Hosszúság mérése

Hossz:

$1\ cm = 10\ mm$

$1\ dm = 10\ cm = 100\ mm$

$1\ m = 10\ dm = 100\ cm = 1000\ mm$

$1\ km = 1000\ m$

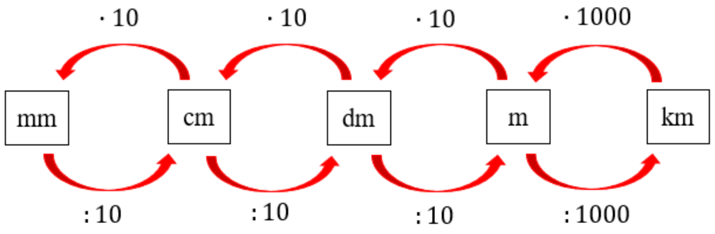
mm – milliméter

cm – centiméter

dm – deciméter

m – méter

km – kilométer



$1\ mm \quad < \quad 1\ cm \quad < \quad 1\ dm \quad < \quad 1\ m \quad < \quad 1\ km$

Ha nagyobbról váltunk kisebbre, akkor szorzunk

Ha kisebbről váltunk nagyobbra, akkor osztunk

Kerület és terület

Kerület

Kerület esetén a kerítésre gondoljunk mindig

Kerület megadja egy alakzat oldalai hosszának összegét

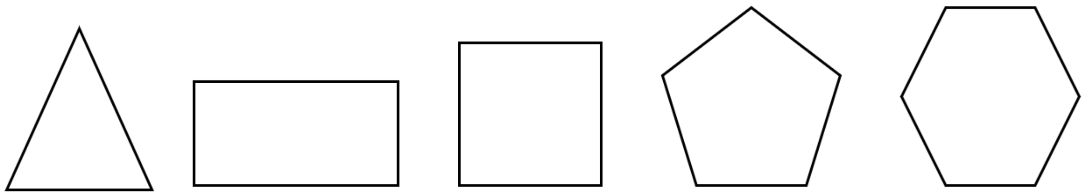
Ha ismerjük az alakzat összes oldalának a hosszát, akkor bármilyen fura is az alakzat ki tudjuk számolni a kerületét

Kerület jele: K

Kerület mértékegysége kezdetben: Egység (négyzetrácsos lap egy négyzetének oldala 1 egység)

Kerület mértékegysége későbbiekben: Megegyezik az oldalak mértékegységével (Ha az oldalak mértékgyesége méter, akkor a kerületé is méter, ha az oldalak mértékegysége deciméter, akkor a kerületé is deciméter…)

Pár alakzat, amiknek meg tudjuk határozni a kerületét:



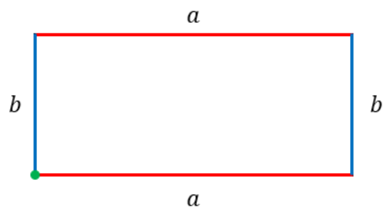
Téglalap kerülete

A téglalap egy négyszög → 4 oldala van

Téglalap szemközti oldalai egyenlő hosszúak

Legyen a téglalap szélessége a

Legyen a téglalap magassága b



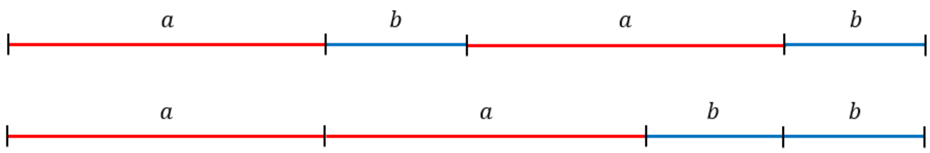
Téglalap kerületének kiszámítása

$\boldsymbol{K = a + b + a + b}$

$\boldsymbol{K = 2a + 2b}$

$\boldsymbol{K = 2 \cdot (a + b)}$

Kerület:

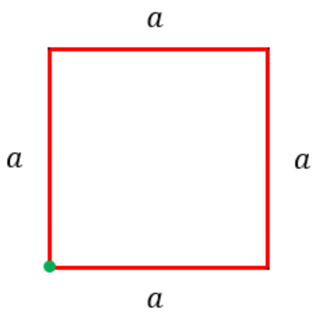


Négyzet kerülete

A négyzet egy négyszög → 4 oldala van

Négyzet mind a 4 oldala egyenlő hosszú

Legyen a négyzet oldala a

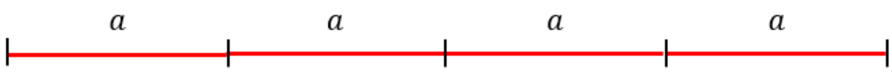


Négyzet kerületének kiszámítása

$\boldsymbol{K = a + a + a + a}$

$\boldsymbol{K = 4a}$

Kerület:



Terület

Terület esetén a telekre gondoljunk mindig

Terület megadja az alakzat belsejében lévő rész nagyságát

Terület jele: T

Terület mértékegysége kezdetben: Négyzetegység, területegység (négyzetrácsos lap egy négyzete)

Terület mértékegysége későbbiekben: Megegyezik az oldalak mértékegységének négyzetével (Ha az oldalak mértékgyesége méter, akkor a területé négyzetméter (m^2), ha az oldalak mértékegysége deciméter, akkor a területé négyzetdeciméter $(dm^2)\dots$)

Területet általában nehezebb számolni, mint kerületet

Olyan alakzatok területét tudjuk kiszámolni (kezdetben), amiket kis négyzetekből lehet kirakni

Téglalap területe

A téglalap egy négyszög → 4 oldala van

Téglalap szemközti oldalai egyenlő hosszúak

Legyen a téglalap szélessége 5 egység

Legyen a téglalap magassága 3 egység

Téglalap területét mindig úgy számoljuk ki, hogy megszámoljuk, hogy hány egység széles, hány egység magas és a kettőt összeszorozzuk egymással

$T = szélesség \cdot magasság$

$\boldsymbol{T = a \cdot b}$

Négyzet területe

A négyzet egy négyszög → 4 oldala van

Négyzet mind a 4 oldala egyenlő hosszú

Legyen a négyzetoldala 3 egység

Négyzet területét ugyanúgy számoljuk ki, mint téglalap területét, csak négyzetnél a szélesség és magasság megegyezik egymással

$T = szélesség \cdot magasság$

$\boldsymbol{T = a \cdot a}$

Terület mérése

Minek határozhatjuk meg a területét?

- Síkidomoknak és sokszögeknek (Kör, Háromszög, Téglalap, Négyzet …)
- Testek lapjainak

Területmérésnél az 1 egység oldalú négyzet területe 1 területegység lesz

Ha mértékegységgel adjuk meg, akkor a terület mértékegysége a mértékegység négyzete lesz

Ha a négyzet oldala 1 cm, akkor a területe 1 cm^2 lesz

Terület:

$1\ cm^2 = 100\ mm^2$

$1\ dm^2 = 100\ cm^2 = 10\ 000\ mm^2$

$1\ m^2 = 100\ dm^2 = 10\ 000\ cm^2$

$1\ km^2 = 1\ 000\ 000\ m^2$

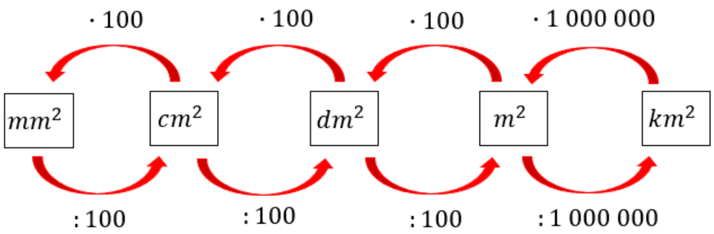
mm^2 – négyzetmilliméter

cm^2 – négyzetcentiméter

dm^2 – négyzetdeciméter

m^2 – négyzetméter

km^2 – négyzetkilométer



$1\ mm^2 < 1\ cm^2 < 1\ dm^2 < 1\ m^2 < 1\ km^2$

Ha nagyobbról váltunk kisebbre, akkor szorzunk

Ha kisebbről váltunk nagyobbra, akkor osztunk

Trükk: Nem muszáj megjegyezni a terület átváltás váltószámait, ha tudjuk a hossz átváltás váltószámait, mert mindig 2-szer annyi 0 van az 1-es mögött területnél, mint hosszúságnál

Pl.:

$1\ m = 1\mathbf{00}\ cm \rightarrow$ **2 db** 0 van az 1-es mögött

$1\ m^2 = 1\mathbf{0\ 000}\ cm^2 \rightarrow 2 \cdot 2 =$ **4 db** 0 van az 1-es mögött

Térfogat mérése

Minek határozhatjuk meg a térfogatát?

- Testeknek (Téglatest, Kocka, Négyzetes hasáb, Hasábok, Henger…)

Térfogat mérésénél az 1 egység oldalú kocka térfogata 1 térfogategység lesz

Ha mértékegységgel adjuk meg, akkor a térfogat a mértékegység köbe lesz

Ha a kocka éle 1 cm, akkor a térfogata 1 cm^3 lesz

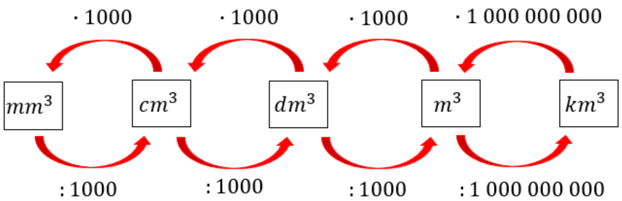
Térfogat:

$1\ cm^3 = 1000\ mm^3$

$1\ dm^3 = 1000\ cm^3 = 1\,000\,000\ mm^3$

$1\ m^3 = 1000\ dm^3 = 1\,000\,000\ cm^3$

$1\ km^3 = 1\,000\,000\,000\ m^3$



mm^3 – köbmilliméter

cm^3 – köbcentiméter

dm^3 – köbdeciméter

m^3 – köbméter

km^3 – köbkilométer

$1\ mm^3 \quad < \quad 1\ cm^3 \quad < \quad 1\ dm^3 \quad < \quad 1\ m^3 \quad < \quad 1\ km^3$

Ha nagyobbról váltunk kisebbre, akkor szorzunk

Ha kisebbről váltunk nagyobbra, akkor osztunk

Trükk: Nem muszáj megjegyezni a térfogat átváltás váltószámait, ha tudjuk a hossz átváltás váltószámait, mert egyszerűen csak 3-szor annyi 0 lesz az 1-es mögött térfogatnál, mint hosszúságnál

Pl.:

$1\ m = 1\mathbf{00}\ cm \rightarrow$ **2 db** 0 van az 1-es mögött

$1\ m^3 = 1\ \mathbf{000\ 000}\ cm^3 \rightarrow 3 \cdot 2 =$ **6 db** 0 van az 1-es mögött

Kapcsolat térfogat és űrtartalom között:

$$\mathbf{1\ liter = 1\ dm^3}$$

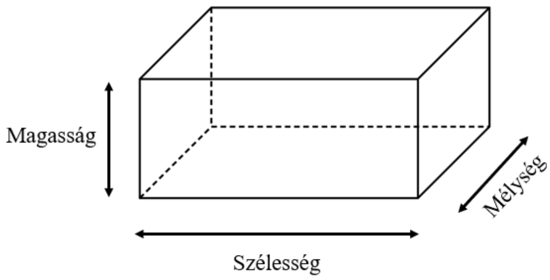
Téglatest

Téglatest esetén egy téglára tudunk gondolni

A téglatest lapjai téglalapok

Az egymással szemben lévő téglalapok ugyanakkorák

Egy téglatestnek 3 mérete van:



- Szélesség (Hosszúság)
- Mélység
- Magasság

Téglatest:

- 6 lapja van (3-féle téglalap)
- 8 csúcsa van
- 12 éle van (3-féle hosszúságú)

Téglatest lapjainak elnevezése:

➢ Előlap (Első lap)	Hátlap (Hátsó lap)
➢ Alaplap (Alsó lap)	Fedőlap (Felső lap)
➢ Jobb oldali lap (Oldallap)	Bal oldali lap (Oldallap)

Kocka

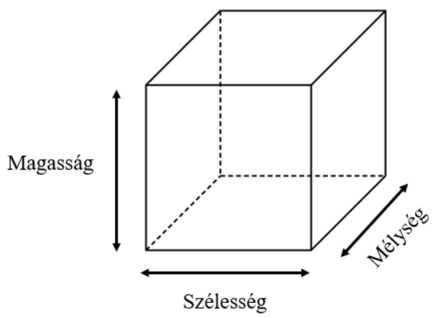
A kocka egy speciális téglatest

A kocka lapjai négyzetek

Minden lapja ugyanakkora

Egy kockának 3 mérete van (Ezek megegyeznek egymással):

- Szélesség (Hosszúság)
- Mélység
- Magasság



Kocka:

- 6 lapja van (Mind a 6 lap ugyanolyan négyzet)
- 8 csúcsa van
- 12 éle van (Minden éle ugyanolyan hosszúságú)

Kocka lapjainak elnevezése:

- Előlap (Első lap) Hátlap (Hátsó lap)
- Alaplap (Alsó lap) Fedőlap (Felső lap)
- Jobb oldali lap (Oldallap) Bal oldali lap (Oldallap)

Felszín

Testek esetén tudunk felszínt számolni

A testek felszíne a lapok területének összege

A lapok legtöbbször téglalapok és négyzetek

Téglalap területét úgy számoljuk ki, hogy a szélességét és a magasságát összeszorozzuk egymással

Négyzetnek is ugyanígy számoljuk ki a területét, csak négyzet esetén a szélesség és a magasság megegyezik egymással

A lapok területének mértékegysége az oldalak mértékegységének négyzete lesz (cm^2, dm^2, m^2…)

Arra figyeljük, hogy ha nem azonos mértékegységben vannak megadva az oldalak, akkor végezzük el az átváltást

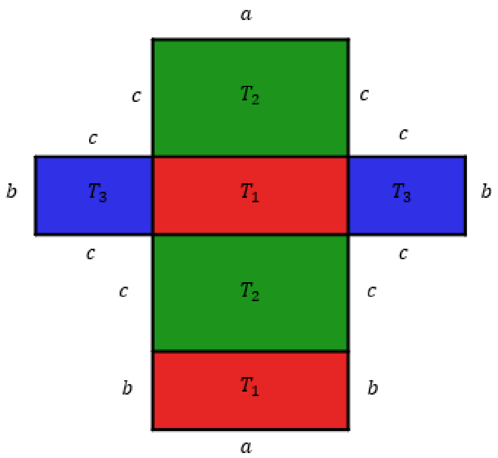
A felszín mértékegysége ugyanolyan lesz, mint a terület mértékegysége (cm^2, dm^2, m^2…)

Ha át kell váltanunk egyik mértékegységről a másikra, akkor ugyanazok a váltószámok érvényesek, mint terület esetén

Érdemesebb a feladat elején a hosszúságokat átváltani a kívánt mértékegységre, mert így nem kell a végén a nehezebb átváltást elvégezni

Felszín jele: $\boldsymbol{A}$ (Area latin (angol) szó miatt)

Téglatest felszíne



Egy téglatestnek 6 téglalap alakú lapja van, felszínét úgy kapjuk meg, hogy a 6 lap területét összeadjuk

Mivel az egymással szemben lévő lapok ugyanakkorák, ezért elegendő 3 különböző lapnak kiszámolni a területét

Téglatest felszíne: $\boldsymbol{A} = T_1 + T_1 + T_2 + T_2 + T_3 + T_3 = \mathbf{2} \cdot \boldsymbol{T_1} + \mathbf{2} \cdot \boldsymbol{T_2} + \mathbf{2} \cdot \boldsymbol{T_3}$

Más alakban: $\boldsymbol{A} = \mathbf{2} \cdot (\boldsymbol{T_1} + \boldsymbol{T_2} + \boldsymbol{T_3})$

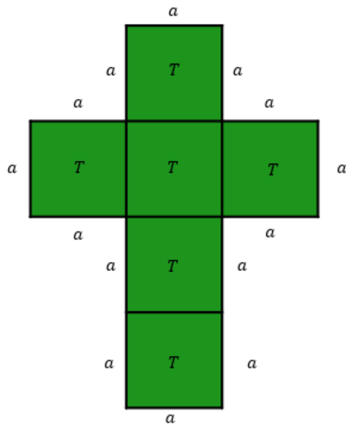
Mindegy, hogy melyik lapokat jelöljük T_1, T_2, T_3-mal

Egy téglatestnek 3 mérete van (Szélesség, mélység, magasság)

A lapok területének kiszámításakor 2-2-t szorzunk össze egymással (3 párosítás)

Ha már profibbak leszünk: $\boldsymbol{A} = \mathbf{2} \cdot (\boldsymbol{a} \cdot \boldsymbol{b} + \boldsymbol{a} \cdot \boldsymbol{c} + \boldsymbol{b} \cdot \boldsymbol{c})$

Kocka felszíne

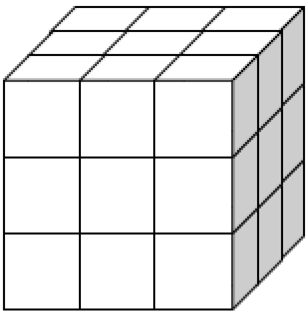


Egy kockának 6 négyzet lapja van, felszínét pedig úgy kapjuk meg, hogy a 6 lap területét összeadjuk

Mivel minden lapja ugyanakkora, ezért elegendő 1 lap területét kiszámolni

<u>Kocka felszíne</u>: $\boldsymbol{A} = T + T + T + T + T + T = \boldsymbol{6 \cdot T} = \boldsymbol{6 \cdot a \cdot a}$

Felszín kiskockákkal



A testeket kirakhatjuk kiskockákból vagy téglatestekből is (leggyakrabban kiskockából szoktuk kirakni)

Az ábrán látható nagy kocka $3 \cdot 3 \cdot 3 = 27$ kiskockából van kirakva

Fontos, hogy ilyenkor a felszínt nem úgy számoljuk ki, hogy kiszámoljuk 1 kiskocka felszínét, és azt szorozzuk meg a kiskockák számával

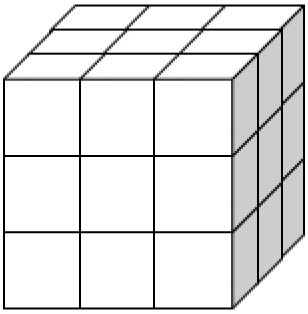
Azért nem így fogunk számolni, mert azokat a lapokat nem számolhatjuk a felszínbe, amik egy másik kiskockához csatlakoznak (amikkel össze vannak ragasztva), ez a módszer csak térfogatnál fog működni

Lépések a felszín kiszámításához:

- Meghatározzuk 1 kiskocka 1 lapjának a területét ($T_{kis} = a \cdot a$)
- Meghatározzuk, hogy a nagy kocka 1 lapja hány kiskockányi lapból áll (Ábrán: 9)
- A kiskocka 1 lapjának területét megszorozzuk a lapok számával, így megkapjuk a nagy kocka 1 lapjának területét (Ábrán: $T_{nagy} = 9 \cdot T_{kis}$)

Ezt beszorozzuk 6-tal (6 ugyanolyan lapja van a nagykockának): $A = 6 \cdot T_{nagy}$

Felszín változása kiskockák elvétele/hozzáadása esetén



Ha a nagyobb testből kiskockákat veszünk el, akkor a felszín **csökkenhet**, **nőhet**, de olyan is van, hogy **nem változik**

Ez attól fog függni, hogy honnan vesszük el a kiskockákat

3 helyről tudunk kiskockákat elvenni:

- Vehetünk el kiskockát a nagy kocka sarkáról (csúcsáról)
- Vehetünk el kiskockát a nagy kocka egy lapjának közepéről
- Vehetünk el kiskockát a nagy kocka egy élének közepéről

Felszín változása ezekben az esetekben:

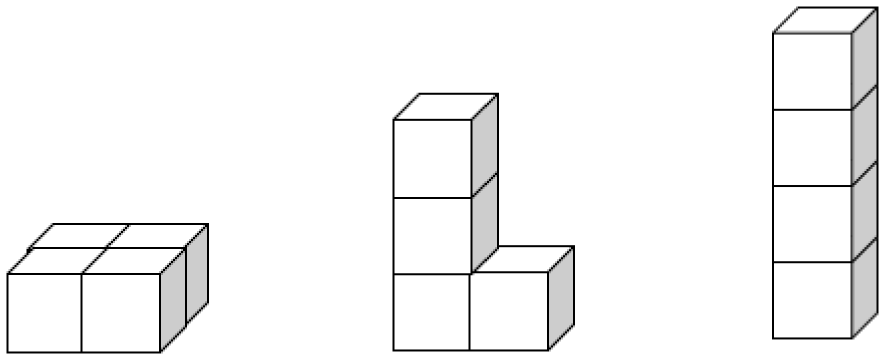
- Ha a nagy kocka sarkáról veszünk el kiskockát, akkor a felszín **nem fog megváltozni**, ugyanis 3 lap el fog tűnni, de 3 pluszba meg fog jelenni (azok a lapok, amik eddig az elvett kocka lapjaihoz csatlakoztak)
- Ha a nagy kocka lapjának közepéről veszünk el 1 kiskockát, akkor a felszín meg fog nőni, ugyanis 1 lap fog eltűnni, viszont 5 lap meg fog jelenni pluszba (azok a lapok, amik eddig az elvett kocka lapjaihoz csatlakoztak), így a test felszíne **4 kiskockányi lappal fog megnőni**
- Ha a nagy kocka élének közepéről veszünk el 1 kiskockát, akkor a felszín meg fog nőni, ugyanis 2 lap fog eltűnni, viszont 4 lap meg fog jelenni pluszba (azok a lapok,

amik eddig az elvett kocka lapjaihoz csatlakoztak), így a test felszíne **2 kiskockányi lappal fog megnőni**

Akkor csökken a felszín, ha például elveszünk több kiskockát is (pl. az első lapot teljesen)

Ha kiskockákat adunk hozzá, akkor általában növekedni fog a felszín, de van olyan eset is, hogy csökken

Felszín kiszámításának módjai



Ha kiskockából nem egy nagyobb kockát, hanem másmilyen testet csináltunk, akkor többféle módon is kiszámolhatjuk a test felszínét

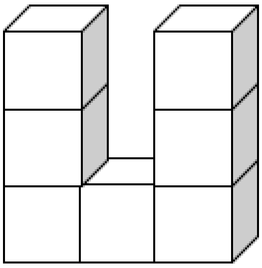
Fontos, hogy ebben az esetben nem mindegy a kockák elhelyezkedése egymáshoz képest

Bármilyen módszerrel is számoljuk ki felszínt, első lépésként meg kell határoznunk 1 kiskocka 1 lapjának a területét

Módszerek:

- Megszámoljuk kiskockánként a lapok számát, ezeket összeadjuk, és megszorozzuk 1 lap területével
- Kiszámoljuk 1 kiskocka felszínét, beszorozzuk a kiskockák számával, és ebből kivonjuk az ”összeragasztott” lapok területét (itt figyelni kell, hogy duplán számoljuk az összeragasztott lapokat)
- Ha a kiskockákból egy szabályos testet kapunk, akkor a testnek meghatározzuk az oldalait, és úgy számoljuk ki a felszínt

Felszín kiszámítása trükk



Ha nagyon bonyolult a kirakott test (6-7-8-9 kiskockából van kirakva), akkor alkalmazhatunk egy trükköt (ha kevesebb kiskockából van kirakva, akkor is alkalmazható)

<u>A trükk</u>: Ugyanazt látjuk elölről, mint hátulról, ugyanazt látjuk jobbról, mint balról, ugyanazt látjuk felülről, mint alulról

Vagyis, ha ránézünk elölről (↗), jobbról (←) és felülről (↓), kiszámoljuk ezekből a nézetekből a lapok területét (vagy a lapok számát), akkor ezt csak meg kell szoroznunk 2-vel

$$\boldsymbol{A = 2 \cdot \left(T_{elöl} + T_{oldal} + T_{felül}\right)}$$

Nem jelent gondot, ha a kockák el vannak csúsztatva egymáshoz képest (ami elöl bemegy, hátul kijön)

Ha ezzel a módszerrel számolunk, akkor nagyon kell figyelni, amikor U alakú alakzattal találkozunk (vagy olyannal, aminek vannak ”belső” lapjai is)

Ilyenkor az összefüggés kiegészül:

$$\boldsymbol{A = 2 \cdot \left(T_{elöl} + T_{oldal} + T_{felül}\right) + T_{rejtett}}$$

Térfogat

Testek esetén tudunk térfogatot számolni

Testek térfogatát különböző módon lehet kiszámolni a különböző testek esetén

Téglatest típusú testeknél (Téglatest, Négyzetes hasáb, Kocka) kiszámoljuk az alaplap területét, és ezt szorozzuk meg a magasággal

Az alaplap négyzet vagy téglalap szokott lenni

Téglalap területét úgy számoljuk ki, hogy a szélességét és a magasságát összeszorozzuk egymással

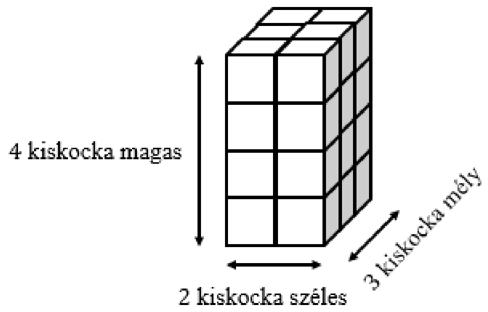
Négyzetnek is ugyanígy számoljuk ki a területét, csak négyzet esetén a szélesség és a magasság megegyezik egymással

Arra figyeljük, hogy ha nem azonos mértékegységben vannak megadva az oldalak, akkor végezzük el az átváltást

A térfogat mértékegysége az oldalak mértékegységének köbe lesz ($cm^3,\ dm^3,\ m^3 \ldots$)

Térfogat jele: $\boldsymbol{V}$ (Volumen latin (angol) szó miatt)

Téglatest térfogata



Kiskockákból kirakott téglatest térfogatát (hány kiskockából áll) úgy számoljuk ki, hogy megszámoljuk az egy szinten lévő kiskockák számát, és beszorozzuk a szintek számával (minden szinten ugyanannyi van)

Alsó szint: $2 \cdot 3 = 6$ kiskocka

Szintek száma: 4

Kiskockák száma (térfogat): $4 \cdot 6 = \mathbf{24}$ **kiskocka**

Ezt úgy is megkaphatjuk, ha összeszorozzuk a szélességet, a mélységet és a magasságot:

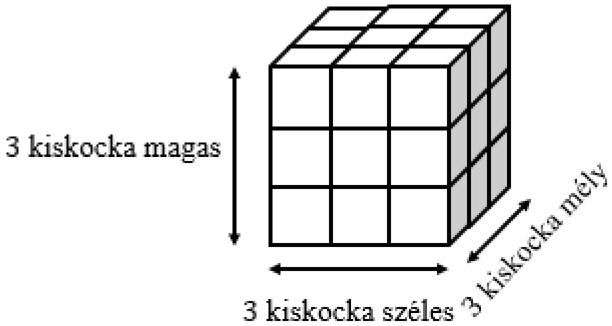
$2 \cdot 3 \cdot 4 = 6 \cdot 4 = \mathbf{24}$

Ezzel a módszerrel fogjuk kiszámolni a téglatest térfogatát is

Téglatest térfogatának képlete szövegesen: $\boldsymbol{V}$ =**Szélesség · Mélység · Magasság**

Téglatest térfogata: $\boldsymbol{V = a \cdot b \cdot c}$

Kocka térfogata



Kiskockákból kirakott kocka térfogatát (hány kiskockából áll) ugyanúgy számoljuk ki, mint a téglatest esetében, vagyis megszámoljuk az egy szinten lévő kiskockák számát, és beszorozzuk a szintek számával (minden szinten ugyanannyi van)

Alsó szint: $3 \cdot 3 = 9$ kiskocka

Szintek száma: 3

Kiskockák száma (térfogat): $3 \cdot 9 = \mathbf{27}$ **kiskocka**

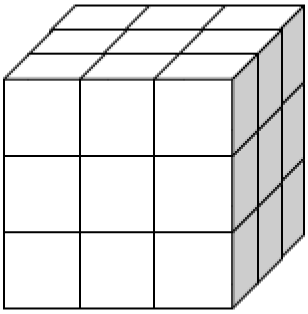
Ezt úgy is megkaphatjuk, ha összeszorozzuk a szélességet, a mélységet és a magasságot:

$3 \cdot 3 \cdot 3 = 9 \cdot 3 = \mathbf{27}$

Ezzel a módszerrel fogjuk kiszámolni a kocka térfogatát is, kocka esetén a szélesség, a mélység és a magasság megegyeznek egymással, tehát a kocka élhosszát fogjuk összeszorozni önmagával 3-szor

Kocka térfogata: $\boldsymbol{V = a \cdot a \cdot a}$

Térfogat kiskockákkal



A testeket kirakhatjuk kiskockákból, vagy téglatestekből is (leggyakrabban kiskockából szoktuk kirakni)

Az ábrán látható nagy kocka $3 \cdot 3 \cdot 3 = 27$ kiskockából van kirakva

Térfogat esetén sokkal könnyebb dolgunk lesz, mint felszín esetén

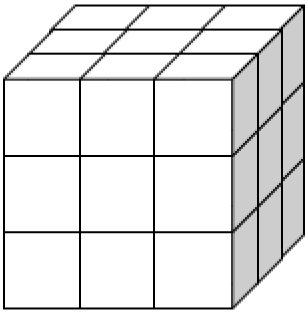
Térfogat esetén kiszámoljuk egy kiskocka térfogatát, és szorozzuk a kiskockák számával

A nagy kocka (vagy test) térfogata nem függ a kiskockák elrendezésétől

Térfogat meghatározásának lépései:

- Meghatározzuk 1 kiskocka térfogatát ($V_{kis} = a \cdot a \cdot a$)
- Megszámoljuk a kiskockák számát (n)
- Egy kiskocka térfogatát beszorozzuk a kiskockák számával: $\boldsymbol{V_{nagy} = n \cdot V_{kis}}$

Térfogat változása kiskockák elvétele/hozzáadása esetén



Térfogat esetén egyszerű lesz a helyzet, amikor a nagy testből kiskockákat veszünk el, vagy adunk hozzá:

- Amennyi kiskockát elvettünk, annyi kiskockányi térfogattal **csökken** a test térfogata
- Amennyi kiskockákat hozzáadtunk, annyi kiskockányi térfogattal **növekszik** a test térfogata

Mindegy, hogy melyik helyről vesszük el a kiskockákat

Ha a sarkáról vesszük el, vagy a lap közepéről, vagy az él közepéről, akkor is 1 kiskockányi térfogattal csökken a test térfogata