➢ Ha a két tulajdonság nem ugyanannyi tagonként ismétlődik (Pl.: Az alak 3-asával ismétlődik, a szín pedig 2-esével), akkor a két tulajdonság együtt a két szám szorzatával fog ismétlődni ($3 \cdot 2 = 6$-osával az előző példa esetén)

- ”Összemixelést” abban az esetben alkalmazhatjuk, ha az egyik tulajdonság 2-esével, a másik pedig 3-asával ismétlődik, ha az egyik tulajdonság 3-asával ismétlődik a másik tulajdonság 4-esével, vagy 5-ösével, akkor együttesen 12-esével ($3 \cdot 4$), illetve 15-ösével ($3 \cdot 5$) fognak ismétlődni, így elég sok tagot kellene megrajzolnunk

Tömeg mérése

Tömeg:

$1\ dkg = 10\ g$

$1\ kg = 100\ dkg = 1000\ g$

$1\ q = 100\ kg$

$1\ t = 1000\ kg = 10\ q$

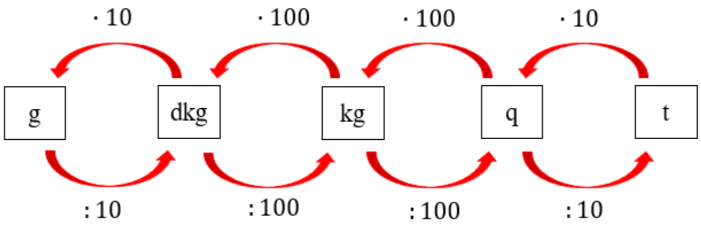
g – gramm

dkg – dekagramm

kg – kilogramm

q – mázsa

t – tonna



$1\ g < 1\ dkg < 1\ kg < 1\ q < 1\ t$

Ha nagyobbról váltunk kisebbre, akkor szorzunk

Ha kisebbről váltunk nagyobbra, akkor osztunk

Űrtartalom mérése

Űrtartalom:

$1\ cl = 10\ ml$

$1\ dl = 10\ cl = 100\ ml$

$1\ l = 10\ dl = 100\ cl = 1000\ ml$

$1\ hl = 100\ l = 1000\ dl$

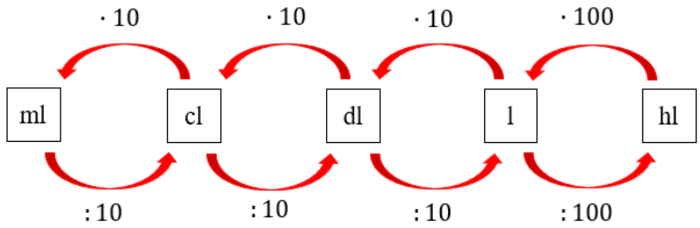
ml – milliliter

cl – centiliter

dl – deciliter

l – liter

hl – hektoliter



$1\ ml < 1\ cl < 1\ dl < 1\ l < 1\ hl$

Ha nagyobból váltunk kisebbre, akkor szorzunk

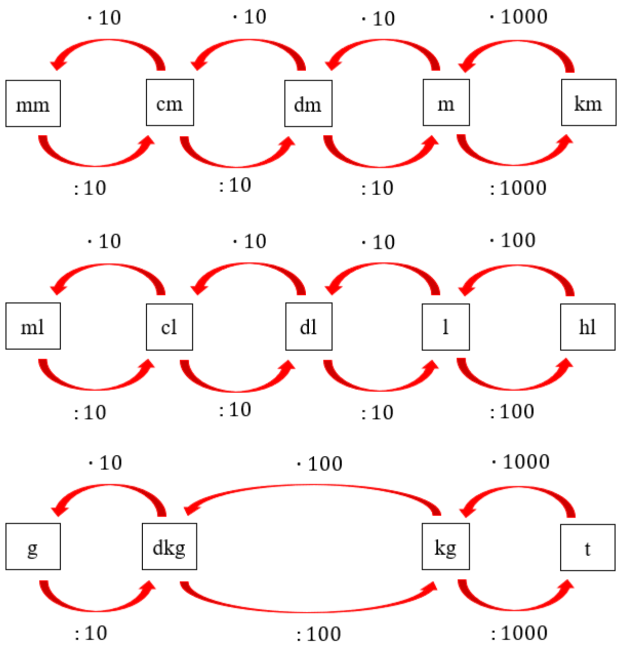
Ha kisebbről váltunk nagyobbra, akkor osztunk

Mértékegység átváltások összehasonlítása

Hosszúság

Űrtartalom

Tömeg



mm – Milliméter
cm – Centiméter
dm – Deciméter
m – Méter
km – Kilométer

ml – Milliliter
cl – Centiliter
dl – Deciliter
l – Liter
hl – Hektoliter

g – Gramm
dkg – Dekagramm
kg – Kilogramm
t – Tonna

Idő mérése

Idő:

$1\ min = 60\ s$

$1\ h = 60\ min = 3600\ s$

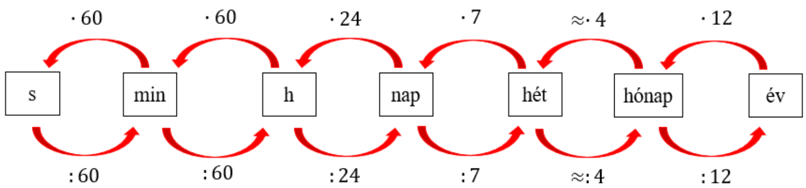
$1\ nap = 24\ h$

$1\ hét = 7\ nap$

$1\ hónap \approx 4\ hét \approx 30 - 31\ nap$

$1\ év = 12\ hónap = 52\ hét \approx 365\ nap$

s – másodperc (second)
min – perc (minute)
h – óra (hour)



1 s < 1 min < 1 h < 1 nap < 1 hét < 1 hónap < 1 év

Ha nagyobbról váltunk kisebbre, akkor szorzunk
Ha kisebbről váltunk nagyobbra, akkor osztunk

Műveletek idővel

Összeadás és kivonás

Idővel leggyakrabban összeadás és kivonás műveletek szoktunk elvégezni

Tipikusan az utazásos, menetrendes feladatok esetén adunk össze időket, vagy vonjuk ki őket egymásból

Ilyenkor 3 dolog szerepel a táblázatban (vagy a feladat szövegében):

- Indulás (Kezdés)
- Érkezés (Végzés)
- Utazás hossza (Menetidő)

A 3 dologból 2 van megadva és a 3. dolgot kell kiszámolnunk:

- Ha adott az indulás ideje és az utazás hossza, akkor az érkezés idejét úgy kapjuk meg, hogy az induláshoz **hozzáadjuk** az utazás hosszát
- Ha adott az indulás ideje és az érkezés ideje, akkor az út hosszát úgy kapjuk meg, hogy az érkezés idejéből **kivonjuk** az indulás idejét
- Ha adott az érkezés ideje és az utazás hossza, akkor az indulás idejét úgy kapjuk meg, hogy az érkezés idejéből **kivonjuk** az utazás hosszát

Az összeadást és a kivonást is úgy végezzük el, hogy elvégezzük a megfelelő műveletet az órákkal és a percekkel is

Két eset lehetséges:

- Szerencsés eset: Ha a percek összege nem nagyobb, mint 60, vagy ha a kivonásnál az a perc a nagyobb, amiből kivonjuk a másikat
- Szerencsétlen eset: Ha a percek összege nagyobb, mint 60, vagy ha a kivonásnál az a perc a kisebb, amiből kivonjuk a másikat

Összeadásnál a kapott 60-nál nagyobb összeget felbontjuk 60 és egy másik szám összegére, a 60 percet átváltjuk 1 órára, és hozzáadjuk az órák összegéhez (vagy ha nagyobb számokról van szó, akkor több órára váltjuk át)

Kivonásnál a kisebbítendő órából elveszünk 1 órát, azt átváltjuk 60 percre, és hozzáadjuk a kisebbítendő perchez, utána végezzük el a kivonást

Szorzás és osztás

Szorzás és osztás műveleteket idővel ritkán szoktunk elvégezni, ha el is kell végeznünk, akkor az mindig az idő hosszára (menetidő) vonatkozik, sosem az indulási vagy érkezési időre

Szorzást és osztást is kétféleképpen lehet elvégezni:

- Az órát és a percet is külön-külön megszorozzuk/elosztjuk az adott számmal (ez osztás esetén ritkán alkalmazható)
- Átváltjuk az óra:perc formátumban megadott időt percre, majd ezt a számot szorozzuk, vagy osztjuk el azzal a számmal, amivel kell, a végén visszaválthatjuk az eredményt óra:perc formátumra (ha szeretnénk)

Szorzás esetén, ha a perc és a szám szorzata nagyobb, mint 60, akkor átváltjuk egész órára vagy órákra

Osztás esetén, ha az óra nem osztható az osztóval, az nem feltétlenül jelenti azt, hogy nem fogunk szép eredményt kapni, lehet, hogy ha átváltjuk percre és úgy osztunk, akkor szép végeredményt kapunk

Arányosságok

Egyenes arányosság

Ahányszorosára **növeljük** (↑) az egyik mennyiséget, ugyanannyiszorosára fog **növekedni** (↑) a másik mennyiség

Ahányadrészére **csökkentjük** (↓) az egyik mennyiséget, ugyanannyiadrészére fog **csökkeni** (↓) a másik mennyiség

Egyenes arányosság esetén, ha elosztjuk egymással az egymáshoz tartozó értékeket, mindig ugyanazt a számot fogjuk kapni

Fordított arányosság

Ahányszorosára **növeljük** (↑) az egyik mennyiséget, ugyanannyiadrészére fog **csökkeni** (↓) a másik mennyiség

Ahányadrészére **csökkentjük** (↓) az egyik mennyiséget, ugyanannyiszorosára fog **növekedni** (↑) a másik mennyiség

Fordított arányosság esetén a számpárok szorzat állandó

Diagramok

Az adatokat meg lehet adni táblázatos formában, valamint diagram segítségével is

Miért alkalmazunk diagramokat?

- Azért, hogy átláthatóbb legyen, ne a táblázatban kelljen keresgélni a legkisebb/legnagyobb értéket, hanem ránézésre meg tudjuk mondani
- Nyomon tudjuk követni a változásokat (hőmérséklet esetén látjuk, hogy melyik nap nőtt, illetve melyik nap csökkent a hőmérséklet)

Milyen diagramokkal találkozhatunk?

- Oszlopdiagram (leggyakoribb)
- Vonaldiagram
- Pontdiagram
- Kördiagram
- Egyéb diagramok, kombinált diagramok

Diagramok esetén nagyon fontos a feliratozás, ha csinálunk egy diagramot mindig figyeljünk rá, hogy ezek meglegyenek:

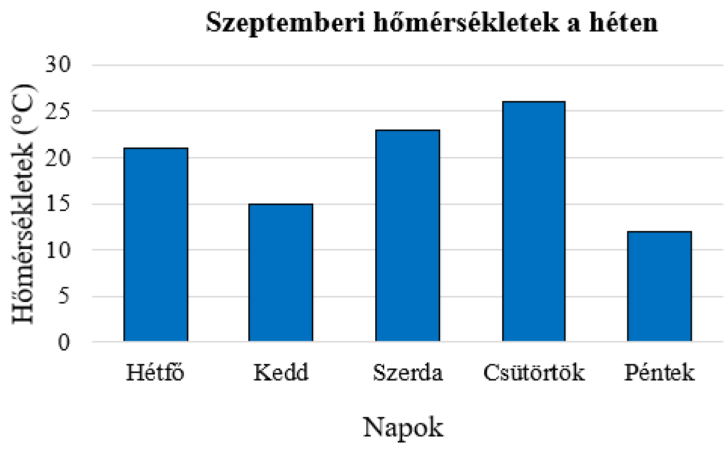
- Diagram cím (opcionális)
- Tengely feliratok (ha van értelme)
- Tengely feliratok mértékegysége (ha van)
- Jelmagyarázat (ha szükséges)

Az osztást mindig megfelelően válasszuk meg, nézzük meg a legnagyobb és legkisebb adatot, amit ábrázolnunk kell

Az osztások lehetnek 1-esével, 2-esével, 5-ösével, 10-esével, 20-asával, 50-esével, 100-asával …

Az osztásoknak nem muszáj mindig 0-ról indulnia, indulhat egy bizonyos értéktől is (pl.: Magasság)

Oszlopdiagram



Oszlopdiagram esetén van egy vízszintes és egy függőleges tengely

A vízszintes tengelyen lehetnek: Számok (Jegyek), Idő (Napok, hónapok, évek, dátumok), Nevek (5 barát neve)

A tengelyekhez mindig írunk megnevezést és mértékegységet (vagy csak mértékegységet)

A függőleges tengelyen számok szoktak lenni, legtöbbször darabszám, de lehet más is (Magasság, testsúly, pénz, hőmérséklet…)

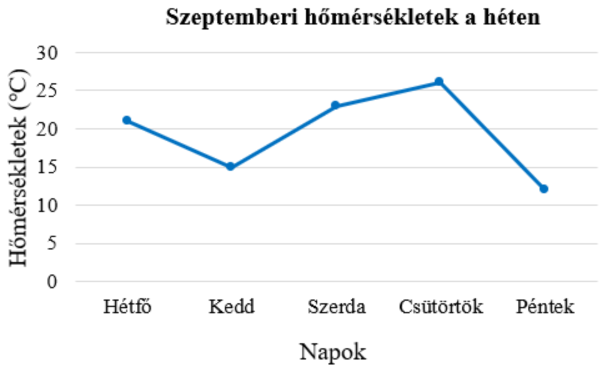
A tengelyeket fel lehet cserélni egymással, ezt akkor szoktuk megtenni, ha nagyobb és kisebb adatok is vannak, és a sima oszlopdiagramon nem férne ki rendesen (Fektetett oszlopdiagram)

Az oszlopok között ki szoktunk hagyni egy kis helyet (Ha nem hagyjuk ki, akkor hisztogramnak nevezzük, ami ugyanolyan, mint az oszlopdiagram, csak más a neve)

Oszlopdiagramon ábrázolhatunk több dolgot is egyszerre (pl.: több osztály, fiúk és lányok), ilyenkor fontos, hogy legyen jelmagyarázat is a diagram mellett, valamint egyértelmű legyen az oszlopok színezése/mintázata

Az oszlop színezése ilyenkor lehet: fehér, szürke, fekete, színes, pöttyös, sraffozott (csíkos)

Vonaldiagram



Az oszlopdiagramhoz hasonló a felépítése (Tengelyek, adatok elrendezése)

Vonaldiagram esetén is van egy vízszintes és egy függőleges tengely

A vízszintes tengelyen általában idő (Napok, hónapok, évek, dátumok) szerepel

A tengelyekhez mindig írunk megnevezést és mértékegységet (vagy csak mértékegységet)

A függőleges tengelyen olyan mennyiségek szerepelnek, amik nem csak egész számok lehetnek (Hőmérséklet, sebesség, megtett út)

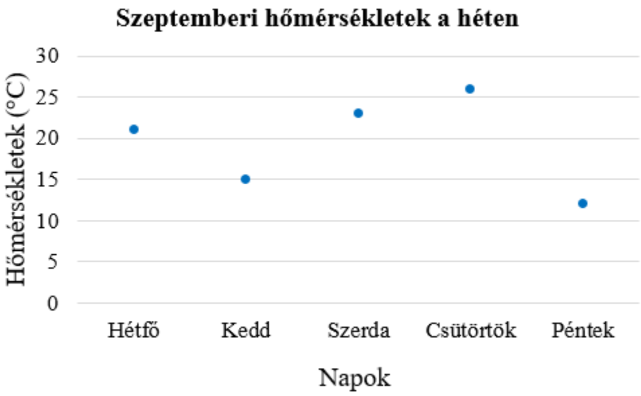
A tengelyeket **<u>nem</u>** lehet felcserélni egymással

Vonaldiagramon ábrázolhatunk több dolgot is egyszerre, ilyenkor fontos, hogy legyen jelmagyarázat is a diagram mellett, valamint egyértelmű legyen a vonalak színezése

A vonalakat ilyenkor különböző színekkel szoktuk jelölni: Piros, kék, zöld, sárga …

Jelölhetjük őket folytonos, szaggatott, pontozott vonalakkal is

Pontdiagram



A vonaldiagram megadható pontdiagramként, de az nem lesz annyira látványos

Pontdiagram esetén a pontok (pl.: Hőmérsékletnél a mérési pontok) nincsenek összekötve úgy, mint vonaldiagram esetén

Az oszlopdiagramhoz és vonaldiagramhoz hasonló a felépítése (Tengelyek, adatok elrendezése)

Pontdiagram esetén is van egy vízszintes és egy függőleges tengely

A vízszintes tengelyen általában idő (Napok, hónapok, évek, dátumok) szerepel

Tengelyekhez mindig írunk megnevezést és mértékegységet (vagy csak mértékegységet)

A függőleges tengelyen olyan mennyiségek szerepelnek, amik nem csak egész számok lehetnek (Hőmérséklet, sebesség, megtett út)

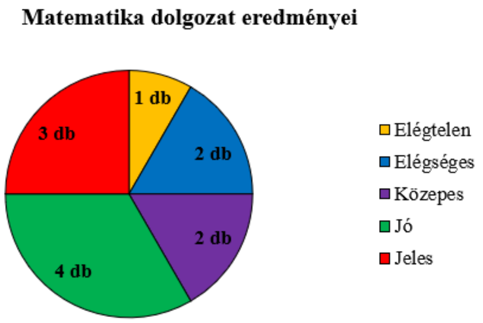
A tengelyeket **nem** lehet cserélni egymással

Pontdiagramon ábrázolhatunk több dolgot is egyszerre, ilyenkor fontos, hogy legyen jelmagyarázat is a diagram mellett, valamint egyértelmű legyen a magyarázat

A pontokat ilyenkor különböző színekkel szoktuk jelölni: Piros, kék, zöld…

Jelölhetjük őket különböző formával is: Teli pont, belül üres pont, x, négyzet

Kördiagram (tortadiagram)



A kördiagram teljesen más, mint a korábbi diagramok (nincsnek tengelyek)

Ugyanolyan típusú adatokat ábrázolhatunk kördiagramon, mint oszlopdiagramon (pl.: Jegyek)

Kördiagramon nem az adatok nagyságát, hanem az adatok egymáshoz képesti arányát szemléltethetjük

A kördiagramon ábrázolt adatokat megadhatjuk % segítségével, vagy a szeletek középponti szögével, vagy osztások segítségével is:

- A teljes kör 100%-nak felel meg
- A teljes kör 360°-nak felel meg
- A teljes kört feloszthatjuk 4, 5, 6, 7, 8… részre, ez mindig az adatok nagyságától fog függni

Ha két adat azonos értékű, akkor ugyanakkorák lesznek a tortaszeleteik is

Kördiagramon egyszerre csak egy dolgot ábrázolhatunk (Ha osztályokról van szó, akkor egyszerre vagy csak az egyik osztályt ábrázolhatjuk, vagy a teljes évfolyamot)

A körszeleteket különböző színekkel szoktuk jelölni: Piros, kék, zöld, sárga …

Átlag

Mire jó?

- Tudni fogjuk segítségével az év végi jegyünket, vagy ki tudjuk számolni, hogy hány 5-öst kell még kapni az év végi jobb jegy eléréséhez
- Sporteseményeknél tudni fogjuk hány gólra/pontra számíthatunk

Példák átlagra:

- Jegyek
- Hőmérséklet
- Magasság, kor
- Pénz
- Sportesemények (Gólok száma, gólpasszok száma, pontok száma (kosárlabda), lepattanók száma)
- Sport (szeretnénk lefutni/leúszni/letekerni valamennyi távolságot, ki tudjuk számolni, hogy naponta/hetente mennyit kell megtennünk)
- Könyvolvasás
- Sorozatnézés

Hogy fogunk átlagot számolni?

- Az adatok összegét elosztjuk az adatok számával
- **Átlag=Adatok összege**:**Adatok száma**
- Először összeadjuk az adatokat, utána megszámoljuk, hogy hány adat volt, és a kettőt elosztjuk egymással

Átlag trükk

Milyen számok közé esik az átlag? Hogy tudjuk magunkat ellenőrizni?

- Az átlag mindig a legkisebb és a legnagyobb adat közé fog esni, sosem lehet kisebb a legkisebb adattól és sosem lehet nagyobb a legnagyobb adattól
- Ha csak 2-es, 3-as, 4-es jegyeket kaptunk, akkor az átlagunk nem lehet sem 2-esnél kisebb, sem 4-esnél nagyobb
- Ezt az ellenőrzést minden átlagszámítás után el kell végezni (ránézésre)

Hogy tudjuk még magunkat ellenőrizni?

- Az átlag általában a legkisebb és a legnagyobb szám között nagyjából félúton lesz, de ez nem mindig van így
- Akkor lesz a legkisebb és a legnagyobb adat között nagyjából félúton, ha az adatok egyenletesek (nagyjából ugyanolyan távolságra vannak egymástól) és nincsenek nagyon kiugró értékek

Átlag típusai

Kétféle átlag típust különböztetünk meg:

- **Hagyományos átlag**: Az adatok fel vannak sorolva, azokat kell összeadni és elosztani az adatok számával
- **”Osztályzat típusú” átlag**: Amikor meg van adva, hogy melyik osztályzatból mennyi született, és az átlagot kell kiszámolnunk (osztályzat helyett lehet magasság vagy testsúly is, amik darabszámokkal vannak megadva)

”Osztályzat típusú” átlag esetén az adatok típusai is számok lesznek (Hagyományos átlag esetén nevek szoktak lenni, vagy napok, vagy más időszakok)

”Osztályzat típusú” átlag **adatainak összege**: Úgy számoljuk ki, hogy az adatokat (osztályzatok) összeszorozzuk az adatok számával (osztályzatok számával), és ezeket összeadjuk

”Osztályzat típusú” átlag **adatainak száma**: A darabszámok összege

Ha ezek megvannak, akkor ugyanúgy elosztjuk egymással a 2-t

Lehetetlen, lehetséges, de nem biztos, biztos

Ennél a feladattípusnál állítások vannak megfogalmazva, ezekről kell eldönteni, hogy lehetetlen, lehetséges, de nem biztos, vagy biztos

Lehetetlen: Olyan esemény, ami semmilyen körülmények között nem fordulhat elő

Pl.: Egy szabályos dobókockával 7-est dobunk → **Lehetetlen**, mert 1-6-ig vannak rajta számok

Lehetséges, de nem biztos: Olyan esemény, ami lehet igaz is (előfordulhat) és lehet hamis is (nem fordul elő)

Pl.: Egy szabályos dobókockával páros számot dobunk → **Lehetséges, de nem biztos**, mert dobhatunk 2-t, 4-et, 6-ot (páros számok), de dobhatunk 1-et, 3-at, vagy 5-öt is (páratlan számok)

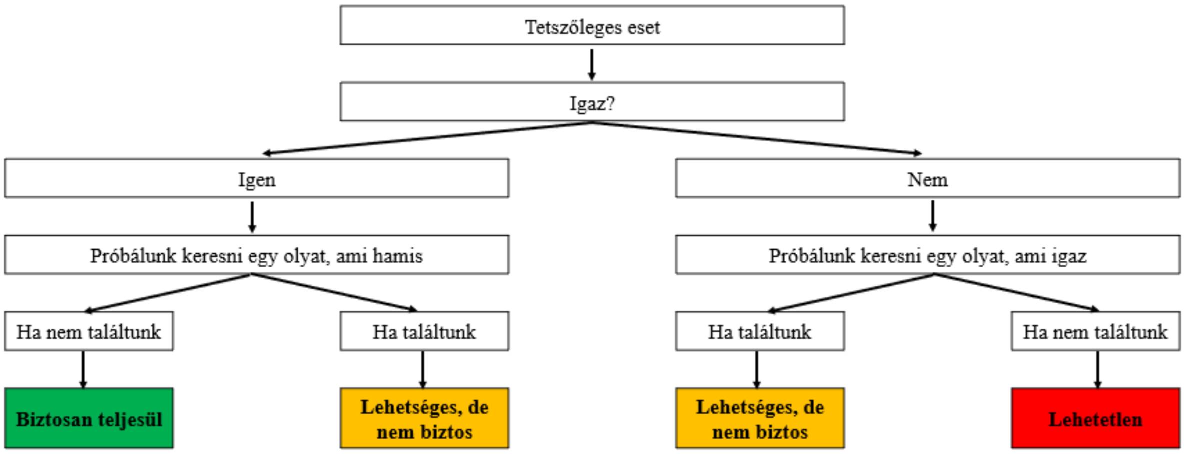
Biztos: Olyan esemény, ami minden körülmény között bekövetkezik

Pl.: Egy szabályos dobókockával egyjegyű számot dobunk → **Biztos**, mert 1-6-ig vannak rajta számok, nem dobhatunk kétjegyű vagy háromjegyű számokat

Hogy oldjuk meg az ilyen típusú feladatokat?

- Kiválasztunk egy tetszőleges megoldást/esetet, ami számunkra szimpatikus
- Megnézzük, hogy erre a megoldásra/esetre teljesül-e az állítás:
- Ha teljesül, próbálunk találni egy olyat, amire nem teljesül, és ha sikerül ilyet találni, akkor **Lehetséges de nem biztos**, de ha nem sikerül ilyet találni, akkor **Biztosan teljesül**
- Ha nem teljesül, próbálunk találni egy olyat, amire teljesül, és ha sikerül ilyet találni, akkor **Lehetséges de nem biztos**, de ha nem sikerül ilyet találni, akkor **Lehetetlen**

Ahhoz, hogy az állítás **Lehetséges, de nem biztos** legyen, elegendő egy példát találni, amire teljesül, és egy ellenpéldát, amire nem teljesül, ha ezek megvannak, nem kell tovább keresgélni



Tetszőleges eset
Igaz?
Igen
Nem
Próbálunk keresni egy olyat, ami hamis
Próbálunk keresni egy olyat, ami igaz
Ha nem találtunk
Ha találtunk
Ha találtunk
Ha nem találtunk
Biztosan teljesül
Lehetséges, de nem biztos
Lehetséges, de nem biztos
Lehetetlen