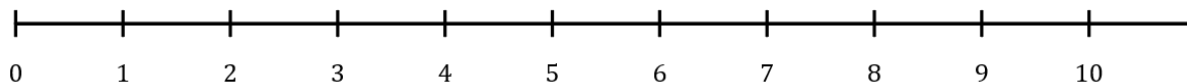


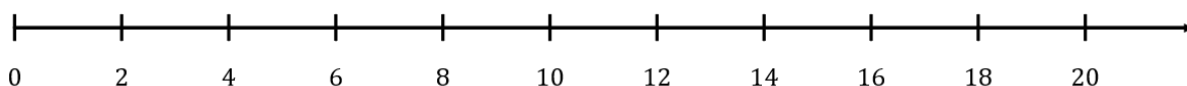
Műveletek

Számegyenes

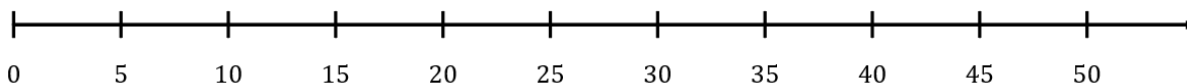
Számegyenes 10-ig



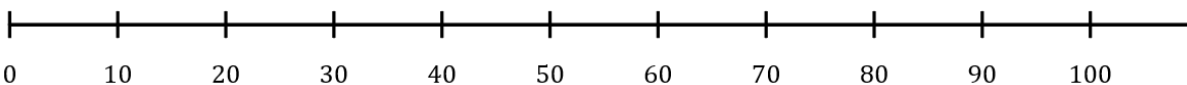
Számegyenes 2-esével 20-ig



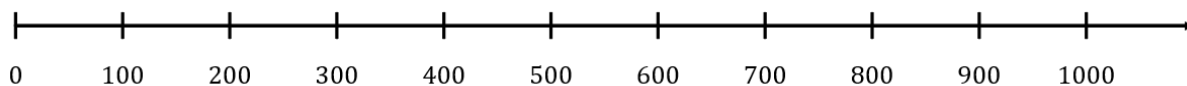
Számegyenes 5-ösével 50-ig



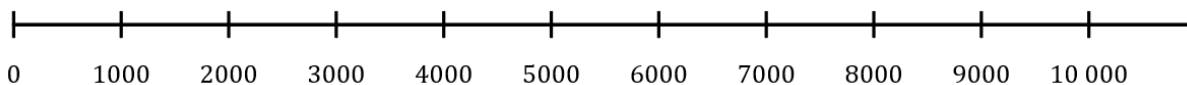
Számegyenes 10-esével 100-ig



Számegyenes 100-asával 1000-ig



Számegyenes 1000-esével 10 000-ig



Számok szomszédai

Egyes szomszédok

- Számok kisebb szomszédja a szám előtti szám, nagyobb szomszédja pedig a szám utáni szám lesz
- Szomszéd helyett használhatjuk az egyes szomszéd szót is

Páros szomszédok

- Számok kisebb páros szomszédja a szám előtti páros szám, nagyobb páros szomszédja pedig a szám utáni páros szám lesz
- Ha páratlan szám páros szomszédjaira vagyunk kíváncsiak, akkor nincs semmi különbség a szomszédjaihoz képest
- Ha páros szám páros szomszédjaira vagyunk kíváncsiak, akkor a páros szám előtti, illetve utáni páros számok lesznek azok

Páratlan szomszédok

- Számok kisebb páratlan szomszédja a szám előtti páratlan szám, nagyobb páratlan szomszédja pedig a szám utáni páratlan szám lesz
- Ha páros szám páratlan szomszédjaira vagyunk kíváncsiak, akkor nincs semmi különbség a szomszédjaihoz képest
- Ha páratlan szám páratlan szomszédjaira vagyunk kíváncsiak, akkor a páratlan szám előtti, illetve utáni páratlan számok lesznek azok

Tízes szomszédok

- Számok Kisebb ezres szomszédja az a szám, ami számtól kisebb, 0-ra végződik és a számhoz legközelebb van
- Számok Nagyobb ezres szomszédja az a szám, ami számtól nagyobb, 0-ra végződik és a számhoz legközelebb van
- Kisebb ezres szomszédnál (ha a szám nem 0-ra végződik) csak az egyes helyén álló számot ki kell cserélni 0-ra
- Nagyobb ezres szomszédnál pedig a Kisebb ezres szomszéd tízes helyi értékén álló számjegyet kell 1-gyel megnövelni
- Ha a szám 0-ra végződik, akkor a Kisebb ezres szomszédnál a tízes helyi értéken álló számjegyet 1-gyel csökkentjük, Nagyobb ezres szomszédnál, pedig 1-gyel növeljük

Százas szomszédok

- Számok kisebb százas szomszédja az a szám, ami számtól kisebb, 00-ra végződik és a számhoz legközelebb van

- Számok nagyobb százask szomszédja az a szám, ami számtól nagyobb, 00-ra végződik és a számhoz legközelebb van
- Kisebb százask szomszédnál (ha a szám nem 00-ra végződik) csak az egyes és tízes helyén álló számokat ki kell cserélni 00-ra
- Nagyobb százask szomszédnál pedig a kisebb százask szomszéd százask helyi értékén álló számjegyet kell 1-gyel megnövelni
- Ha a szám 00-ra végződik, akkor a kisebb százask szomszédnál a százask helyi értékén álló számjegyet 1-gyel csökkentjük, nagyobb százask szomszédnál, pedig 1-gyel növeljük

Ezres szomszédok

- Számok kisebb ezres szomszédja az a szám, ami számtól kisebb, 000-ra végződik és a számhoz legközelebb van
- Számok nagyobb ezres szomszédja az a szám, ami számtól nagyobb, 000-ra végződik és a számhoz legközelebb van
- Kisebb ezres szomszédnál (ha a szám nem 000-ra végződik) csak a százask, tízes és egyes helyén álló számokat ki kell cserélni 000-ra
- Nagyobb ezres szomszédnál pedig a kisebb ezres szomszéd ezres helyi értékén álló számjegyet kell 1-gyel megnövelni
- Ha a szám 000-ra végződik, akkor a kisebb ezres szomszédnál az ezres helyi értékén álló számjegyet 1-gyel csökkentjük, nagyobb ezres szomszédnál, pedig 1-gyel növeljük

Kerekítés

Tízesre kerekítés

- Tízesre kerekítésnél megkeressük a szám kisebb, illetve nagyobb tízes szomszédjait, és eldöntjük a kettő közül melyikhez van közelebb
- Két tízes szomszéd között fél úton lévő szám mindig az 5 lesz (Fél út: Ami ugyanolyan távol van az egyiktől, mint a másiktól)
- Ha az egyes helyén 1, 2, 3, 4 számok szerepelnek akkor **lefelé** (↓) kerekítünk
- Ha az egyes helyén 5, 6, 7, 8, 9 számok szerepelnek akkor **felfelé** (↑) kerekítünk

- Ha az egyes helyén 0 szerepel akkor a szám és a tízesre kerekített értéke megegyezik

Százásra kerekítés

- Százásra kerekítésnél megkeressük a szám kisebb, illetve nagyobb százás szomszédjait, és eldöntjük a kettő közül melyikhez van közelebb
- Két százás szomszéd között fél úton lévő szám mindig az 50 lesz (Fél út: Ami ugyanolyan távol van az egyiktől, mint a másiktól)
- Ha a tízes helyén 0, 1, 2, 3, 4 számok szerepelnek akkor **lefelé** (↓) kerekítünk (Ha az utolsó két szám 01 – 49)
- Ha a tízes helyén 5, 6, 7, 8, 9 számok szerepelnek akkor **felfelé** (↑) kerekítünk (Ha az utolsó két szám 50 – 99)
- Ha az utolsó két helyen 00 szerepel akkor a szám és a százásra kerekített értéke megegyezik

Ezresre kerekítés

- Ezresre kerekítésnél megkeressük a szám kisebb, illetve nagyobb ezres szomszédjait, és eldöntjük a kettő közül melyikhez van közelebb
- Két ezres szomszéd között fél úton lévő szám mindig az 500 lesz (Fél út: Ami ugyanolyan távol van az egyiktől, mint a másiktól)
- Ha a százás helyén 0, 1, 2, 3, 4 számok szerepelnek akkor **lefelé** (↓) kerekítünk (Ha az utolsó három szám 001 – 499)
- Ha a százás helyén 5, 6, 7, 8, 9 számok szerepelnek akkor **felfelé** (↑) kerekítünk (Ha az utolsó három szám 500 – 999)
- Ha az utolsó három helyen 000 szerepel akkor a szám és az ezresre kerekített értéke megegyezik

Helyi érték

Egyes és tízes helyi érték

$$\begin{array}{c} \text{tízes} \quad \text{egyes} \\ \swarrow \quad \searrow \\ 15 = 10 + 5 \end{array}$$

Egyes, tízes és százás helyi érték

$$\begin{array}{c} \text{százás} \\ \swarrow \quad \searrow \\ \text{tízes} \quad \text{egyes} \\ 145 = 100 + 40 + 5 \end{array}$$

Egyes, tízes, százás és ezres helyi érték

$$\begin{array}{c} \text{ezres} \quad \text{százás} \\ \swarrow \quad \searrow \\ \text{tízes} \quad \text{egyes} \\ 1145 = 1000 + 100 + 40 + 5 \end{array}$$

Műveletek elnevezése

Összeadás

$$\begin{array}{ccc} \text{PLUSZ} & & \text{ÖSSZEG} \\ \downarrow & & \downarrow \\ 13 + 22 = 35 \\ \uparrow \quad \uparrow & & \\ \text{TAGOK (ÖSSZEADANDÓK)} & & \end{array}$$

ELLENŐRZÉS:

$$35 - 13 = 22$$

$$35 - 22 = 13$$

$$22 + 13 = 35$$

TULAJDONSÁGOK:

- A tagok felcserélhetők: $13 + 22 = 22 + 13 = 35$
- A tagok csoportosíthatók: $10 + 3 + 22 = 10 + 3 + 22$
 $13 + 22 = 10 + 25$
 $35 = 35$
- A 0 nem változtat az összegben: $35 + 0 = 35$

Kivonás

MÍNUSZ KÜLÖNBSÉG

35 - 22 = 13

KISSEBBÍTENDŐ KIVONANDÓ

ELLENŐRZÉS:

$$13 + 22 = 35$$

$$22 + 13 = 35$$

$$35 - 13 = 22$$

TULAJDONSÁGOK:

- A kivonásban a számok **NEM** felcserélhetők!
- A 0 nem változtat a különbségen: $35 - 0 = 35$

Szorzás

SZORZAT

2 · 8 = 16

TÉNYEZŐK

ELLENŐRZÉS:

$$8 + 8 = 16$$

$$16 : 8 = 2$$

$$16 : 2 = 8$$

$$8 \cdot 2 = 16$$

TULAJDONSÁGOK:

- A tényezők felcserélhetők: $2 \cdot 8 = 8 \cdot 2 = 16$
- A tényezők csoportosíthatók: $2 \cdot 3 \cdot 4 = 2 \cdot 3 \cdot 4$
 $6 \cdot 4 = 2 \cdot 12$
 $24 = 24$
- Az 1 nem változtat a szorzaton: $8 \cdot 1 = 8$

Szorótábla

1	·	1	=	1
1	·	2	=	2
1	·	3	=	3
1	·	4	=	4
1	·	5	=	5
1	·	6	=	6
1	·	7	=	7
1	·	8	=	8
1	·	9	=	9
1	·	10	=	10

2	·	1	=	2
2	·	2	=	4
2	·	3	=	6
2	·	4	=	8
2	·	5	=	10
2	·	6	=	12
2	·	7	=	14
2	·	8	=	16
2	·	9	=	18
2	·	10	=	20

3	·	1	=	3
3	·	2	=	6
3	·	3	=	9
3	·	4	=	12
3	·	5	=	15
3	·	6	=	18
3	·	7	=	21
3	·	8	=	24
3	·	9	=	27
3	·	10	=	30

4	·	1	=	4
4	·	2	=	8
4	·	3	=	12
4	·	4	=	16
4	·	5	=	20
4	·	6	=	24
4	·	7	=	28
4	·	8	=	32
4	·	9	=	36
4	·	10	=	40

5	·	1	=	5
5	·	2	=	10
5	·	3	=	15
5	·	4	=	20
5	·	5	=	25
5	·	6	=	30
5	·	7	=	35
5	·	8	=	40
5	·	9	=	45
5	·	10	=	50

6	·	1	=	6
6	·	2	=	12
6	·	3	=	18
6	·	4	=	24
6	·	5	=	30
6	·	6	=	36
6	·	7	=	42
6	·	8	=	48
6	·	9	=	54
6	·	10	=	60

7	·	1	=	7
7	·	2	=	14
7	·	3	=	21
7	·	4	=	28
7	·	5	=	35
7	·	6	=	42
7	·	7	=	49
7	·	8	=	56
7	·	9	=	63
7	·	10	=	70

8	·	1	=	8
8	·	2	=	16
8	·	3	=	24
8	·	4	=	32
8	·	5	=	40
8	·	6	=	48
8	·	7	=	56
8	·	8	=	64
8	·	9	=	72
8	·	10	=	80

9	·	1	=	9
9	·	2	=	18
9	·	3	=	27
9	·	4	=	36
9	·	5	=	45
9	·	6	=	54
9	·	7	=	63
9	·	8	=	72
9	·	9	=	81
9	·	10	=	90

10	·	1	=	10
10	·	2	=	20
10	·	3	=	30
10	·	4	=	40
10	·	5	=	50
10	·	6	=	60
10	·	7	=	70
10	·	8	=	80
10	·	9	=	90
10	·	10	=	100

Osztás (bennfoglalás)

$35 : 5 = 7$

HÁNYADOS

OSZTANDÓ OSZTÓ

ELLENŐRZÉS:

$$7 \cdot 5 = 35$$

$$5 \cdot 7 = 35$$

$$35 : 7 = 5$$

TULAJDONSÁGOK:

- Az osztásban a számok **NEM** cserélhetők fel!
- Az 1 nem változtat az osztáson: $8 : 1 = 8$

Maradékos osztás

$$\begin{array}{c} \text{OSZTÓ} \quad \text{HÁNYADOS} \\ \downarrow \quad \downarrow \\ \text{OSZTANDÓ} \rightarrow 16 : 5 = 3 \\ \quad \quad \quad \downarrow \\ \quad \quad \quad 1 \\ \quad \quad \quad \text{MARADÉK} \end{array}$$

ELLENŐRZÉS:

$$3 \cdot 5 + 1 = 15 + 1 = 16$$

Bennfoglaló tábla

1	:	1	=	1
2	:	1	=	2
3	:	1	=	3
4	:	1	=	4
5	:	1	=	5
6	:	1	=	6
7	:	1	=	7
8	:	1	=	8
9	:	1	=	9
10	:	1	=	10

2	:	2	=	1
4	:	2	=	2
6	:	2	=	3
8	:	2	=	4
10	:	2	=	5
12	:	2	=	6
14	:	2	=	7
16	:	2	=	8
18	:	2	=	9
20	:	2	=	10

3	:	3	=	1
6	:	3	=	2
9	:	3	=	3
12	:	3	=	4
15	:	3	=	5
18	:	3	=	6
21	:	3	=	7
24	:	3	=	8
27	:	3	=	9
30	:	3	=	10

4	:	4	=	1
8	:	4	=	2
12	:	4	=	3
16	:	4	=	4
20	:	4	=	5
24	:	4	=	6
28	:	4	=	7
32	:	4	=	8
36	:	4	=	9
40	:	4	=	10

5	:	5	=	1
10	:	5	=	2
15	:	5	=	3
20	:	5	=	4
25	:	5	=	5
30	:	5	=	6
35	:	5	=	7
40	:	5	=	8
45	:	5	=	9
50	:	5	=	10

6	:	6	=	1
12	:	6	=	2
18	:	6	=	3
24	:	6	=	4
30	:	6	=	5
36	:	6	=	6
42	:	6	=	7
48	:	6	=	8
54	:	6	=	9
60	:	6	=	10

7	:	7	=	1
14	:	7	=	2
21	:	7	=	3
28	:	7	=	4
35	:	7	=	5
42	:	7	=	6
49	:	7	=	7
56	:	7	=	8
63	:	7	=	9
70	:	7	=	10

8	:	8	=	1
16	:	8	=	2
24	:	8	=	3
32	:	8	=	4
40	:	8	=	5
48	:	8	=	6
56	:	8	=	7
64	:	8	=	8
72	:	8	=	9
80	:	8	=	10

9	:	9	=	1
18	:	9	=	2
27	:	9	=	3
36	:	9	=	4
45	:	9	=	5
54	:	9	=	6
63	:	9	=	7
72	:	9	=	8
81	:	9	=	9
90	:	9	=	10

10	:	10	=	1
20	:	10	=	2
30	:	10	=	3
40	:	10	=	4
50	:	10	=	5
60	:	10	=	6
70	:	10	=	7
80	:	10	=	8
90	:	10	=	9
100	:	10	=	10

Írásbeli összeadás

$$411 + 42 = 453$$

	sz	t	e
			
	4	1	1
+		4	2
	4	5	3

$$1 + 2 = 3$$

$$1 + 4 = 5$$

	<i>sz</i>	<i>t</i>	<i>e</i>
	● ●		
	● ●	●	●
+		● ●	
		● ●	● ●
	● ●	● ●	● ●
	● ●	● ●	● ●

$$136 + 318 = 454$$

		1	
	1	3	6
+	3	1	8
	4	5	4

$$6 + 8 = 14$$

$$1 + 3 + 1 = 5$$

$$1 + 3 = 4$$

			●	●●●●
+	●	●	●●	●●●●●●●●
	●●●●	●●●●	●●●●	●●●●

$$147 + 278 = 425$$

	1	1	
	1	4	7
+	2	7	8
	4	2	5

$$7 + 8 = 15$$

$$1 + 4 + 7 = 12$$

$$1 + 1 + 2 = 4$$

[illegible]

Írásbeli kivonás

$$342 - 21 = \mathbf{321}$$

	sz	t	e
	↓	↓	↓
	3	4	2
—		2	1
	3	2	1

$$2 - 1 = \mathbf{1}$$

$$4 - 2 = 2$$

	sz	t	e
	● ●	● ●	
—	● ●	● ● ● ●	● ●
	● ●	● ●	● ●

$$362 - 125 = \mathbf{237}$$

		1	
	3	6	2
—	1	2	5
	2	3	7

2 – 5 Nem lehet!

$$\rightarrow 12 - 5 = 7$$

$$6 - 1 - 2 = 3$$

$$3 - 1 = 2$$

		  	 
—		 	  
	 	 	   

$$344 - 175 = \mathbf{169}$$

	1	1	
	3	4	4
—	1	7	5
	1	6	9

4 – 5 Nem lehet!

$$\rightarrow 14 - 5 = 9$$

4 – **1** – 7 Nem lehet!

$$\rightarrow 14 - 1 - 7 = 6$$

$$3 - 1 - 1 = 1$$

● = 1
 ● = 10
 ● = 100
 ● = ●●●●●●●●●●
 ● = ●●●●●●●●●●

Írásbeli szorzás

$124 \cdot 2 = 248$ $\longrightarrow$

	sz	t	e		
	↓	↓	↓		
1	2	4	.	2	
2	4	8			

$4 \cdot 2 = 8$
 $2 \cdot 2 = 4$
 $1 \cdot 2 = 2$

$118 \cdot 4 = 472$ $\longrightarrow$

	3				
1	1	8	.	4	
4	7	2			

$8 \cdot 4 = 32$
 $1 \cdot 4 + 3 = 4 + 3 = 7$
 $1 \cdot 4 = 4$

$278 \cdot 3 = 834$ $\longrightarrow$

2	2				
2	7	8	.	3	
8	3	4			

$8 \cdot 3 = 24$
 $7 \cdot 3 + 2 = 21 + 2 = 23$
 $2 \cdot 3 + 2 = 6 + 2 = 8$

● = 1
 ● = 10
 ● = 100
 ● = ●●●●●●●●●●
 ● = ●●●●●●●●●●●●

Írásbeli osztás

$960 : 3 = 320 \quad m: 0$ $\longrightarrow$

9'	6'	0'	:	3	=			
0	6					3	2	0
	0	0						
		0						

$9 : 3 = 3 \quad m: 0$
 $6 : 3 = 2 \quad m: 0$
 $0 : 3 = 0 \quad m: 0$

$960 : 7 = 137 \quad m: 1$ $\longrightarrow$

9'	6'	0'	:	7	=			
2	6					1	3	7
	5	0						
		1						

$9 : 7 = 1 \quad m: 2$
 $26 : 7 = 3 \quad m: 5$
 $50 : 7 = 7 \quad m: 1$

$360 : 7 = 45 \quad m: 5$ $\longrightarrow$

3	6'	0'	:	7	=			
	4	0				4	5	
		5						

$3 : 7$ **Nem lehet**
 $36 : 7 = 4 \quad m: 4$
 $40 : 7 = 5 \quad m: 5$

Írásbeli osztás tudnivalók

- Mindig megpróbáljuk az első számot osztani az osztóval, ha nem tudjuk (mert kisebb tőle), akkor az első két számból képzett számot osztjuk vele
- Ha az adott számot osztjuk az osztóval az eredmény nem lehet 10-nél nagyobb
- A maradék soha nem lehet nagyobb az osztónál
- A maradék maximális értéke (akár közben, akár a legvégén) 0 és az osztótól 1-gyel kisebb szám közötti szám lehet
- Ha 4-gyel osztunk a maradék lehet: 0, 1, 2, 3
- Ha 8-cal osztunk a maradék lehet: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7

Pozitív és negatív számok

Pozitív és negatív számok összeadása

$$\oplus + \oplus \rightarrow 3 + 2 = 5$$

$$\oplus + \ominus \rightarrow 5 + (-4) = 5 - 4 = 1$$

$$\oplus + \ominus \rightarrow 5 + (-7) = 5 - 7 = -2$$

$$\ominus + \oplus \rightarrow (-3) + 5 = 5 - 3 = 2$$

$$\ominus + \oplus \rightarrow (-3) + 2 = 2 - 3 = -1$$

$$\ominus + \ominus \rightarrow (-4) + (-5) = -(4 + 5) = -9$$

Pozitív és negatív számok kivonása

$$\oplus - \oplus \rightarrow 7 - 2 = 5$$

$$\oplus - \oplus \rightarrow 3 - 5 = -2$$

$$\oplus - \ominus \rightarrow 6 - (-1) = 6 + 1 = 7$$

$$\ominus - \oplus \rightarrow (-3) - 2 = -(3 + 2) = -5$$

$$\ominus - \ominus \rightarrow (-4) - (-6) = (-4) + 6 = 6 - 4 = 2$$

$$\ominus - \ominus \rightarrow (-7) - (-3) = (-7) + 3 = 3 - 7 = -4$$

Pozitív és negatív számok szorzása

$$\oplus \cdot \oplus \rightarrow 3 \cdot 2 = 6$$

$$\oplus \cdot \ominus \rightarrow 4 \cdot (-3) = -12$$

$$\ominus \cdot \oplus \rightarrow (-5) \cdot 3 = -15$$

$$\ominus \cdot \ominus \rightarrow (-6) \cdot (-2) = 12$$

- Ha azonos előjelű számokat ($\oplus$ -t $\oplus$ -sal, vagy $\ominus$ -t $\ominus$ -sal) szorzunk egymással, akkor az eredmény pozitív lesz ($\oplus$)
- Ha eltérő előjelű számokat ($\oplus$ -t $\ominus$ -sal, vagy $\ominus$ -t $\oplus$ -sal) szorzunk egymással, akkor az eredmény negatív lesz ($\ominus$)

Pozitív és negatív számok osztása

$$\oplus : \oplus \rightarrow 18 : 3 = 6$$

$$\oplus : \ominus \rightarrow 24 : (-6) = -4$$

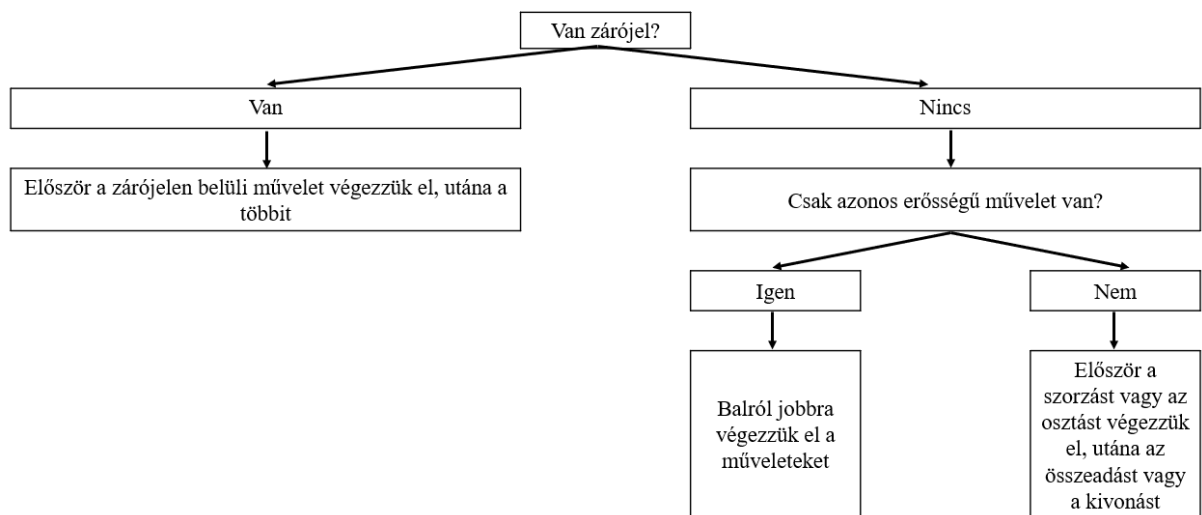
$$\ominus : \oplus \rightarrow (-32) : 4 = -8$$

$$\ominus : \ominus \rightarrow (-21) : (-3) = 7$$

- Ha azonos előjelű számokat ($\oplus$ -t $\oplus$ -sal, vagy $\ominus$ -t $\ominus$ -sal) osztunk egymással, akkor az eredmény pozitív lesz ($\oplus$)
- Ha eltérő előjelű számokat ($\oplus$ -t $\ominus$ -sal, vagy $\ominus$ -t $\oplus$ -sal) osztunk egymással, akkor az eredmény negatív lesz ($\ominus$)

Műveletek sorrendje

- 1) Zárójelben lévő műveletek
- 2) Szorzás, osztás
- 3) Összeadás, kivonás



Szavak, amikre figyelni kell

Szavak	Példa	Jelentés
Legalább	Legalább 2	2, 3, 4, 5 ...
Legfeljebb	Legfeljebb 3	0, 1, 2, 3
Minimum	Minimum 1	1, 2, 3, 4 ...
Maximum	Maximum 5	0, 1, 2, 3, 4, 5
Több	Több, mint 3	4, 5, 6, 7 ...
Kevesebb	Kevesebb, mint 4	0, 1, 2, 3
Nagyobb	Nagyobb, mint 6	7, 8, 9, 10 ...
Kisebb	Kisebb, mint 3	0, 1, 2
Nem nagyobb	Nem nagyobb, mint 5	0, 1, 2, 3, 4, 5
Nem kisebb	Nem kisebb, mint 4	4, 5, 6, 7 ...

Törtek

Törtek bevezetés

- Ha 4 egyenlő szeletre vágott tortából (pizzából) 3 szeletet kapunk meg, akkor a torta (pizza) **3 negyed** részét kaptuk meg

$$\frac{3}{4}$$

Számláló
Törtvonal
Nevező

Törtek bővítése

- Hogyan fogunk bővíteni?
- A számlálót és a nevezőt is ugyanazzal az egész számmal fogjuk megszorozni
- Fontos, hogy a számláló és a nevező is meg legyen szorozva a számmal, ne csak az egyik
- Fontos, hogy a számláló és a nevező is ugyanazzal az egész számmal legyen megszorozva

$$\frac{1}{2} = \frac{2}{4}$$

· 2

Törtek egyszerűsítése

- Hogyan fogunk egyszerűsíteni?
- A számlálót és a nevezőt is ugyanazzal az egész számmal fogjuk elosztani
- Fontos, hogy a számláló és a nevező is el legyen osztva a számmal, ne csak az egyik
- Fontos, hogy a számláló és a nevező is ugyanazzal az egész számmal legyen elosztva
- Bővíteni mindig tudunk, egyszerűsíteni viszont nem mindig
- Akkor tudunk egyszerűsíteni, ha a tört számlálóját és nevezőjét is osztható ugyanazzal a számmal
- Mindig igyekszünk a lehető legnagyobb számmal egyszerűsíteni

$$\frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

2

Törtek és az osztás művelet

- A törtet át tudjuk írni egy osztás műveletre, de az osztás műveletet is át tudjuk írni egy törtté:
 - Az osztandó lesz a számláló
 - Az osztó lesz a nevező

$$4:8 = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{6}{3} = 6:3 = 2$$

Törtek típusai

1-nél kisebb törtek

Számláló < Nevező

Példák:

$$\frac{1}{2}$$

$$\frac{2}{3}$$

1-gyel egyenlő törtek

Számláló = Nevező

Példák:

$$\frac{2}{2}$$

$$\frac{3}{3}$$

1-nél nagyobb törtek

Számláló > Nevező

Példák:

$$\frac{3}{2}$$

$$\frac{5}{3}$$

Egész számok átírása tört alakra

1 → Számláló = Nevező

$$1 = \frac{2}{2} = \frac{3}{3} = \frac{4}{4}$$

2 → Számláló = 2 · Nevező

$$2 = \frac{4}{2} = \frac{6}{3} = \frac{8}{4} = \frac{10}{5}$$

3 → Számláló = 3 · Nevező

$$3 = \frac{6}{2} = \frac{9}{3} = \frac{12}{4} = \frac{24}{8}$$

4 → Számláló = 4 · Nevező

$$4 = \frac{8}{2} = \frac{12}{3} = \frac{16}{4} = \frac{40}{10}$$

Törtek összehasonlítása

1. Ugyanaz a nevező: Az a nagyobb, amelyiknek nagyobb a számlálója

$$\frac{2}{5} \boxed{<} \frac{4}{5}$$

2. Ugyanaz a számláló: Az a nagyobb, amelyiknek kisebb a nevezője

$$\frac{3}{5} \boxed{>} \frac{3}{7}$$

3. Eltérő a számláló és a nevező is: Közös nevezőre hozás → 1. eset

$$\frac{4}{10} \quad \frac{2}{5} \boxed{<} \frac{1}{2} \quad \frac{5}{10}$$

4. Az egyik nagyobb, mint 1: Az a nagyobb

$$\frac{9}{8} \boxed{>} \frac{6}{7}$$

Vegyes tört alak

- 1-nél nagyobb törtet átírhatunk vegyes tört alakba/vegyes tört alakban adhatjuk meg
- A vegyes tört alak egy egész számból és egy tört számból áll, amiket egymás mellé írunk le

$$2\frac{3}{4} \rightarrow 2 + \frac{3}{4} = \frac{8}{4} + \frac{3}{4} = \frac{11}{4}$$

Törtek összeadása és kivonása

- Törteket akkor tudunk összeadni egymással és kivonni őket egymásból, ha a két törtnek közös a nevezője (ugyanannyi szeletre vannak vágva a pizzák)
- Ilyenkor csak össze kell adni a számlálókat (összeadásnál), valamint ki kell vonni egymásból őket (kivonásnál)
- Mi van, ha nem ugyanaz a két tört nevezője?
 - Ilyenkor közös nevezőre kell hoznunk a két törtet
- Hogy hozzuk közös nevezőre a törteteket?
 - Vagy egyik vagy mind a két törtet bővíteni fogjuk

- Ha az egyik nevező a másik nevező egész számszorosa, akkor a kisebb nevezőt fogjuk bővíteni a nagyobb nevezőre
- Ha a nevezők nem egymás egész számszorosai, akkor közös nevezőre hozzuk őket (mind a két törtet bővíteni fogjuk)
- Ilyenkor két dolgot tehetünk:
 - ❖ Az egyik, hogy összeszorozzuk a nevezőket, és az lesz az új közös nevező (ez mindig működni fog, viszont van, hogy nagy számokkal kell dolgoznunk)
 - ❖ A másik, hogy keresünk egy olyan számot, ami osztható az egyik és osztható a másik nevezővel is (van, hogy ez a szám a két szám szorzata lesz (előző eset), de van, hogy lesz kisebb szám is, ez azért előnyösebb, mint az összeszorozás, mert így nem kell nagy számokkal számolnunk)
- A végén, ha tudunk, egyszerűsítünk (nem kötelező)

$$\frac{1}{6} + \frac{3}{6} = \frac{\cancel{4}}{\cancel{6}_3} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{1}{3} + \frac{1}{6} = \frac{2}{6} + \frac{1}{6} = \frac{\cancel{3}}{\cancel{6}_2} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{3}{6} + \frac{2}{6} = \frac{5}{6}$$

$$\frac{3}{4} + \frac{5}{6} = \frac{9}{12} + \frac{10}{12} = \frac{19}{12}$$

Törtek és egész számok összeadása/kivonása

- Törtet és egész számot úgy adunk össze, vagy úgy vonjuk ki egymásból őket, hogy az egész számot felírjuk olyan nevezőjű törtként, mint a tört nevezője

$$\frac{2}{3} + 1 = \frac{2}{3} + \frac{3}{3} = \frac{5}{3}$$

$$\frac{7}{3} - 2 = \frac{7}{3} - \frac{6}{3} = \frac{1}{3}$$

Törtek szorzása egész számmal

- Törteket úgy tudunk szorozni egész számmal, hogy a tört számlálóját megszorozzuk a számmal (ez a módszer mindig működni fog)
- Ennél a módszernél ugyanúgy, mint összeadás vagy kivonás esetén, a végén, ha tudunk, akkor egyszerűsítünk

- A szorzást úgy is elvégezhetjük, hogy az egész számot és a tört nevezőjét egyszerűsítjük egymással (ez csak akkor alkalmazható, ha az egész számnak és a tört nevezőjének van közös osztója)
- Ennél a módszernél az eredményt a lehető legegyszerűbb alakban fogjuk megkapni, így a végén nem kell egyszerűsíteniünk (mert közben elvégeztük)

Törtek osztása egész számmal

- Törteket úgy tudunk osztani egész számmal, hogy a tört **nevezőjét** megszorozzuk a számmal (ez a módszer mindig működni fog)
- Ennél a módszernél ugyanúgy, mint összeadás vagy kivonás esetén, a végén, ha tudunk, akkor egyszerűsítünk
- Az osztást úgy is elvégezhetjük, hogy a tört számlálóját és az egész számot elosztjuk/egyszerűsítjük egymással (ez csak akkor alkalmazható, ha a tört számlálójának és az egész számnak van közös osztója)
- Ennél a módszernél az eredményt a lehető legegyszerűbb alakban fogjuk megkapni, így a végén nem kell egyszerűsíteniünk (mert közben elvégeztük)

Törtek szorzásának és osztásának összehasonlítása egész számok esetén

Szorzás:

A tört **számlálóját** és az egész számot **szorozzuk** egymással:

$$5 \cdot \frac{3}{4} = \frac{15}{4}$$

$$3 \cdot \frac{2}{7} = \frac{6}{7}$$

A tört **nevezőjét** és az egész számot **egyszerűsítjük** egymással:

$$\frac{1}{8} \cdot \frac{5}{\frac{8}{3}} = \frac{5}{3}$$

$$\frac{7}{8} \cdot 8 = 7$$

Osztás:

A tört **nevezőjét** és az egész számot **szorozzuk** egymással:

$$\frac{5}{4} : 2 = \frac{5}{8}$$

$$\frac{7}{9} : 3 = \frac{7}{27}$$

A tört **számlálóját** és az egész számot **egyszerűsítjük** egymással:

$$\frac{6}{7} : 3 = \frac{2}{7}$$

$$\frac{\frac{5}{18}}{\frac{9}{4}} : 2 = \frac{5}{18}$$

Tizedes törtek

Tizedes törtek helyi értéke

- Eggyedek nem lesznek

- A tizedesvessző utáni 1. számjegy lesz a tized
 - A tizedesvessző utáni 2. számjegy lesz a század
 - A tizedesvessző utáni 3. számjegy lesz az ezred
 - Ezt lehet folytatni tovább is (4. számjegy tízezred, 5. számjegy százezred ...)
 - Egész számok esetén a tizedesvessző után 0 szerepel (ezt nem szoktuk kiírni)
- Pl.: $2 = 2,0$
- A tizedesvessző utáni számjegy mögé bármennyi 0-t írhatunk, nem fog változni a szám értéke
- Pl.: $2,2 = 2,20 = 2,200$
- Ha a tizedesvessző és a törtrész között van 0, vagy vannak 0-k, azt nem hagyhatjuk el sosem
- Pl.: $3,08 \neq 3,8$ $4,002 \neq 4,02 \neq 4,2$
- Tizedes törtek kimondása: Kimondjuk a tizedesvessző előtti számot (**egészrész**), utána azt mondjuk, hogy egész, ezután kimondjuk a tizedesvessző utáni számot, és utána a **törtrész** elnevezést (tized, század, ezred)
 - Ha a tizedesvessző után 1 számjegy van, akkor tizedet mondunk, ha 2 számjegy, akkor századot, ha 3 számjegy, akkor ezredet

Tizedes törtek egészre kerekítése

- Egészre kerekítésnél megkeressük a szám kisebb, illetve nagyobb egész szomszédját, és eldöntjük, a kettő közül melyikhez van közelebb
- A két egész szomszéd között félúton lévő szám mindig az 5, 50, 500 lesz (Félúton: Ugyanolyan távol van az egyiktől, mint a másiktól)
- Ha a tized helyén 1, 2, 3, 4 számjegyek szerepelnek, akkor **lefelé** (↓) kerekítünk
- Ha a tized helyén 5, 6, 7, 8, 9 számjegyek szerepelnek, akkor **felfelé** (↑) kerekítünk
- Ha egész számot kell egészre kerekíteni, akkor a szám és a kerekített értéke megegyezik

Tizedes törtek 1 tizedesjegyre kerekítése

- Tizedre kerekítésnél megkeressük a szám kisebb, illetve nagyobb tized szomszédját, és eldöntjük, a kettő közül melyikhez van közelebb
- A két tized szomszéd között félúton lévő szám mindig a ,05 ,050 lesz (Félúton: Ugyanolyan távol van az egyiktől, mint a másiktól)
- Ha a század helyén 1, 2, 3, 4 számjegyek szerepelnek, akkor **lefelé** (↓) kerekítünk
- Ha a század helyén 5, 6, 7, 8, 9 számjegyek szerepelnek, akkor **felfelé** (↑) kerekítünk
- Ha egész számot vagy 1 tizedesjegyű számot kell tizedre kerekíteni, akkor a szám és a kerekített értéke megegyezik

Tizedes törtek összeadása és kivonása írásban

- Tizedes törtek írásbeli összeadásakor arra kell figyelnünk, hogy a tizedesvesszők egymás alá kerüljenek (megfelelő helyi értékek)
- Ha nem ugyanannyi tizedesjegy van a két szám esetén, akkor 0-t vagy 0-kat fogunk írni a kevesebb tizedesjegyű szám tizedesjegyei mögé

Ha nem ugyanannyi számjegy van a tizedesvessző előtt:

		1	1			
		2	6,	6	3	
+	1	5	7,	7	1	
	1	8	4,	3	4	

Ha nem ugyanannyi számjegy van a tizedesvessző után:

		1	1			
	1	2	8,	9	0	
+	6	3	7,	8	1	
	7	6	6,	7	1	

Tizedes törtek szorzása 10-zel, 100-zal, 1000-rel

- Ha a tizedes törteket 10-zel, 100-zal, 1000-rel szorozzuk meg, akkor annyszor fogjuk jobbra (→) vinni a tizedesvesszőt, amennyi 0 az 1-es mögött szerepel (10-nél **1-gyel**, 100-nál, **2-vel**, 1000-nél **3-mal**, és így tovább...)
- Ha nem tudjuk már tovább jobbra (→) vinni a tizedesvesszőt (az utolsó szám mögé került), de még kellene, akkor a szám mögé 0-kat fogunk írni (még annyi 0-t, amennyiszer jobbra (→) kellene vinni a tizedesvesszőt)
- Ilyen feladatok elején érdemes mindig megbecsülni az eredményt úgy, hogy a tizedes tört törtrészét elhagyjuk, és úgy szorozzuk meg az egészrészt 10-zel, 100-zal, 1000-rel, így biztosan nem lesz benne hiba

Egész számok szorzása 5 tizedre végződő számmal (1, 5; 2, 5; 3, 5...)

- Ha egész számot 5 tizedre végződő tizedes törttel szorzunk meg, akkor fejben könnyen el tudjuk végezni a szorzást, ha az egész szám nem túl nagy
- Ehhez a tizedes törtet szét fogjuk bontani egészrésze és törtrésze, majd az egész számot megszorozzuk külön az egészrésszel, és külön a törtrésszel, végül a kapott két számot összeadjuk
- A 0,5-del való szorzás egy 2-vel való osztásnak felel meg, tehát mindig az egész szám felét kell vennünk
- Ha 1,5-del (másfél) kell valamit megszoroznunk, akkor egyszerűen csak a számhoz hozzá fogjuk adni a szám felét
- $16 \cdot 1,5 = 16 \cdot (1 + 0,5) = 16 \cdot 1 + 16 \cdot 0,5 = 16 + 8 = \mathbf{24}$
- $18 \cdot 2,5 = 18 \cdot (2 + 0,5) = 18 \cdot 2 + 18 \cdot 0,5 = 36 + 9 = \mathbf{45}$
- $52 \cdot 3,5 = 52 \cdot (3 + 0,5) = 52 \cdot 3 + 52 \cdot 0,5 = 156 + 26 = \mathbf{182}$

Egész számok, tizedes törtek osztása 10-zel, 100-zal, 1000-rel

- Egész számokat úgy osztunk 10-zel, 100-zal, 1000-rel, hogy a szám végéről annyi 0-t hagyunk el, amennyi 0 van az osztóban az 1-es után (10-nél **1**, 100-nál, **2**, 1000-nél **3** 0-t fogunk elhagyni a szám végéről)
- Ha az egész szám nem 0-ra végződik, vagy nincs elegendő 0 a végén, akkor az utolsó szám mögé képzeletben odateszünk egy tizedesvesszőt, és annyszor fogjuk balra (←)

vinni, amennyi 0 szerepel az osztóban az 1-es mögött (10-nél **1-gyel**, 100-nál, **2-vel**, 1000-nél **3-mal** fogjuk **balra** (←) vinni a tizedesvesszőt)

- Ha tizedes törteket 10-zel, 100-zal, 1000-rel osztunk el, akkor pedig annyiszor fogjuk **balra** (←) vinni a tizedesvesszőt, amennyi 0 szerepel az osztóban az 1-es mögött (10-nél **1-gyel**, 100-nál, **2-vel**, 1000-nél **3-mal** fogjuk **balra** (←) vinni a tizedesvesszőt)
- Ha már nem tudjuk többször balra vinni (az első számjegy elé került), akkor az első számjegy elé beírjuk, hogy 0,..., ha pedig még tovább kell vinnünk, akkor a tizedesvessző utáni első számjegy és a tizedesvessző közé még annyi 0-t írunk, amennyiszer még **balra** (←) kellene vinni a tizedesvesszőt (ha még 2-vel kellene **balra** (←) vinni, akkor 0,00...)

Törtek és tizedes törtek

Tört	Tizedes tört
$\frac{1}{2}$	0,5
$\frac{1}{3}$	0,3
$\frac{1}{4}$	0,25
$\frac{1}{5}$	0,2
$\frac{1}{6}$	0,16
$\frac{1}{7}$	0,142857
$\frac{1}{8}$	0,125
$\frac{1}{9}$	0,1
$\frac{1}{10}$	0,1

Műveletek közönséges törtekkel és tizedes törtekkel

- Ha tizedes törtek és törtek között szeretnénk műveleteket elvégezni (+, −, :, ·), akkor két dolgot tehetünk:

- Az egyik, hogy a törtet átírjuk tizedes tört alakra, utána vagy fejben vagy írásban elvégezzük a műveletet, ekkor az eredményt tizedes tört alakban fogjuk megkapni
- A másik, hogy a tizedes törtet írjuk át tört alakra, utána elvégezzük a műveleteket (ha kell közös nevezőre hozunk, egyszerűsítünk), ebben az esetben tört alakban fogjuk megkapni az eredményt
- Nincs rá szabály, hogy mikor melyiket kell átírni, nekünk kell eldönteni, hogy számunkra hogy egyszerűbb a számolás, de van olyan, hogy a feladat szövege megadja (milyen formában kéri a végeredményt), ebben az esetben érdemes olyan alakban számolni, amiben a feladat kéri a végeredményt, de lehet azt is, hogy a másik alakban számolunk, ha az egyszerűbb, és a végén átírjuk a kért alakra

Átlag

Sima adatok esetén

- Összeadjuk az adatokat, megszámloljuk az adatok számát és a kettőt elosztjuk egymással

$$\text{Átlag} = \frac{\text{Adatok összege}}{\text{Adatok száma}}$$

Osztályzat típusú adatok esetén

- Ha táblázatosan, vagy diagramon egy dolgozat osztályzatai vannak megadva, akkor az adatok összegét úgy kapjuk, hogy az érdemjegyeket szorozzuk azzal ahányan kapták az adott érdemjegyet, majd ezeket összeadjuk, az adatok száma pedig az érdemjegyek számának összege lesz
- Ezután itt is ugyanazt a képletet alkalmazzuk, mint sima adatok esetén

$$\text{Átlag} = \frac{\text{Adatok összege}}{\text{Adatok száma}}$$

Mértékegységek

Hosszúság

Hossz:

$$1 \text{ cm} = 10 \text{ mm}$$

$$1 \text{ dm} = 10 \text{ cm} = 100 \text{ mm}$$

$$1 \text{ m} = 10 \text{ dm} = 100 \text{ cm} = 1000 \text{ mm}$$

$$1 \text{ km} = 1000 \text{ m}$$

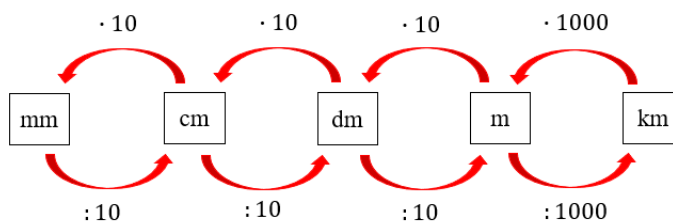
mm – milliméter

cm – centiméter

dm – deciméter

m – méter

km – kilométer



$$1 \text{ mm} < 1 \text{ cm} < 1 \text{ dm} < 1 \text{ m} < 1 \text{ km}$$

Ha nagyobból váltunk kisebbre, akkor szorzunk

Ha kisebbről váltunk nagyobbra, akkor osztunk

Terület

Terület:

$$1 \text{ cm}^2 = 100 \text{ mm}^2$$

$$1 \text{ dm}^2 = 100 \text{ cm}^2 = 10\,000 \text{ mm}^2$$

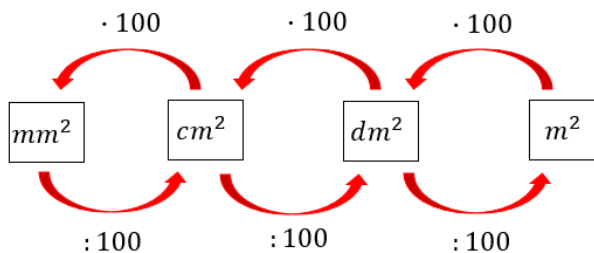
$$1 \text{ m}^2 = 100 \text{ dm}^2$$

mm^2 – négyzetmilliméter

cm^2 – négyzetcentiméter

dm^2 – négyzetdeciméter

m^2 – négyzetméter



Trükk: Nem muszáj megjegyezni a terület átváltás váltószámait, ha tudjuk a hossz átváltás váltószámait, mert mindig 2-szer annyi 0 van az 1-es mögött területnél, mint hosszúságnál

Pl.:

$$1 \text{ m} = 100 \text{ cm} \rightarrow 2 \text{ db } 0 \text{ van az 1-es mögött}$$

$$1 \text{ m}^2 = 10\,000 \text{ cm}^2 \rightarrow 2 \cdot 2 = 4 \text{ db } 0 \text{ van az 1-es mögött}$$

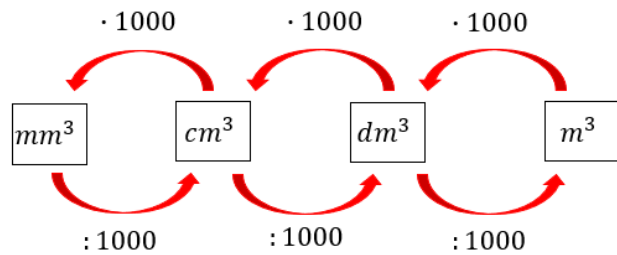
Térfogat

Térfogat:

$$1 \text{ cm}^3 = 1000 \text{ mm}^3$$

$$1 \text{ dm}^3 = 1000 \text{ cm}^3 = 1\,000\,000 \text{ mm}^3$$

$$1 \text{ m}^3 = 1000 \text{ dm}^3 = 1\,000\,000 \text{ cm}^3$$



mm^3 – köbmilliméter

cm^3 – köbcentiméter

dm^3 – köbdeciméter

m^3 – köbméter

Trükk: Nem muszáj megjegyezni a térfogat átváltás váltószámait, ha tudjuk a hossz átváltás váltószámait, mert egyszerűen csak 3-szor annyi 0 lesz az 1-es mögött térfogatnál, mint hosszúságnál

Pl.:

$$1 \text{ m} = 100 \text{ cm} \rightarrow 2 \text{ db } 0 \text{ van az 1-es mögött}$$

$$1 \text{ m}^3 = 1\,000\,000 \text{ cm}^3 \rightarrow 3 \cdot 2 = 6 \text{ db } 0 \text{ van az 1-es mögött}$$

Kapcsolat térfogat és űrtartalom között:

$$1 \text{ liter} = 1 \text{ dm}^3$$

Űrtartalom

Űrtartalom:

$$1 \text{ cl} = 10 \text{ ml}$$

$$1 \text{ dl} = 10 \text{ cl} = 100 \text{ ml}$$

$$1 \text{ l} = 10 \text{ dl} = 100 \text{ cl} = 1000 \text{ ml}$$

$$1 \text{ hl} = 100 \text{ l} = 1000 \text{ dl}$$

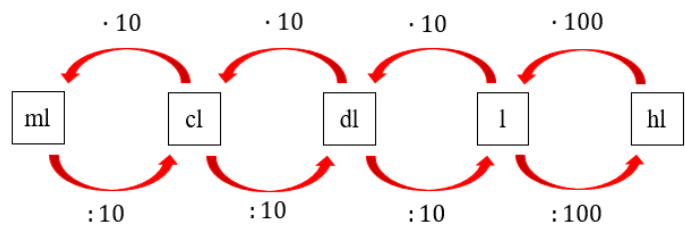
ml – milliliter

cl – centiliter

dl – deciliter

l – liter

hl – hektoliter



Tömeg

Tömeg:

$$1 \text{ dkg} = 10 \text{ g}$$

$$1 \text{ kg} = 100 \text{ dkg} = 1000 \text{ g}$$

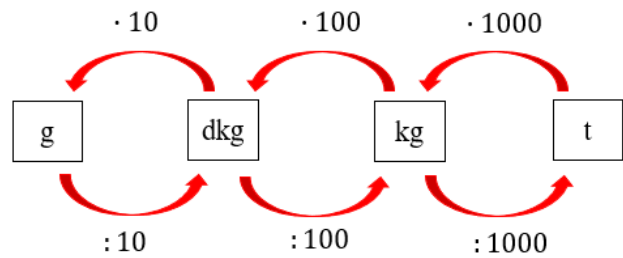
$$1 \text{ t} = 1000 \text{ kg}$$

g – gramm

dkg – dekagramm

kg – kilogramm

t – tonna



Idő

Idő:

$$1 \text{ min} = 60 \text{ s}$$

$$1 \text{ h} = 60 \text{ min} = 3600 \text{ s}$$

$$1 \text{ nap} = 24 \text{ h}$$

$$1 \text{ hét} = 7 \text{ nap}$$

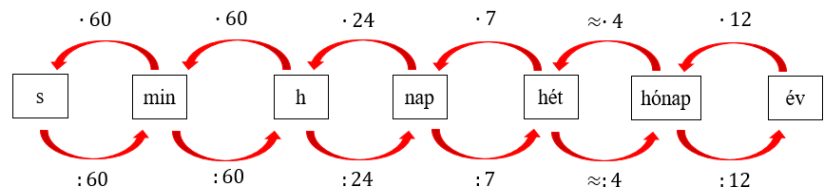
$$1 \text{ hónap} \approx 4 \text{ hét} \approx 30 - 31 \text{ nap}$$

$$1 \text{ év} = 12 \text{ hónap} = 52 \text{ hét} \approx 365 \text{ nap}$$

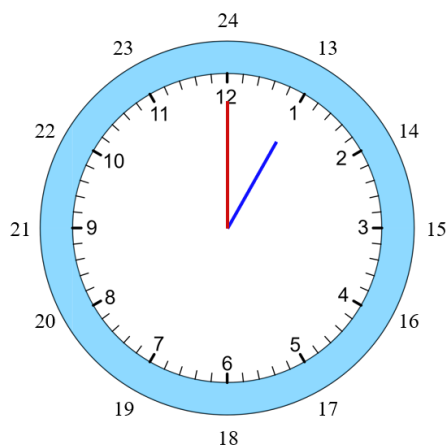
s – másodperc (second)

min – perc (minute)

h – óra (hour)



12 feletti órák



- Nevezetes napszakok:

- Dél: 12: 00

- Éjfél: 24: 00

- Napszakok:

- Hajnali, reggeli délelőtti órák: 0 – 12

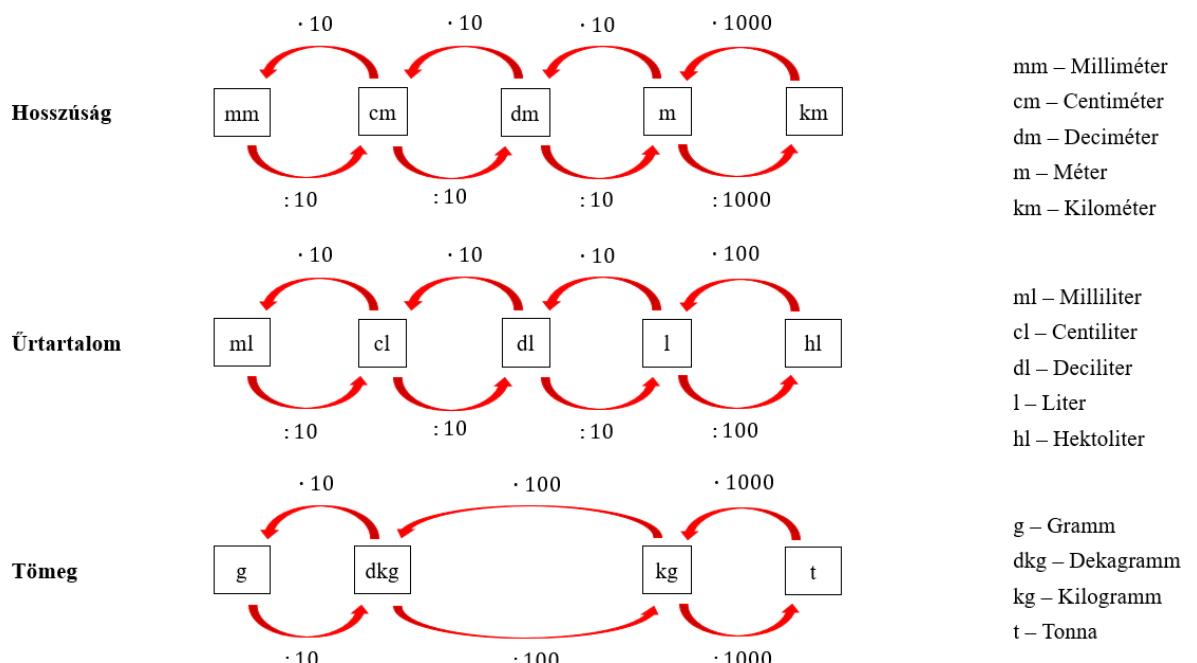
- Délután, esti órák: 12 – 24

- Délutáni, esti órákat úgy kapjuk, hogy 12-t adunk hozzá a dél előttiékhöz

Percek

- Nevezetes percek:
 - 15 perc (Nagymutató a 3-ason): Negyedóra
 - 30 perc (Nagymutató a 6-ason): Fél óra
 - 45 perc (Nagymutató a 9-esen): Háromnegyed óra
- Nevezetes percek esetén mindig a még be nem töltött órát mondjuk (negyed 7 az 6 óra 15 percet jelent)

Mértékegységek összehasonlítása



Logika

Igaz/Hamis

- ☐ Ha nem tudod tippelj! Soha ne hagyd üresen.
- ☐ Mindig a hamist keresd
- ☐ Hiába találsz 10 igaz esetet, ha 1 hamist nem találsz meg nem jó
- ☐ Ha nem találsz egy olyan esetet sem, ahol hamis, akkor igaz
- ☐ Figyelj nagyon a szavakra, azokon lesz a hangsúly Pl.:

Minden paralelogrammának két szimmetria tengelye van $\rightarrow$ **H** $\rightarrow$ a "sima" paralelogrammának nincs egy szimmetria tengelye se

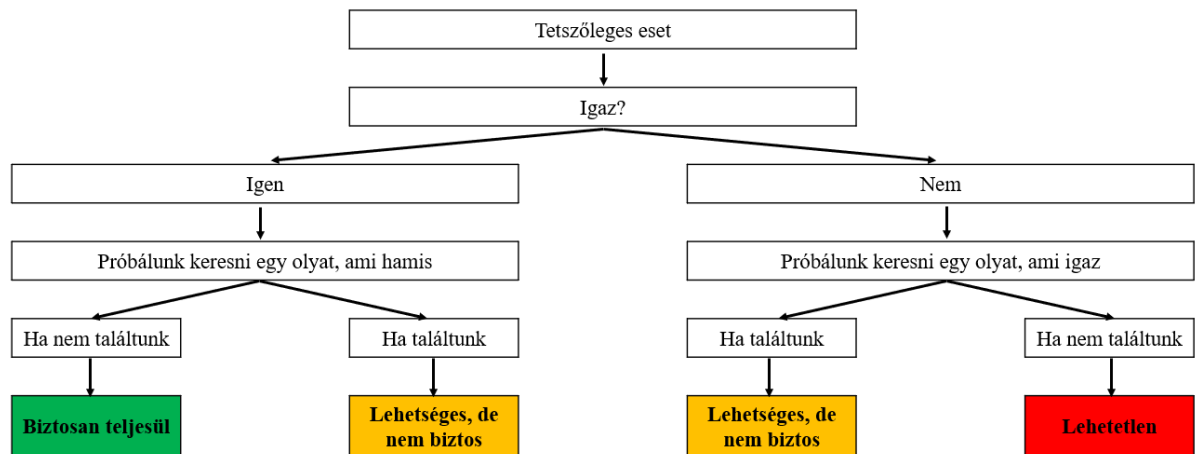
Van olyan paralelogramma, aminek két szimmetria tengelye van $\rightarrow$ **I** $\rightarrow$ a téglalap is paralelogrammának számít, és neki pont két szimmetria tengelye van

ABCD egy választás

- ☐ **Ha nem tudod tippelj! Soha ne hagyd üresen.**
- ☐ Nem muszáj a jó megoldást megtalálni, elég, ha a többi megoldásról tudod, hogy rossz
- ☐ Ha két megoldást biztosan ki tudsz zárni a 4-ből, akkor már a maradék két megoldás közül, ha tippelsz is 50% esélyed van, hogy jó lesz.
- ☐ Figyelj nagyon a szavakra, azokon is lehet a hangsúly
- ☐ Ha négyszögekről, vagy háromszögekről van szó próbálj egy amorf alakzatot rajzolni

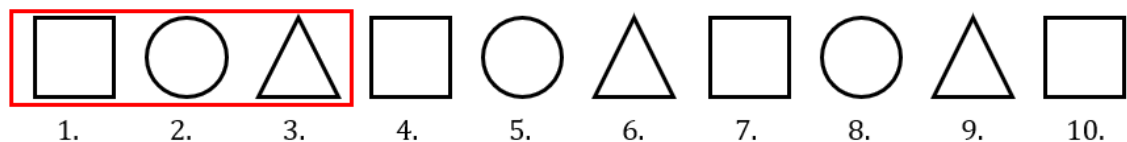
Lehetetlen/Lehetséges/Biztos

- ☐ **Ha nem tudod tippelj! Soha ne hagyd üresen.**
- ☐ Válassz ki egy tetszőleges megoldást, nézd meg, hogy arra a megoldásra teljesül az állítás vagy nem
- ☐ Ha teljesül a tetszőleges állításra a megoldás, próbálj találni egy olyan megoldást amire nem teljesül, ha sikerült találni $\rightarrow$ **Lehetséges, de nem mindig teljesül**, ha nem sikerült ilyen találni $\rightarrow$ **Biztosan teljesül**
- ☐ Ha nem teljesül a tetszőleges állításra a megoldás, próbálj találni egy olyan megoldást amire teljesül, ha sikerült találni $\rightarrow$ **Lehetséges, de nem mindig teljesül**, ha nem sikerült ilyen találni $\rightarrow$ **Biztosan nem teljesül**
- ☐ Figyelj nagyon a szavakra, azokon is lehet a hangsúly



Sorozatok

- Adott az alábbi sorozat:



- A sorozat későbbi tagjait többféleképpen is meg tudjuk határozni:
 - Ha kis sorszámú tagról van szó (max. 15. tagig), akkor rajzolással is meghatározhatjuk az adott tagot
 - Ha közepes sorszámú tagról van szó (15-100. tagig), akkor szorzótábla és ugrálás segítségével meg tudjuk határozni az adott tagot
 - ❖ A "csomagunk" (ami ismétlődik) utolsó tagjának (jelen esetben a háromszögnek) sorozatbeli sorszáma mindig osztható lesz azzal a számmal, ahány elem ismétlődik (jelen esetben 3-mal)
 - ❖ Tehát, ha kíváncsiak vagyunk pl. a 26. tagra, akkor tudjuk, hogy a 3-mal osztható sorszámú elemek háromszögek lesznek, vagyis a 3-as szorzótáblán fogunk lépkedni, amíg el nem jutunk az adott tagig: 3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, tehát a 24. tag háromszög lesz, a 25.-nél újraindul a "csomag", a 25. tag négyzet lesz, a 26. tag pedig kör lesz (vagy csinálhattuk volna azt is, hogy a 27. tag háromszög lesz, a 26. tag pont előtte van, a háromszög előtt kör van, így is kijön)
 - ❖ Ennél a módszernél nem muszáj végig lépkedni a szorzótáblát (pl. nagyobb számok esetén), elég, ha találunk egy olyan nagyobb számot, amiről tudjuk, hogy osztható az adott számmal (Pl.: Ha a 43. tag lenne a kérdés, akkor tudjuk, hogy a 30 osztható 3-mal, és elég a 30 után 3-asával lépkedni: 30, 33, 36, 39, 42 → a 43. tag négyzet lesz)

- Ha nagy (vagyis 100-nál nagyobb) sorszámú tagról van szó, akkor írásbeli osztás segítségével tudjuk meghatározni az adott tagot az osztási maradék segítségével (ha közepes sorszámú tagról van szó, akkor is alkalmazható a módszer)
- Az írásbeli osztás végeredménye azt adja meg, hogy a "csomagunk" hányszor ismétlődik, a maradék pedig azt, hogy az adott tag melyik lesz a sorozat tagjai közül:
 - ☐ Ha 0 a maradék, akkor olyan lesz, mint a "csomagunk" utolsó tagja
 - ☐ Ha 1 a maradék, akkor olyan lesz, mint a "csomagunk" első tagja
 - ☐ Ha 2 a maradék, akkor olyan lesz, mint a "csomagunk" második tagja
- Pl.: Kíváncsiak vagyunk a 2024. tagra: $2024 : 3 = 674$, **Maradék: 2** → Ez azt jelenti, hogy a "csomagunk" **674-szer** ismétlődik, és bár elkezd a 675. ismétlődést, azt már nem fogja tudni befejezni, mert már csak **2** alakzat van hátra, ami egy négyzet és egy kör, tehát a **2024. tag kör lesz**
- Ha nem vagyunk biztosak a maradékokba, akkor nézzük meg az osztást kis számokkal
- Pl.: $4 : 3 = 1$, **Maradék: 1** → Az ábrán látjuk, hogy a 4. tag négyzet, valamint az első tag is négyzet, tehát az **1-es maradék négyzetet jelent**

Kombinált sorozatok

- Kombinált sorozatokról akkor beszélünk, ha nemcsak 1, hanem 2 (vagy több) tulajdonság ismétlődik
- Leggyakrabban ez a 2 tulajdonság az alak és a szín, de lehet alak és nagyság, vagy valami teljesen más is
- Első lépés ebben az esetben is az, hogy meghatározzuk a 2 tulajdonság szabályait, vagyis, hogy hányasával ismétlődnek
- A feladat ilyenkor rákérdezhet külön az egyik tulajdonságra (pl.: alak), vagy a másik tulajdonságra (pl.: szín), de rákérdezhet a 2 tulajdonságra együtt is (pl.: Milyen színű és alakú a sorozat 23. tagja?)
- Ha a feladat a 2 tulajdonságra együtt kérdez rá, akkor kétféle módon lehet gondolkozni:
 - Meghatározzuk a kérdéses tag egyik tulajdonságát, ezután meghatározzuk a kérdéses tag másik tulajdonságát
 - A 2 tulajdonságot "összemixeljük", és így egy lépésben meg tudjuk határozni a kérdéses tag mind a két tulajdonságát
- "Összemixelés": Elkezdjük felrajzolni a sorozat tagjait, amíg ugyanolyan tagot nem kapunk, mint az 1. tag, így megkapjuk, hogy a két tulajdonság együttesen hogy fog ismétlődni

- Esetek:
 - Ha mind a két tulajdonság ugyanannyi tagonként ismétlődik (Pl.: Az alak 3-asával ismétlődik és a szín is 3-asával ismétlődik), akkor nagyon könnyű dolgunk van, mert a két tulajdonság együttesen is ugyanannyi tagonként fog ismétlődni (3-asával az előző példa esetén)
 - Ha a két tulajdonság nem ugyanannyi tagonként ismétlődik (Pl.: Az alak 3-asával ismétlődik, a szín pedig 2-esével), akkor a két tulajdonság együtt a két szám szorzatával fog ismétlődni ($3 \cdot 2 = 6$ -osával az előző példa esetén)
- "Összemixelést" abban az esetben alkalmazhatjuk, ha az egyik tulajdonság 2-esével, a másik pedig 3-asával ismétlődik, ha az egyik tulajdonság 3-asával ismétlődik a másik tulajdonság 4-esével, vagy 5-ösével, akkor együttesen 12-esével ($3 \cdot 4$), illetve 15-ösével ($3 \cdot 5$) fognak ismétlődni, így elég sok tagot kellene megrajzolnunk

Nyilas feladatok

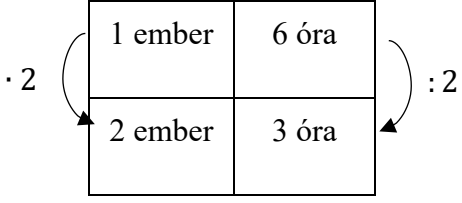
- Olyan feladatok, ahol általában 4 dolog van összehasonlítva bizonyos szempontok alapján
- A szempontok lehetnek:
 - Tömeg
 - Magasság
 - Kor
 - Sportmérkőzések kimenetele (Győzelem vagy vereség)
- A nyilak mindig az egyik ember (résztevő) felől mutatnak a másik felé
- A nyilak a nagyobb mennyiséget (vagy győzelmet) fogják jelteni
- Tehát akitől indul a nyíl ő lesz a kevesebb (tömegű, magasságú, korú), aki felé mutat a nyíl az lesz a nagyobb (tömegű, magasságú, korú)
- Megoldás lépései:
 - 1) Először érdemes megkeresni a legkisebb embert, vagyis azt akiből minden nyíl kifelé mutat
 - 2) Ezután érdemes megkeresni a legnagyobb embert, vagyis azt, aki felé mutat az összes nyíl
 - 3) Végül a két középső embert össze tudjuk könnyen hasonlítani

Diagramok

Diagramos feladatok megoldásának menete

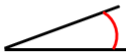
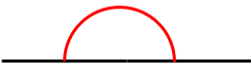
- Először mindig értelmezzük a diagramot
- Nézzük meg mi van az x tengelyen (vízszintes tengely)
- Nézzük meg mi van az y tengelyen (függőleges tengely)
- Ha nem egyértelmű a diagram beosztása, akkor azzal kezdjük, hogy bejelöljük az értékeket
- Ha le kell olvasni adatokat a diagramról (mindig le kell), nyugodtan írjuk az oszlopok fölé az értékeket
- Próbáljuk is megérteni, hogy mi történik a diagramon

Arányosságok

Egyenes arányosság	Fordított arányosság
	
Ha az egyik oszlopot <u>szorozzuk</u> egy számmal, a másikat is ugyanazzal a számmal <u>szorozzuk</u>. Ha az egyik oszlopot <u>osztjuk</u> egy számmal, a másikat is ugyanazzal a számmal <u>osztjuk</u>. Esetek nagy részében Példák: bolt, vásárlás	Ha az egyik oszlopot <u>szorozzuk</u> egy számmal, a másikat ugyanazzal a számmal <u>osztjuk</u>. Ha az egyik oszlopot <u>osztjuk</u> egy számmal, a másikat ugyanazzal a számmal <u>szorozzuk</u>. Esetek kis részében Példák: munka, takarítás, díszítés, kert ásás

Geometria

Szögek típusai

Szög neve	Szög értéke	Szög jelölése
Nullszög	$\alpha = 0^\circ$	
Hegyesszög	$0^\circ < \alpha < 90^\circ$	
Derékszög	$\alpha = 90^\circ$	
Tompaszög	$90^\circ < \alpha < 180^\circ$	
Egyenesszög	$\alpha = 180^\circ$	
Homorúsög	$180^\circ < \alpha < 360^\circ$	
Teljesszög	$\alpha = 360^\circ$	

Háromszögek

Háromszögek csoportosítása szögek szerint

Hegyesszögű háromszög	Derékszögű háromszög	Tompaszögű háromszög
3 hegyesszöge van	2 hegyesszöge és 1 derékszöge van	2 hegyesszöge és 1 tompaszöge van

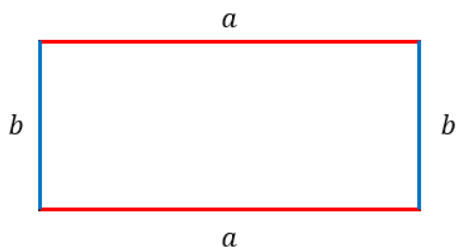
Háromszögek csoportosítása specialitás szerint

Általános háromszög	Egyenlő szárú háromszög	Szabályos (egyenlő oldalú) háromszög
Lehet hegyesszögű, derékszögű és tompaszögű is Lényeg, hogy ne legyen két ugyanolyan hosszúságú oldala Minden oldala és szöge különböző nagyságú	Lehet hegyesszögű, derékszögű és tompaszögű is 2 oldala egyenlő hosszúságú lesz → Szárak 3. oldal → Alap Az alapon fekvő két szöge egyenlő nagyságú Szárak által bezárt szög → Szárszög	Mind a 3 oldala egyenlő hosszúságú lesz Mind a 3 szöge egyenlő nagyságú lesz (60°)

Téglalap és négyzet

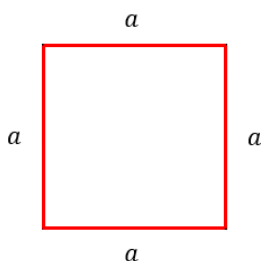
Téglalap

- A téglalap egy négyszög
- 4 oldala és 4 csúcsa van
- Téglalap szemközti oldalai egymással párhuzamosak és egyenlő hosszúak
- A téglalap oldalait a -val és b -vel szoktuk jelölni (mindegy melyiket, hogy jelöljük, csak az egyenlőek legyenek ugyanazzal a betűvel jelölve)
- Téglalapnak lesz szélessége (hosszúsága) és magassága



Négyzet

- A négyzet egy négyszög
- 4 oldala és 4 csúcsa van
- Négyzet mind a 4 oldala egyenlő hosszúságú
- A négyzet oldalait a -val szoktuk jelölni
- Négyzet egy olyan téglalap lesz, aminek a szélessége és a magassága megegyezik egymással



Kerület, terület

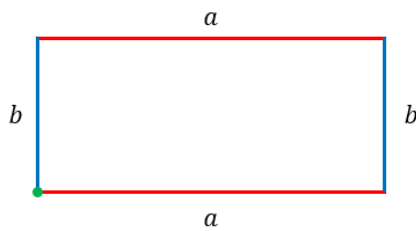
Kerület

- Kerület megadja egy alakzat oldalai hosszának összegét
- Ha ismerjük az alakzat összes oldalának a hosszát, akkor bármilyen fura is az alakzat ki tudjuk számolni a kerületét
- Kerület jele: K
- Kerület mértékegysége négyzetrácsos feladatoknál: Egység (négyzetrácsos lap egy négyzetének oldala 1 egység)
- Kerület mértékegysége, ha hosszúság van megadva: Megegyezik az oldalak mértékegységével (Ha az oldalak mértékegysége méter, akkor a kerületé is méter, ha az oldalak mértékegysége deciméter, akkor a kerületé is deciméter...)

Téglalap kerülete

- A téglalap egy négyszög $\rightarrow$ 4 oldala van
- Téglalap szemközti oldalai egyenlő hosszúak
- Legyen a téglalap szélessége a

- Legyen a téglalap magassága b



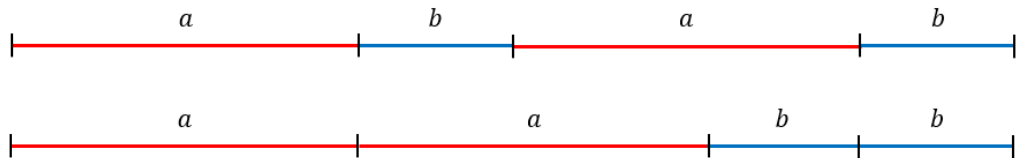
Téglalap kerületének kiszámítása

$$K = a + b + a + b$$

$$K = 2a + 2b$$

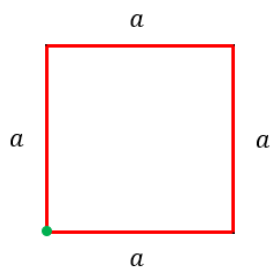
$$K = 2 \cdot (a + b)$$

Kerület:



Négyzet kerülete

- A négyzet egy négyszög $\rightarrow$ 4 oldala van
- Négyzet mind a 4 oldala egyenlő hosszú
- Legyen a négyzet oldala a



Négyzet kerületének kiszámítása

$$K = a + a + a + a$$

$$K = 4a$$

Kerület:



Terület

- Terület megadja az alakzat belsejében lévő rész nagyságát
- Terület jele: T
- Terület mértékegysége négyzetrácsos feladatoknál: Négyzetegység, területegység (négyzetrácsos lap egy négyzete)
- Terület mértékegysége, ha hosszúság van megadva: Megegyezik az oldalak mértékegységének négyzetével (Ha az oldalak mértékegysége méter, akkor a területé négyzetméter (m^2), ha az oldalak mértékegysége deciméter, akkor a területé négyzetdeciméter (dm^2)...)

Téglalap területe

- Téglalap területét mindig úgy számoljuk ki, hogy megszámoljuk, hogy hány egység széles, hány egység magas és a kettőt összeszorozzuk egymással
- $T = \text{szélesség} \cdot \text{magasság}$
- $T = a \cdot b$

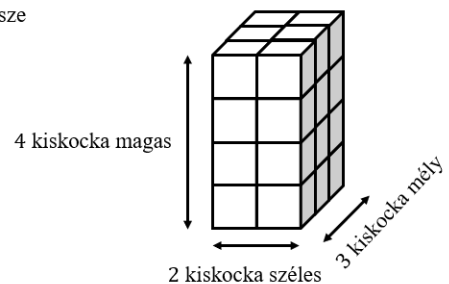
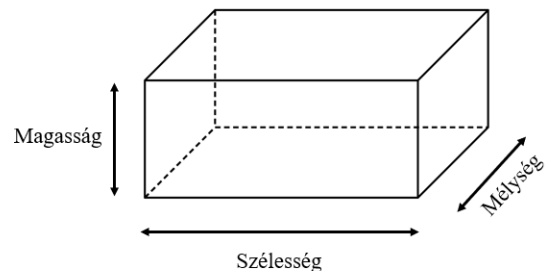
Négyzet területe

- Négyzet területét ugyanúgy számoljuk ki, mint téglalap területét, csak négyzetnél a szélesség és magasság megegyezik egymással
- $T = \text{szélesség} \cdot \text{magasság}$
- $T = a \cdot a$

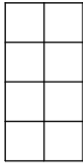
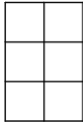
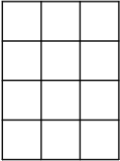
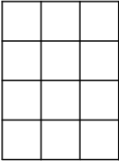
Térgeometria

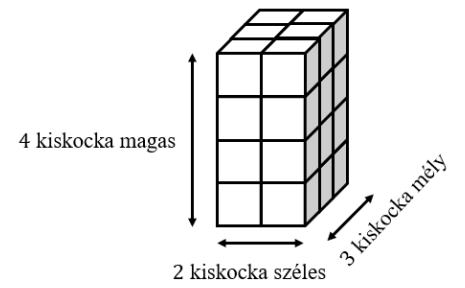
Téglatest

- Téglatest esetén egy téglára tudunk gondolni
- Téglatest lapjai téglalapok lesznek
- Az egymással szemben lévő téglalapok ugyanakkorák lesznek
- Téglatestnek 3 mérete lesz:
 - Szélesség (Hosszúság)
 - Mélység
 - Magasság
- Téglatest:
 - 6 lapja van (3-féle téglalap)
 - 8 csúcsa van
 - 12 éle van (3-féle hosszúságú)
- Élek: Amik a csúcsokat kötik össze
- 1 csúcsból 3 él fog kiindulni
- Téglatest lapjainak elnevezése:
 - Előlap (Első lap)
 - Alaplap (Alsó lap)
 - Jobb oldali lap (Oldallap)
 - Hátlap (Hátsó lap)
 - Fedőlap (Felső lap)
 - Bal oldali lap (Oldallap)

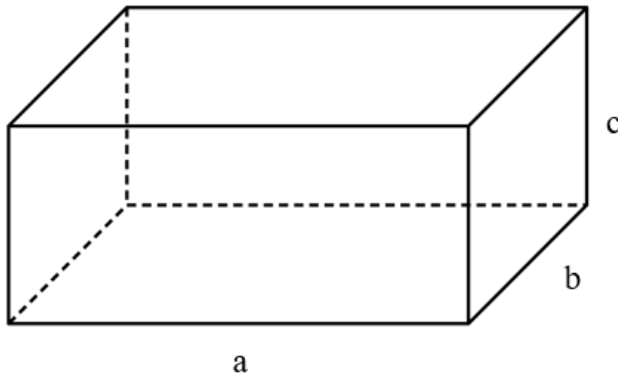


Téglatest nézetei

Előlnézet 	Hátulnézet 
Felülnézet 	Alulnézet 
Jobb oldali nézet 	Bal oldali nézet 



Téglatest felszíne, térfogata



- 3-féle oldal, minden oldalból 2 db (egymással szemben)
- Lapok: Téglalapok
- Alsó és felső lapok területe: $T_1 = a \cdot b$
- Jobb és bal lapok területe: $T_2 = b \cdot c$
- Szemközti és hátsó lapok területe: $T_3 = a \cdot c$

Felszín (A):

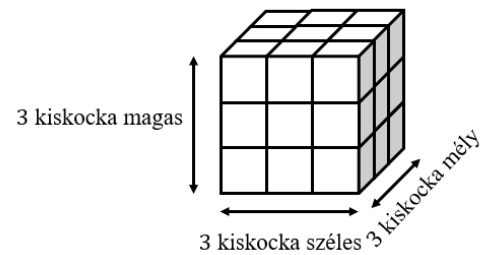
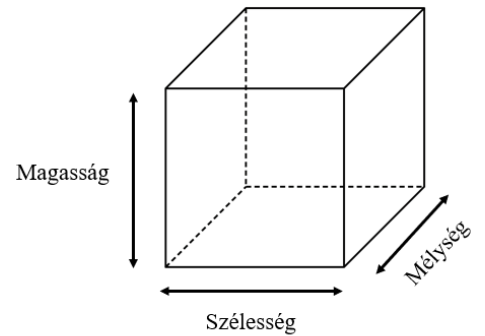
$$A = 2 \cdot T_1 + 2 \cdot T_2 + 2 \cdot T_3 = 2 \cdot a \cdot b + 2 \cdot b \cdot c + 2 \cdot a \cdot c = 2 \cdot (a \cdot b + b \cdot c + a \cdot c)$$

Térfogat (V):

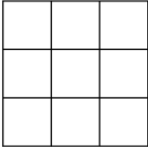
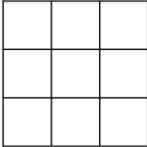
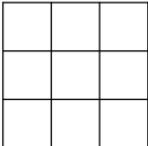
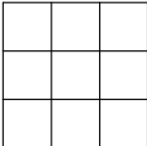
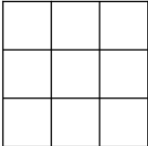
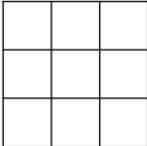
$$V = a \cdot b \cdot c$$

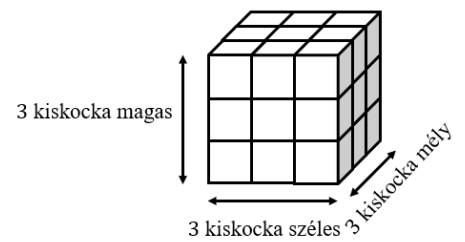
Kocka

- A kocka is téglatestnek számít, egy speciális téglatest lesz
- Kocka lapjai négyzetek lesznek
- Minden lapja ugyanakkora
- Kockának 3 mérete lesz (Ezek megegyeznek egymással):
 - Szélesség (Hosszúság)
 - Mélység
 - Magasság
- Kocka:
 - 6 lapja van (Mind a 6 lap ugyanolyan négyzet lesz)
 - 8 csúcsa van
 - 12 éle van (Minden éle ugyanolyan hosszúságú lesz)
- Kocka lapjainak elnevezése:
 - Elölap (Első lap) Hátlap (Hátsó lap)
 - Alaplap (Alsó lap) Fedőlap (Felső lap)
 - Jobb oldali lap (Oldallap) Bal oldali lap (Oldallap)

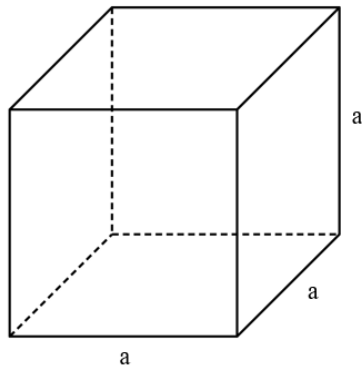


Kocka nézetei

Előlnézet 	Hátulnézet 
Felülnézet 	Alulnézet 
Jobb oldali nézet 	Bal oldali nézet 



Kocka felszíne, térfogata



- 1-féle oldal $\rightarrow$ 6 db
- Lapok: Négyzetek
- Lapok területe: $T = a \cdot a$

Felszín (A):

$$A = 6 \cdot T = 6 \cdot a \cdot a$$

Térfogat (V):

$$V = a \cdot a \cdot a$$

Összetett geometriai testek felszíne

1. Módszer

- Megvizsgáljuk, hogy hányféle lapból áll, majd mindegyik laptípus területét kiszámoljuk
- Megszámoljuk, hogy milyen típusú lapból hány határolja a testet
- Összeszorozzuk a darabszámokat a területértékekkel, és így kiszámoljuk a test felszínét

2. Módszer

- Megnézzük, hogy hányféle testből áll, majd mindegyik típusú testnek kiszámoljuk a felszínét
- Megszámoljuk, hogy hány és milyen típusú testből áll a nagy test és összeszorozva a darabszámokat a kiszámolt felszínekkel, kiszámoljuk a test felszínét úgy, mintha különálló darabokból állna
- Megszámoljuk, hogy hány és milyen lapjai vannak "összeragasztva" az egész testnek

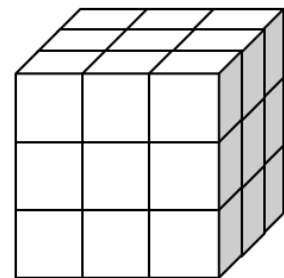
- Ezeket levonva a második pontban kiszámolt felszínéből megkapjuk a test valódi felszínét

3. Módszer

- Egy testnek ugyanannyi lapja látszódik előlről, mint hátulról, ugyanannyi látszódik felülről, mint alulról és ugyanannyi lapja látszódik jobbról, mint balról
- Kiszámoljuk az előlnézeti, felülnézeti és oldalnézeti területét a test felszínének
- A kiszámított értékeket összeadjuk és megszorozzuk kettővel
- Ha van U alak a testben, akkor van rejtett nézete is → azokat a felületeket nevezzük a rejtett nézethez tartozóknak, melyek sem előlről, sem felülről, sem oldalról nem látszódnak. Ezeket is hozzáadjuk az eddig kiszámolt felszínhez

Felszín változása kiskockák elvétele/hozzáadása esetén

- Ha a nagyobb testből kiskockákat veszünk el, akkor a felszín **csökkenhet**, **nőhet**, de olyan is van, hogy **nem változik**
- Ez attól fog függni, hogy honnan vesszük el a kiskockákat
- 3 helyről tudunk kiskockákat elvenni:
 - Vethetünk el kiskockát a nagy kocka sarkáról (csúcsáról)
 - Vethetünk el kiskockát a nagy kocka egy lapjának közepéről
 - Vethetünk el kiskockát a nagy kocka egy élének közepéről
- Felszín változása ezekben az esetekben:
 - Ha a nagy kocka sarkáról veszünk el kiskockát, akkor a felszín **nem fog megváltozni**, ugyanis 3 lap el fog tűnni, de 3 pluszba meg fog jelenni (azok a lapok, amik eddig az elvett kocka lapjaihoz csatlakoztak)
 - Ha a nagy kocka lapjának közepéről veszünk el 1 kiskockát, akkor a felszín meg fog nőni, ugyanis 1 lap fog eltűnni, viszont 5 lap meg fog jelenni pluszba (azok a lapok, amik eddig az elvett kocka lapjaihoz csatlakoztak), így a test felszíne **4 kiskockányi lappal fog megnőni**
 - Ha a nagy kocka élének közepéről veszünk el 1 kiskockát, akkor a felszín meg fog nőni, ugyanis 2 lap fog eltűnni, viszont 4 lap meg fog jelenni pluszba (azok a lapok, amik eddig az elvett kocka lapjaihoz csatlakoztak), így a test felszíne **2 kiskockányi lappal fog megnőni**
- Akkor csökken a felszín, ha például elveszünk több kiskockát is (pl. az első lapot teljesen)



Térfogat változása kiskockák elvétele/hozzáadása esetén

- Térfogat esetén egyszerű lesz a helyzet, amikor a nagy testből kiskockákat veszünk el, vagy adunk hozzá:
 - Amennyi kiskockát elvettünk, annyi kiskockányi térfogattal **csökken** a test térfogata
 - Amennyi kiskockákat hozzáadtunk, annyi kiskockányi térfogattal **növekszik** a test térfogata
- Mindegy, hogy melyik helyről vesszük el a kiskockákat
- Ha a sarkáról vesszük el, vagy a lap közepéről, vagy az él közepéről, akkor is 1 kiskockányi térfogattal csökken a test térfogata

Szöveges feladatok

Feladatmegoldás menete

1. lépés: Feladat szövegének elolvasása figyelmesen, szöveg értelmezése
2. lépés: Adatok kigyűjtése
3. lépés: Kérdés felírása
4. lépés: Ábra, táblázat készítése (ha szükséges)
5. lépés: Számítások felírása (egyenlet, nyitott mondat)
6. lépés: Becslés
7. lépés: Számítások elvégzése
8. lépés: A kapott eredmény összevetése a becsült értékkel
9. lépés: Szöveges válasz írása