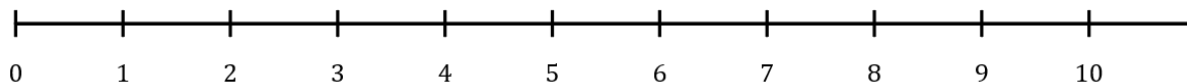


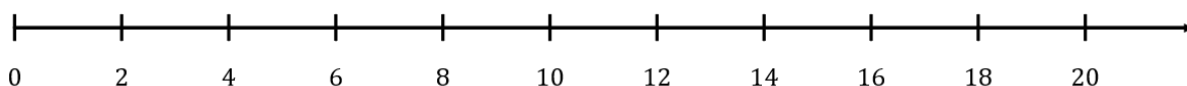
Műveletek

Számegyenes

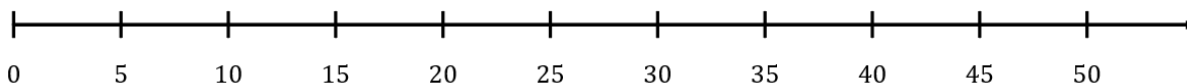
Számegyenes 10-ig



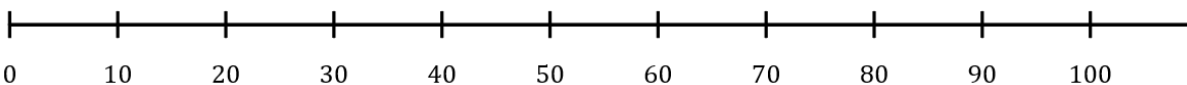
Számegyenes 2-esével 20-ig



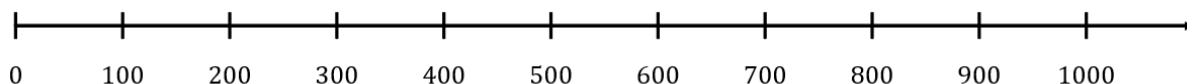
Számegyenes 5-ösével 50-ig



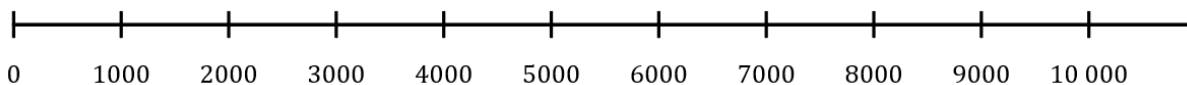
Számegyenes 10-esével 100-ig



Számegyenes 100-asával 1000-ig



Számegyenes 1000-esével 10 000-ig



Számok szomszédai

Egyes szomszédok

- Számok kisebb szomszédja a szám előtti szám, nagyobb szomszédja pedig a szám utáni szám lesz
- Szomszéd helyett használhatjuk az egyes szomszéd szót is

Páros szomszédok

- Számok kisebb páros szomszédja a szám előtti páros szám, nagyobb páros szomszédja pedig a szám utáni páros szám lesz
- Ha páratlan szám páros szomszédjaira vagyunk kíváncsiak, akkor nincs semmi különbség a szomszédjaihoz képest
- Ha páros szám páros szomszédjaira vagyunk kíváncsiak, akkor a páros szám előtti, illetve utáni páros számok lesznek azok

Páratlan szomszédok

- Számok kisebb páratlan szomszédja a szám előtti páratlan szám, nagyobb páratlan szomszédja pedig a szám utáni páratlan szám lesz
- Ha páros szám páratlan szomszédjaira vagyunk kíváncsiak, akkor nincs semmi különbség a szomszédjaihoz képest
- Ha páratlan szám páratlan szomszédjaira vagyunk kíváncsiak, akkor a páratlan szám előtti, illetve utáni páratlan számok lesznek azok

Tízes szomszédok

- Számok Kisebb ezres szomszédja az a szám, ami számtól kisebb, 0-ra végződik és a számhoz legközelebb van
- Számok Nagyobb ezres szomszédja az a szám, ami számtól nagyobb, 0-ra végződik és a számhoz legközelebb van
- Kisebb ezres szomszédnál (ha a szám nem 0-ra végződik) csak az egyes helyén álló számot ki kell cserélni 0-ra
- Nagyobb ezres szomszédnál pedig a Kisebb ezres szomszéd tízes helyi értékén álló számjegyet kell 1-gyel megnövelni
- Ha a szám 0-ra végződik, akkor a Kisebb ezres szomszédnál a tízes helyi értéken álló számjegyet 1-gyel csökkentjük, Nagyobb ezres szomszédnál, pedig 1-gyel növeljük

Százas szomszédok

- Számok kisebb százas szomszédja az a szám, ami számtól kisebb, 00-ra végződik és a számhoz legközelebb van

- Számok nagyobb százask szomszédja az a szám, ami számtól nagyobb, 00-ra végződik és a számhoz legközelebb van
- Kisebb százask szomszédnál (ha a szám nem 00-ra végződik) csak az egyes és tízes helyén álló számokat ki kell cserélni 00-ra
- Nagyobb százask szomszédnál pedig a kisebb százask szomszéd százask helyi értékén álló számjegyet kell 1-gyel megnövelni
- Ha a szám 00-ra végződik, akkor a kisebb százask szomszédnál a százask helyi értékén álló számjegyet 1-gyel csökkentjük, nagyobb százask szomszédnál, pedig 1-gyel növeljük

Ezres szomszédok

- Számok kisebb ezres szomszédja az a szám, ami számtól kisebb, 000-ra végződik és a számhoz legközelebb van
- Számok nagyobb ezres szomszédja az a szám, ami számtól nagyobb, 000-ra végződik és a számhoz legközelebb van
- Kisebb ezres szomszédnál (ha a szám nem 000-ra végződik) csak a százask, tízes és egyes helyén álló számokat ki kell cserélni 000-ra
- Nagyobb ezres szomszédnál pedig a kisebb ezres szomszéd ezres helyi értékén álló számjegyet kell 1-gyel megnövelni
- Ha a szám 000-ra végződik, akkor a kisebb ezres szomszédnál az ezres helyi értékén álló számjegyet 1-gyel csökkentjük, nagyobb ezres szomszédnál, pedig 1-gyel növeljük

Kerekítés

Tízesre kerekítés

- Tízesre kerekítésnél megkeressük a szám kisebb, illetve nagyobb tízes szomszédjait, és eldöntjük a kettő közül melyikhez van közelebb
- Két tízes szomszéd között fél úton lévő szám mindig az 5 lesz (Fél út: Ami ugyanolyan távol van az egyiktől, mint a másiktól)
- Ha az egyes helyén 1, 2, 3, 4 számok szerepelnek akkor **lefelé** (↓) kerekítünk
- Ha az egyes helyén 5, 6, 7, 8, 9 számok szerepelnek akkor **felfelé** (↑) kerekítünk

- Ha az egyes helyén 0 szerepel akkor a szám és a tízesre kerekített értéke megegyezik

Százásra kerekítés

- Százásra kerekítésnél megkeressük a szám kisebb, illetve nagyobb százás szomszédjait, és eldöntjük a kettő közül melyikhez van közelebb
- Két százás szomszéd között fél úton lévő szám mindig az 50 lesz (Fél út: Ami ugyanolyan távol van az egyiktől, mint a másiktól)
- Ha a tízes helyén 0, 1, 2, 3, 4 számok szerepelnek akkor **lefelé (↓)** kerekítünk (Ha az utolsó két szám 01 – 49)
- Ha a tízes helyén 5, 6, 7, 8, 9 számok szerepelnek akkor **felfelé (↑)** kerekítünk (Ha az utolsó két szám 50 – 99)
- Ha az utolsó két helyen 00 szerepel akkor a szám és a százásra kerekített értéke megegyezik

Ezresre kerekítés

- Ezresre kerekítésnél megkeressük a szám kisebb, illetve nagyobb ezres szomszédjait, és eldöntjük a kettő közül melyikhez van közelebb
- Két ezres szomszéd között fél úton lévő szám mindig az 500 lesz (Fél út: Ami ugyanolyan távol van az egyiktől, mint a másiktól)
- Ha a százás helyén 0, 1, 2, 3, 4 számok szerepelnek akkor **lefelé (↓)** kerekítünk (Ha az utolsó három szám 001 – 499)
- Ha a százás helyén 5, 6, 7, 8, 9 számok szerepelnek akkor **felfelé (↑)** kerekítünk (Ha az utolsó három szám 500 – 999)
- Ha az utolsó három helyen 000 szerepel akkor a szám és az ezresre kerekített értéke megegyezik

Helyi érték

Egyes és tízes helyi érték

$$\begin{array}{c} \text{tízes} \quad \text{egyes} \\ \swarrow \quad \searrow \\ 15 = 10 + 5 \end{array}$$

Egyes, tízes és százás helyi érték

$$\begin{array}{c} \text{százás} \\ \swarrow \quad \searrow \\ \text{tízes} \quad \text{egyes} \\ 145 = 100 + 40 + 5 \end{array}$$

Egyes, tízes, százás és ezres helyi érték

$$\begin{array}{c} \text{ezres} \quad \text{százás} \\ \swarrow \quad \searrow \\ \text{tízes} \quad \text{egyes} \\ 1145 = 1000 + 100 + 40 + 5 \end{array}$$

Műveletek elnevezése

Összeadás

$$\begin{array}{ccc} \text{PLUSZ} & & \text{ÖSSZEG} \\ \downarrow & & \downarrow \\ 13 + 22 = 35 \\ \uparrow \quad \uparrow & & \\ \text{TAGOK (ÖSSZEADANDÓK)} & & \end{array}$$

ELLENŐRZÉS:

$$35 - 13 = 22$$

$$35 - 22 = 13$$

$$22 + 13 = 35$$

TULAJDONSÁGOK:

- A tagok felcserélhetők: $13 + 22 = 22 + 13 = 35$
- A tagok csoportosíthatók: $10 + 3 + 22 = 10 + 3 + 22$
 $13 + 22 = 10 + 25$
 $35 = 35$
- A 0 nem változtat az összegben: $35 + 0 = 35$

Kivonás

MÍNUSZ KÜLÖNBSÉG

$35 - 22 = 13$

KISSEBBÍTENDŐ KIVONANDÓ

The diagram shows the equation $35 - 22 = 13$. Above the minus sign is the label 'MÍNUSZ' with an arrow pointing down to it. Above the result '13' is the label 'KÜLÖNBSÉG' with an arrow pointing down to it. Below the number '35' is the label 'KISSEBBÍTENDŐ' with an arrow pointing up to it. Below the number '22' is the label 'KIVONANDÓ' with an arrow pointing up to it.

ELLENŐRZÉS:

$$13 + 22 = 35$$

$$22 + 13 = 35$$

$$35 - 13 = 22$$

TULAJDONSÁGOK:

- A kivonásban a számok **NEM** felcserélhetők!
- A 0 nem változtat a különbségen: $35 - 0 = 35$

Szorzás

SZORZAT

$2 \cdot 8 = 16$

TÉNYEZŐK

The diagram shows the equation $2 \cdot 8 = 16$. Above the result '16' is the label 'SZORZAT' with an arrow pointing down to it. Below the numbers '2' and '8' is the label 'TÉNYEZŐK' with two arrows pointing up to each of them.

ELLENŐRZÉS:

$$8 + 8 = 16$$

$$16 : 8 = 2$$

$$16 : 2 = 8$$

$$8 \cdot 2 = 16$$

TULAJDONSÁGOK:

- A tényezők felcserélhetők: $2 \cdot 8 = 8 \cdot 2 = 16$
- A tényezők csoportosíthatók: $2 \cdot 3 \cdot 4 = 2 \cdot 3 \cdot 4$
 $6 \cdot 4 = 2 \cdot 12$
 $24 = 24$
- Az 1 nem változtat a szorzaton: $8 \cdot 1 = 8$

Szorótábla

1 · 1 = 1
1 · 2 = 2
1 · 3 = 3
1 · 4 = 4
1 · 5 = 5
1 · 6 = 6
1 · 7 = 7
1 · 8 = 8
1 · 9 = 9
1 · 10 = 10

2 · 1 = 2
2 · 2 = 4
2 · 3 = 6
2 · 4 = 8
2 · 5 = 10
2 · 6 = 12
2 · 7 = 14
2 · 8 = 16
2 · 9 = 18
2 · 10 = 20

3 · 1 = 3
3 · 2 = 6
3 · 3 = 9
3 · 4 = 12
3 · 5 = 15
3 · 6 = 18
3 · 7 = 21
3 · 8 = 24
3 · 9 = 27
3 · 10 = 30

4 · 1 = 4
4 · 2 = 8
4 · 3 = 12
4 · 4 = 16
4 · 5 = 20
4 · 6 = 24
4 · 7 = 28
4 · 8 = 32
4 · 9 = 36
4 · 10 = 40

5 · 1 = 5
5 · 2 = 10
5 · 3 = 15
5 · 4 = 20
5 · 5 = 25
5 · 6 = 30
5 · 7 = 35
5 · 8 = 40
5 · 9 = 45
5 · 10 = 50

6 · 1 = 6
6 · 2 = 12
6 · 3 = 18
6 · 4 = 24
6 · 5 = 30
6 · 6 = 36
6 · 7 = 42
6 · 8 = 48
6 · 9 = 54
6 · 10 = 60

7 · 1 = 7
7 · 2 = 14
7 · 3 = 21
7 · 4 = 28
7 · 5 = 35
7 · 6 = 42
7 · 7 = 49
7 · 8 = 56
7 · 9 = 63
7 · 10 = 70

8 · 1 = 8
8 · 2 = 16
8 · 3 = 24
8 · 4 = 32
8 · 5 = 40
8 · 6 = 48
8 · 7 = 56
8 · 8 = 64
8 · 9 = 72
8 · 10 = 80

9 · 1 = 9
9 · 2 = 18
9 · 3 = 27
9 · 4 = 36
9 · 5 = 45
9 · 6 = 54
9 · 7 = 63
9 · 8 = 72
9 · 9 = 81
9 · 10 = 90

10 · 1 = 10
10 · 2 = 20
10 · 3 = 30
10 · 4 = 40
10 · 5 = 50
10 · 6 = 60
10 · 7 = 70
10 · 8 = 80
10 · 9 = 90
10 · 10 = 100

Osztás (bennfoglalás)

$$35 : 5 = 7$$

HÁNYADOS

35
:
5
=
7

OSZTANDÓOSZTÓ

ELLENŐRZÉS:

$$7 \cdot 5 = 35$$

$$5 \cdot 7 = 35$$

$$35 : 7 = 5$$

TULAJDONSÁGOK:

- Az osztásban a számok **NEM** cserélhetők fel!
- Az 1 nem változtat az osztáson: $8 : 1 = 8$

Maradékos osztás

$$\begin{array}{c} \text{OSZTÓ} \quad \text{HÁNYADOS} \\ \downarrow \quad \downarrow \\ \text{OSZTANDÓ} \rightarrow 16 : 5 = 3 \\ \quad \quad \quad 1 \\ \quad \quad \quad \downarrow \\ \quad \quad \quad \text{MARADÉK} \end{array}$$

ELLENŐRZÉS:

$$3 \cdot 5 + 1 = 15 + 1 = 16$$

Bennfoglaló tábla

1	:	1	=	1
2	:	1	=	2
3	:	1	=	3
4	:	1	=	4
5	:	1	=	5
6	:	1	=	6
7	:	1	=	7
8	:	1	=	8
9	:	1	=	9
10	:	1	=	10

2	:	2	=	1
4	:	2	=	2
6	:	2	=	3
8	:	2	=	4
10	:	2	=	5
12	:	2	=	6
14	:	2	=	7
16	:	2	=	8
18	:	2	=	9
20	:	2	=	10

3	:	3	=	1
6	:	3	=	2
9	:	3	=	3
12	:	3	=	4
15	:	3	=	5
18	:	3	=	6
21	:	3	=	7
24	:	3	=	8
27	:	3	=	9
30	:	3	=	10

4	:	4	=	1
8	:	4	=	2
12	:	4	=	3
16	:	4	=	4
20	:	4	=	5
24	:	4	=	6
28	:	4	=	7
32	:	4	=	8
36	:	4	=	9
40	:	4	=	10

5	:	5	=	1
10	:	5	=	2
15	:	5	=	3
20	:	5	=	4
25	:	5	=	5
30	:	5	=	6
35	:	5	=	7
40	:	5	=	8
45	:	5	=	9
50	:	5	=	10

6	:	6	=	1
12	:	6	=	2
18	:	6	=	3
24	:	6	=	4
30	:	6	=	5
36	:	6	=	6
42	:	6	=	7
48	:	6	=	8
54	:	6	=	9
60	:	6	=	10

7	:	7	=	1
14	:	7	=	2
21	:	7	=	3
28	:	7	=	4
35	:	7	=	5
42	:	7	=	6
49	:	7	=	7
56	:	7	=	8
63	:	7	=	9
70	:	7	=	10

8	:	8	=	1
16	:	8	=	2
24	:	8	=	3
32	:	8	=	4
40	:	8	=	5
48	:	8	=	6
56	:	8	=	7
64	:	8	=	8
72	:	8	=	9
80	:	8	=	10

9	:	9	=	1
18	:	9	=	2
27	:	9	=	3
36	:	9	=	4
45	:	9	=	5
54	:	9	=	6
63	:	9	=	7
72	:	9	=	8
81	:	9	=	9
90	:	9	=	10

10	:	10	=	1
20	:	10	=	2
30	:	10	=	3
40	:	10	=	4
50	:	10	=	5
60	:	10	=	6
70	:	10	=	7
80	:	10	=	8
90	:	10	=	9
100	:	10	=	10

Írásbeli műveletek

Írásbeli összeadás

$$411 + 42 = 453$$



	sz	t	e
	↓	↓	↓
	4	1	1
+		4	2
	4	5	3

$$1 + 2 = 3$$

$$1 + 4 = 5$$

	sz	t	e
	•	•	•
+	•	•	•
	•	•	•

$$136 + 318 = 454$$



		1	
	1	3	6
+	3	1	8
	4	5	4

$$6 + 8 = 14$$

$$1 + 3 + 1 = 5$$

$$1 + 3 = 4$$

	•	•	•
+	•	•	•
	•	•	•

$$147 + 278 = 425$$



	1	1	
	1	4	7
+	2	7	8
	4	2	5

$$7 + 8 = 15$$

$$1 + 4 + 7 = 12$$

$$1 + 1 + 2 = 4$$

	•	•	•
+	•	•	•
	•	•	•



Írásbeli kivonás

$$342 - 21 = 321$$



	sz	t	e
	↓	↓	↓
	3	4	2
-		2	1
	3	2	1

$$2 - 1 = 1$$

$$4 - 2 = 2$$

	sz	t	e
	•	•	•
-	•	•	•
	•	•	•

$$362 - 125 = 237$$



		1	
	3	6	2
-	1	2	5
	2	3	7

$$2 - 5 \text{ Nem lehet!}$$

$$\rightarrow 12 - 5 = 7$$

$$6 - 1 - 2 = 3$$

$$3 - 1 = 2$$

	•	•	•
-	•	•	•
	•	•	•

$$344 - 175 = 169$$



	1	1	
	3	4	4
-	1	7	5
	1	6	9

$$4 - 5 \text{ Nem lehet!}$$

$$\rightarrow 14 - 5 = 9$$

$$4 - 1 - 7 \text{ Nem lehet!}$$

$$\rightarrow 14 - 1 - 7 = 6$$

$$3 - 1 - 1 = 1$$

	•	•	•
-	•	•	•
	•	•	•



Írásbeli szorzás

$124 \cdot 2 = 248$ $\longrightarrow$

	sz	t	e		
	↓	↓	↓		
1	2	4	.	2	
2	4	8			

$4 \cdot 2 = 8$
 $2 \cdot 2 = 4$
 $1 \cdot 2 = 2$

$118 \cdot 4 = 472$ $\longrightarrow$

	3				
1	1	8	.	4	
4	7	2			

$8 \cdot 4 = 32$
 $1 \cdot 4 + 3 = 4 + 3 = 7$
 $1 \cdot 4 = 4$

$278 \cdot 3 = 834$ $\longrightarrow$

2	2				
2	7	8	.	3	
8	3	4			

$8 \cdot 3 = 24$
 $7 \cdot 3 + 2 = 21 + 2 = 23$
 $2 \cdot 3 + 2 = 6 + 2 = 8$

● = 1
 ● = 10
 ● = 100
 ● = ●●●●●●●●●●
 ● = ●●●●●●●●●●●●

Írásbeli osztás

$960 : 3 = 320 \quad m: 0$ $\longrightarrow$

9'	6'	0'	:	3	=			
0	6							
	0	0						
		0						

$9 : 3 = 3 \quad m: 0$
 $6 : 3 = 2 \quad m: 0$
 $0 : 3 = 0 \quad m: 0$

$960 : 7 = 137 \quad m: 1$ $\longrightarrow$

9'	6'	0'	:	7	=			
2	6							
	5	0						
		1						

$9 : 7 = 1 \quad m: 2$
 $26 : 7 = 3 \quad m: 5$
 $50 : 7 = 7 \quad m: 1$

$360 : 7 = 45 \quad m: 5$ $\longrightarrow$

3	6'	0'	:	7	=			
	4	0						
		5						

$3 : 7$ **Nem lehet**
 $36 : 7 = 4 \quad m: 4$
 $40 : 7 = 5 \quad m: 5$

Írásbeli osztás tudnivalók

- Mindig megpróbáljuk az első számot osztani az osztóval, ha nem tudjuk (mert kisebb tőle), akkor az első két számból képzett számot osztjuk vele
- Ha az adott számot osztjuk az osztóval az eredmény nem lehet 10-nél nagyobb
- A maradék soha nem lehet nagyobb az osztónál
- A maradék maximális értéke (akár közben, akár a legvégén) 0 és az osztótól 1-gyel kisebb szám közötti szám lehet
- Ha 4-gyel osztunk a maradék lehet: 0, 1, 2, 3
- Ha 8-cal osztunk a maradék lehet: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7

Pozitív és negatív számok

Pozitív és negatív számok összeadása

$$\oplus + \oplus \rightarrow 3 + 2 = 5$$

$$\oplus + \ominus \rightarrow 5 + (-4) = 5 - 4 = 1$$

$$\oplus + \ominus \rightarrow 5 + (-7) = 5 - 7 = -2$$

$$\ominus + \oplus \rightarrow (-3) + 5 = 5 - 3 = 2$$

$$\ominus + \oplus \rightarrow (-3) + 2 = 2 - 3 = -1$$

$$\ominus + \ominus \rightarrow (-4) + (-5) = -(4 + 5) = -9$$

Pozitív és negatív számok kivonása

$$\oplus - \oplus \rightarrow 7 - 2 = 5$$

$$\oplus - \oplus \rightarrow 3 - 5 = -2$$

$$\oplus - \ominus \rightarrow 6 - (-1) = 6 + 1 = 7$$

$$\ominus - \oplus \rightarrow (-3) - 2 = -(3 + 2) = -5$$

$$\ominus - \ominus \rightarrow (-4) - (-6) = (-4) + 6 = 6 - 4 = 2$$

$$\ominus - \ominus \rightarrow (-7) - (-3) = (-7) + 3 = 3 - 7 = -4$$

Pozitív és negatív számok szorzása

$$\oplus \cdot \oplus \rightarrow 3 \cdot 2 = 6$$

$$\oplus \cdot \ominus \rightarrow 4 \cdot (-3) = -12$$

$$\ominus \cdot \oplus \rightarrow (-5) \cdot 3 = -15$$

$$\ominus \cdot \ominus \rightarrow (-6) \cdot (-2) = 12$$

- Ha azonos előjelű számokat ($\oplus$ -t $\oplus$ -sal, vagy $\ominus$ -t $\ominus$ -sal) szorzunk egymással, akkor az eredmény pozitív lesz ($\oplus$)
- Ha eltérő előjelű számokat ($\oplus$ -t $\ominus$ -sal, vagy $\ominus$ -t $\oplus$ -sal) szorzunk egymással, akkor az eredmény negatív lesz ($\ominus$)

Pozitív és negatív számok osztása

$$\oplus : \oplus \rightarrow 18 : 3 = 6$$

$$\oplus : \ominus \rightarrow 24 : (-6) = -4$$

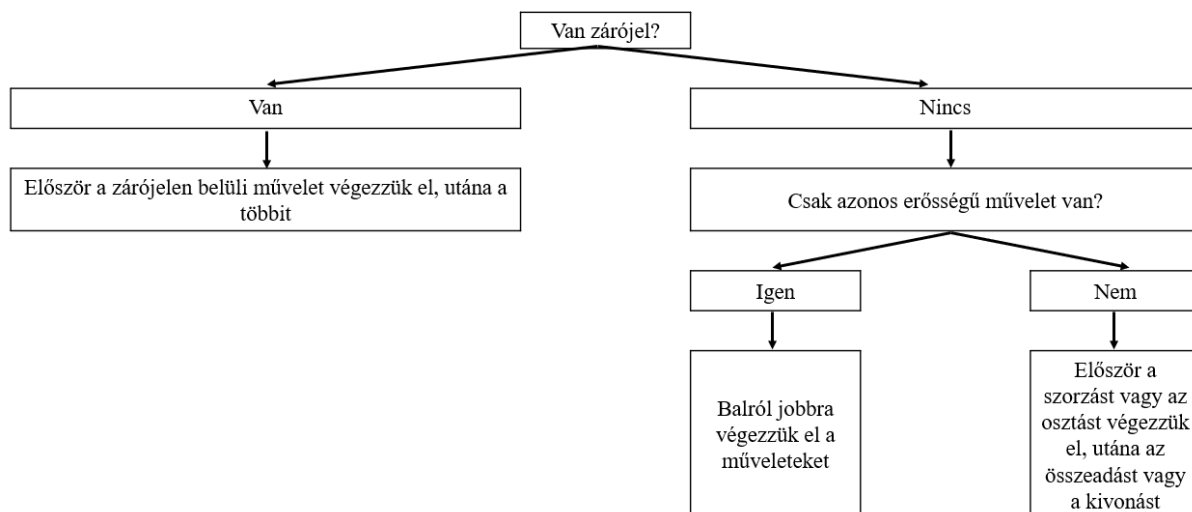
$$\ominus : \oplus \rightarrow (-32) : 4 = -8$$

$$\ominus : \ominus \rightarrow (-21) : (-3) = 7$$

- Ha azonos előjelű számokat ($\oplus$ -t $\oplus$ -sal, vagy $\ominus$ -t $\ominus$ -sal) osztunk egymással, akkor az eredmény pozitív lesz ($\oplus$)
- Ha eltérő előjelű számokat ($\oplus$ -t $\ominus$ -sal, vagy $\ominus$ -t $\oplus$ -sal) osztunk egymással, akkor az eredmény negatív lesz ($\ominus$)

Műveletek sorrendje

- 1) Zárójelben lévő műveletek
- 2) Szorzás, osztás
- 3) Összeadás, kivonás



Szavak, amikre figyelni kell

Szavak	Példa	Jelentés
Legalább	Legalább 2	2, 3, 4, 5 ...
Legfeljebb	Legfeljebb 3	0, 1, 2, 3
Minimum	Minimum 1	1, 2, 3, 4 ...
Maximum	Maximum 5	0, 1, 2, 3, 4, 5
Több	Több, mint 3	4, 5, 6, 7 ...
Kevesebb	Kevesebb, mint 4	0, 1, 2, 3
Nagyobb	Nagyobb, mint 6	7, 8, 9, 10 ...
Kisebb	Kisebb, mint 3	0, 1, 2
Nem nagyobb	Nem nagyobb, mint 5	0, 1, 2, 3, 4, 5
Nem kisebb	Nem kisebb, mint 4	4, 5, 6, 7 ...

Törtek

Törtek bevezetés

- Ha 4 egyenlő szeletre vágott tortából (pizzából) 3 szeletet kapunk meg, akkor a torta (pizza) **3 negyed** részét kaptuk meg

$$\frac{3}{4}$$

Számláló
Törtvonal
Nevező

Törtek bővítése

- Hogyan fogunk bővíteni?
- A számlálót és a nevezőt is ugyanazzal az egész számmal fogjuk megszorozni
- Fontos, hogy a számláló és a nevező is meg legyen szorozva a számmal, ne csak az egyik
- Fontos, hogy a számláló és a nevező is ugyanazzal az egész számmal legyen megszorozva

$$\frac{1}{2} = \frac{2}{4}$$

· 2

Törtek egyszerűsítése

- Hogyan fogunk egyszerűsíteni?
- A számlálót és a nevezőt is ugyanazzal az egész számmal fogjuk elosztani
- Fontos, hogy a számláló és a nevező is el legyen osztva a számmal, ne csak az egyik
- Fontos, hogy a számláló és a nevező is ugyanazzal az egész számmal legyen elosztva
- Bővíteni mindig tudunk, egyszerűsíteni viszont nem mindig
- Akkor tudunk egyszerűsíteni, ha a tört számlálója és nevezője is osztható ugyanazzal a számmal
- Mindig igyekszünk a lehető legnagyobb számmal egyszerűsíteni

$$\frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

· 2

Törtek és az osztás művelet

- A törtet át tudjuk írni egy osztás műveletre, de az osztás műveletet is át tudjuk írni egy törtté:
 - Az osztandó lesz a számláló
 - Az osztó lesz a nevező

$$4:8 = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{6}{3} = 6:3 = 2$$

Törtek típusai

1-nél kisebb törtek

Számláló < Nevező

Példák:

$$\frac{1}{2}$$

$$\frac{2}{3}$$

1-gyel egyenlő törtek

Számláló = Nevező

Példák:

$$\frac{2}{2}$$

$$\frac{3}{3}$$

1-nél nagyobb törtek

Számláló > Nevező

Példák:

$$\frac{3}{2}$$

$$\frac{5}{3}$$

Egész számok átírása tört alakra

1 → Számláló = Nevező

$$1 = \frac{2}{2} = \frac{3}{3} = \frac{4}{4}$$

2 → Számláló = 2 · Nevező

$$2 = \frac{4}{2} = \frac{6}{3} = \frac{8}{4} = \frac{10}{5}$$

3 → Számláló = 3 · Nevező

$$3 = \frac{6}{2} = \frac{9}{3} = \frac{12}{4} = \frac{24}{8}$$

4 → Számláló = 4 · Nevező

$$4 = \frac{8}{2} = \frac{12}{3} = \frac{16}{4} = \frac{40}{10}$$

Törtek összehasonlítása

1. Ugyanaz a nevező: Az a nagyobb, amelyiknek nagyobb a számlálója

$$\frac{2}{5} \boxed{<} \frac{4}{5}$$

2. Ugyanaz a számláló: Az a nagyobb, amelyiknek kisebb a nevezője

$$\frac{3}{5} \boxed{>} \frac{3}{7}$$

3. Eltérő a számláló és a nevező is: Közös nevezőre hozás → 1. eset

$$\frac{4}{10} \quad \frac{2}{5} \boxed{<} \frac{1}{2} \quad \frac{5}{10}$$

4. Az egyik nagyobb, mint 1: Az a nagyobb

$$\frac{9}{8} \boxed{>} \frac{6}{7}$$

Vegyes tört alak

- 1-nél nagyobb törtet átírhatunk vegyes tört alakba/vegyes tört alakban adhatjuk meg
- A vegyes tört alak egy egész számból és egy tört számból áll, amiket egymás mellé írunk le

$$2\frac{3}{4} \rightarrow 2 + \frac{3}{4} = \frac{8}{4} + \frac{3}{4} = \frac{11}{4}$$

Törtek összeadása és kivonása

- Törteket akkor tudunk összeadni egymással és kivonni őket egymásból, ha a két törtnek közös a nevezője (ugyanannyi szeletre vannak vágva a pizzák)
- Ilyenkor csak össze kell adni a számlálókat (összeadásnál), valamint ki kell vonni egymásból őket (kivonásnál)
- Mi van, ha nem ugyanaz a két tört nevezője?
 - Ilyenkor közös nevezőre kell hoznunk a két törtet
- Hogy hozzuk közös nevezőre a törteteket?
 - Vagy egyik vagy mind a két törtet bővíteni fogjuk

- Ha az egyik nevező a másik nevező egész számszorosa, akkor a kisebb nevezőt fogjuk bővíteni a nagyobb nevezőre
- Ha a nevezők nem egymás egész számszorosai, akkor közös nevezőre hozzuk őket (mind a két törtet bővíteni fogjuk)
- Ilyenkor két dolgot tehetünk:
 - ❖ Az egyik, hogy összeszorozzuk a nevezőket, és az lesz az új közös nevező (ez mindig működni fog, viszont van, hogy nagy számokkal kell dolgoznunk)
 - ❖ A másik, hogy keresünk egy olyan számot, ami osztható az egyik és osztható a másik nevezővel is (van, hogy ez a szám a két szám szorzata lesz (előző eset), de van, hogy lesz kisebb szám is, ez azért előnyösebb, mint az összeszorozás, mert így nem kell nagy számokkal számolnunk)
- A végén, ha tudunk, egyszerűsítünk (nem kötelező)

$$\frac{1}{6} + \frac{3}{6} = \frac{\cancel{4}}{\cancel{6}_3} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{1}{3} + \frac{1}{6} = \frac{2}{6} + \frac{1}{6} = \frac{\cancel{3}}{\cancel{6}_2} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{3}{6} + \frac{2}{6} = \frac{5}{6}$$

$$\frac{3}{4} + \frac{5}{6} = \frac{9}{12} + \frac{10}{12} = \frac{19}{12}$$

Törtek és egész számok összeadása/kivonása

- Törtet és egész számot úgy adunk össze, vagy úgy vonjuk ki egymásból őket, hogy az egész számot felírjuk olyan nevezőjű törteként, mint a tört nevezője

$$\frac{2}{3} + 1 = \frac{2}{3} + \frac{3}{3} = \frac{5}{3}$$

$$\frac{7}{3} - 2 = \frac{7}{3} - \frac{6}{3} = \frac{1}{3}$$

Törtek szorzása egész számmal

- Törteket úgy tudunk szorozni egész számmal, hogy a tört számlálóját megszorozzuk a számmal (ez a módszer mindig működni fog)
- Ennél a módszernél ugyanúgy, mint összeadás vagy kivonás esetén, a végén, ha tudunk, akkor egyszerűsítünk

- A szorzást úgy is elvégezhetjük, hogy az egész számot és a tört nevezőjét egyszerűsítjük egymással (ez csak akkor alkalmazható, ha az egész számnak és a tört nevezőjének van közös osztója)
- Ennél a módszernél az eredményt a lehető legegyszerűbb alakban fogjuk megkapni, így a végén nem kell egyszerűsíteniünk (mert közben elvégeztük)

Törtek osztása egész számmal

- Törteket úgy tudunk osztani egész számmal, hogy a tört **nevezőjét** megszorozzuk a számmal (ez a módszer mindig működni fog)
- Ennél a módszernél ugyanúgy, mint összeadás vagy kivonás esetén, a végén, ha tudunk, akkor egyszerűsítünk
- Az osztást úgy is elvégezhetjük, hogy a tört számlálóját és az egész számot elosztjuk/egyszerűsítjük egymással (ez csak akkor alkalmazható, ha a tört számlálójának és az egész számnak van közös osztója)
- Ennél a módszernél az eredményt a lehető legegyszerűbb alakban fogjuk megkapni, így a végén nem kell egyszerűsíteniünk (mert közben elvégeztük)

Törtek szorzásának és osztásának összehasonlítása egész számok esetén

Szorzás:

A tört **számlálóját** és az egész számot **szorozzuk** egymással:

$$5 \cdot \frac{3}{4} = \frac{15}{4}$$

$$3 \cdot \frac{2}{7} = \frac{6}{7}$$

A tört **nevezőjét** és az egész számot **egyszerűsítjük** egymással:

$$\frac{1}{8} \cdot \frac{5}{\frac{8}{3}} = \frac{5}{3}$$

$$\frac{7}{8} \cdot 8 = 7$$

Osztás:

A tört **nevezőjét** és az egész számot **szorozzuk** egymással:

$$\frac{5}{4} : 2 = \frac{5}{8}$$

$$\frac{7}{9} : 3 = \frac{7}{27}$$

A tört **számlálóját** és az egész számot **egyszerűsítjük** egymással:

$$\frac{6}{7} : 3 = \frac{2}{7}$$

$$\frac{\frac{5}{18}}{\frac{9}{4}} : 2 = \frac{5}{18}$$

Tizedes törtek

Tizedes törtek helyi értéke

- Eggyedek nem lesznek

- A tizedesvessző utáni 1. számjegy lesz a tized
 - A tizedesvessző utáni 2. számjegy lesz a század
 - A tizedesvessző utáni 3. számjegy lesz az ezred
 - Ezt lehet folytatni tovább is (4. számjegy tízezred, 5. számjegy százezred ...)
 - Egész számok esetén a tizedesvessző után 0 szerepel (ezt nem szoktuk kiírni)
- Pl.: $2 = 2,0$
- A tizedesvessző utáni számjegy mögé bármennyi 0-t írhatunk, nem fog változni a szám értéke
- Pl.: $2,2 = 2,20 = 2,200$
- Ha a tizedesvessző és a törtrész között van 0, vagy vannak 0-k, azt nem hagyhatjuk el sosem
- Pl.: $3,08 \neq 3,8$ $4,002 \neq 4,02 \neq 4,2$
- Tizedes törtek kimondása: Kimondjuk a tizedesvessző előtti számot (**egészrész**), utána azt mondjuk, hogy egész, ezután kimondjuk a tizedesvessző utáni számot, és utána a **törtrész** elnevezést (tized, század, ezred)
 - Ha a tizedesvessző után 1 számjegy van, akkor tizedet mondunk, ha 2 számjegy, akkor századot, ha 3 számjegy, akkor ezredet

Tizedes törtek egészre kerekítése

- Egészre kerekítésnél megkeressük a szám kisebb, illetve nagyobb egész szomszédját, és eldöntjük, a kettő közül melyikhez van közelebb
- A két egész szomszéd között félúton lévő szám mindig az 5, 50, 500 lesz (Félúton: Ugyanolyan távol van az egyiktől, mint a másiktól)
- Ha a tized helyén 1, 2, 3, 4 számjegyek szerepelnek, akkor **lefelé** (↓) kerekítünk
- Ha a tized helyén 5, 6, 7, 8, 9 számjegyek szerepelnek, akkor **felfelé** (↑) kerekítünk
- Ha egész számot kell egészre kerekíteni, akkor a szám és a kerekített értéke megegyezik

Tizedes törtek 1 tizedesjegyre kerekítése

- Tizedre kerekítésnél megkeressük a szám kisebb, illetve nagyobb tized szomszédját, és eldöntjük, a kettő közül melyikhez van közelebb
- A két tized szomszéd között félúton lévő szám mindig a ,05 ,050 lesz (Félúton: Ugyanolyan távol van az egyiktől, mint a másiktól)
- Ha a század helyén 1, 2, 3, 4 számjegyek szerepelnek, akkor **lefelé** (↓) kerekítünk
- Ha a század helyén 5, 6, 7, 8, 9 számjegyek szerepelnek, akkor **felfelé** (↑) kerekítünk
- Ha egész számot vagy 1 tizedesjegyű számot kell tizedre kerekíteni, akkor a szám és a kerekített értéke megegyezik

Tizedes törtek összeadása és kivonása írásban

- Tizedes törtek írásbeli összeadásakor arra kell figyelni, hogy a tizedesvesszők egymás alá kerüljenek (megfelelő helyi értékek)
- Ha nem ugyanannyi tizedesjegy van a két szám esetén, akkor 0-t vagy 0-kat fogunk írni a kevesebb tizedesjegyű szám tizedesjegyei mögé

Ha nem ugyanannyi számjegy van a tizedesvessző előtt:

		1	1			
		2	6,	6	3	
+	1	5	7,	7	1	
	1	8	4,	3	4	

Ha nem ugyanannyi számjegy van a tizedesvessző után:

		1	1			
	1	2	8,	9	0	
+	6	3	7,	8	1	
	7	6	6,	7	1	

Tizedes törtek szorzása 10-zel, 100-zal, 1000-rel

- Ha a tizedes törteket 10-zel, 100-zal, 1000-rel szorozzuk meg, akkor annyszor fogjuk **jobbra** (→) vinni a tizedesvesszőt, amennyi 0 az 1-es mögött szerepel (10-nél **1-gyel**, 100-nál, **2-vel**, 1000-nél **3-mal**, és így tovább...)
- Ha nem tudjuk már tovább **jobbra** (→) vinni a tizedesvesszőt (az utolsó szám mögé került), de még kellene, akkor a szám mögé 0-kat fogunk írni (még annyi 0-t, amennyiszer **jobbra** (→) kellene vinni a tizedesvesszőt)
- Ilyen feladatok elején érdemes mindig megbecsülni az eredményt úgy, hogy a tizedes tört törtrészét elhagyjuk, és úgy szorozzuk meg az egészrészt 10-zel, 100-zal, 1000-rel, így biztosan nem lesz benne hiba

Egész számok szorzása 5 tizedre végződő számmal (1, 5; 2, 5; 3, 5...)

- Ha egész számot 5 tizedre végződő tizedes törttel szorzunk meg, akkor fejben könnyen el tudjuk végezni a szorzást, ha az egész szám nem túl nagy
- Ehhez a tizedes törtet szét fogjuk bontani egészrésze és törtrésze, majd az egész számot megszorozzuk külön az egészrésszel, és külön a törtrésszel, végül a kapott két számot összeadjuk
- A 0,5-del való szorzás egy 2-vel való osztásnak felel meg, tehát mindig az egész szám felét kell vennünk
- Ha 1,5-del (másfél) kell valamit megszoroznunk, akkor egyszerűen csak a számhoz hozzá fogjuk adni a szám felét
- $16 \cdot 1,5 = 16 \cdot (1 + 0,5) = 16 \cdot 1 + 16 \cdot 0,5 = 16 + 8 = 24$
- $18 \cdot 2,5 = 18 \cdot (2 + 0,5) = 18 \cdot 2 + 18 \cdot 0,5 = 36 + 9 = 45$
- $52 \cdot 3,5 = 52 \cdot (3 + 0,5) = 52 \cdot 3 + 52 \cdot 0,5 = 156 + 26 = 182$

Egész számok, tizedes törtek osztása 10-zel, 100-zal, 1000-rel

- Egész számokat úgy osztunk 10-zel, 100-zal, 1000-rel, hogy a szám végéről annyi 0-t hagyunk el, amennyi 0 van az osztóban az 1-es után (10-nél **1**, 100-nál, **2**, 1000-nél **3** 0-t fogunk elhagyni a szám végéről)
- Ha az egész szám nem 0-ra végződik, vagy nincs elegendő 0 a végén, akkor az utolsó szám mögé képzeletben odateszünk egy tizedesvesszőt, és annyszor fogjuk **balra** (←)

vinni, amennyi 0 szerepel az osztóban az 1-es mögött (10-nél **1-gyel**, 100-nál, **2-vel**, 1000-nél **3-mal** fogjuk **balra** (←) vinni a tizedesvesszőt)

- Ha tizedes törteket 10-zel, 100-zal, 1000-rel osztunk el, akkor pedig annyiszor fogjuk **balra** (←) vinni a tizedesvesszőt, amennyi 0 szerepel az osztóban az 1-es mögött (10-nél **1-gyel**, 100-nál, **2-vel**, 1000-nél **3-mal** fogjuk **balra** (←) vinni a tizedesvesszőt)
- Ha már nem tudjuk többször balra vinni (az első számjegy elé került), akkor az első számjegy elé beírjuk, hogy 0,..., ha pedig még tovább kell vinnünk, akkor a tizedesvessző utáni első számjegy és a tizedesvessző közé még annyi 0-t írunk, amennyiszer még **balra** (←) kellene vinni a tizedesvesszőt (ha még 2-vel kellene **balra** (←) vinni, akkor 0,00...)

Törtek és tizedes törtek

Tört	Tizedes tört
$\frac{1}{2}$	0,5
$\frac{1}{3}$	0,3
$\frac{1}{4}$	0,25
$\frac{1}{5}$	0,2
$\frac{1}{6}$	0,16
$\frac{1}{7}$	0,142857
$\frac{1}{8}$	0,125
$\frac{1}{9}$	0,1
$\frac{1}{10}$	0,1

Műveletek közönséges törtekkel és tizedes törtekkel

- Ha tizedes törtek és törtek között szeretnénk műveleteket elvégezni (+, −, :, ·), akkor két dolgot tehetünk:

- Az egyik, hogy a törtet átírjuk tizedes tört alakra, utána vagy fejben vagy írásban elvégezzük a műveletet, ekkor az eredményt tizedes tört alakban fogjuk megkapni
- A másik, hogy a tizedes törtet írjuk át tört alakra, utána elvégezzük a műveleteket (ha kell közös nevezőre hozunk, egyszerűsítünk), ebben az esetben tört alakban fogjuk megkapni az eredményt
- Nincs rá szabály, hogy mikor melyiket kell átírni, nekünk kell eldönteni, hogy számunkra hogy egyszerűbb a számolás, de van olyan, hogy a feladat szövege megadja (milyen formában kéri a végeredményt), ebben az esetben érdemes olyan alakban számolni, amiben a feladat kéri a végeredményt, de lehet azt is, hogy a másik alakban számolunk, ha az egyszerűbb, és a végén átírjuk a kért alakra

Átlag

Sima adatok esetén

- Összeadjuk az adatokat, megszámloljuk az adatok számát és a kettőt elosztjuk egymással

$$\text{Átlag} = \frac{\text{Adatok összege}}{\text{Adatok száma}}$$

Osztályzat típusú adatok esetén

- Ha táblázatosan, vagy diagramon egy dolgozat osztályzatai vannak megadva, akkor az adatok összegét úgy kapjuk, hogy az érdemjegyeket szorozzuk azzal ahányan kapták az adott érdemjegyet, majd ezeket összeadjuk, az adatok száma pedig az érdemjegyek számának összege lesz
- Ezután itt is ugyanazt a képletet alkalmazzuk, mint sima adatok esetén

$$\text{Átlag} = \frac{\text{Adatok összege}}{\text{Adatok száma}}$$