

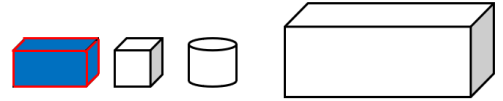
Test, felület, vonal, pont

Test:

Van hosszúsága, mélysége, magassága (vastagsága)

Felület határolja / Felületek határolják

Pl.: Téglatest, Kocka, Henger, Gömb



Felület:

Csak szélessége és magassága van, vastagsága nincs

Vonal határolja / Vonalak határolják

Pl.: Téglalap, Négyzet, Kör, Háromszög



Vonal:

Csak hosszúsága van, magassága és vastagsága nincs

Pontok sokaságából áll

Lehet egyenes vagy görbe

Célnaként vagy hajszálként tekintünk rá



Pont:

Nincs sem hosszúsága, sem magassága, sem vastagsága

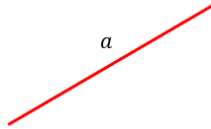
Porszemként tekintünk rá



Egyenes vonalak típusai

Az ABC kis betűivel szoktuk jelölni

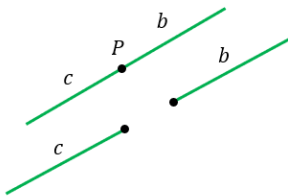
➤ **Egyenes:**



Tetszőleges hosszúságú (úgy képzeljük el, mintha folytatódna a végtelenségig)

Emiatt nem tudjuk lemérni, nincs hossza

➤ **Félegyenes:**

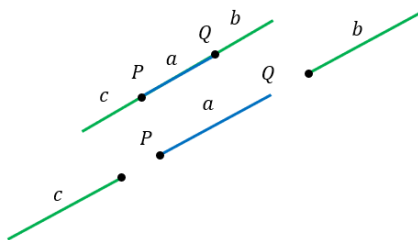


Ha egy egyenesre berajzolunk egy pontot, akkor két félegyeneset kapunk

A félegyenesnek van egy kezdőpontja, de ugyanúgy a végtelenségig folytatódik

Nem tudjuk lemérni, nincs hossza

➤ **Szakasz:**



Ha egy egyenesre berajzolunk két pontot, akkor kapunk két félegyeneset (c és b), a két félegyenes közötti részt (a) pedig szakasznak hívjuk

A szakaszt le tudjuk mérni, van hossza

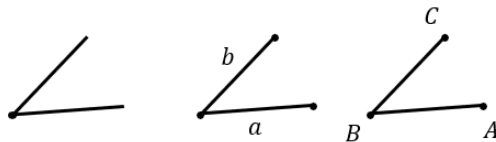
Szakaszt az ABC kisbetűivel vagy a két végpontjával adhatunk meg (a szakasz, PQ szakasz)

Vonalzó vagy körző segítségével mérhetjük le a szakaszt

Szögek

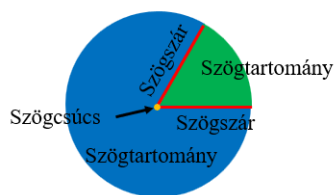
Hogy kapunk meg egy szöget?

- Két félegyenesből, amiknek ugyanaz a kezdőpontja
- Két szakaszból, amiknek az egyik végpontja közös
- Három pontból



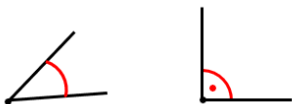
Szögek részei:

- Szögcsúcs
- Szögcsár
- Szögtartomány



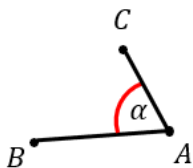
Szögek jelölése:

- Körívvel szoktuk jelölni a szögeket az ábrán
- A derékszögnek van külön jelölése, egy pontot rakunk a köríven belülré



Szögek elnevezése:


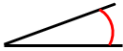
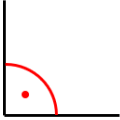

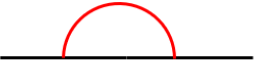
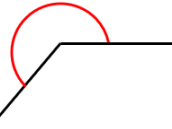
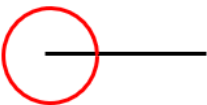
- A szögeket a görög ABC betűivel szoktuk jelölni:
(α (alfa), β (béta), γ (gamma), δ (delta))
- Ha három pontból kaptuk meg a szöget, akkor a három pont **megfelelő** felsorolásával is jelölhetjük ($ABC\hat{}$, $CBA\hat{}$, $BAC\hat{}$)



Görög ABC betűi, amiket érdemes tudni

Görög betű	Kimondva
α	Alfa
β	Béta
γ	Gamma
δ	Delta
ε	Epsilon
λ	Lambda
μ	Mü
σ	Sigma
φ	Fí
ω	Omega

Szögek típusai

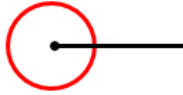
Szög neve	Szög értéke	Szög jelölése
Nullszög	$\alpha = 0^\circ$	
Hegyesszög	$0^\circ < \alpha < 90^\circ$	
Derékszög	$\alpha = 90^\circ$	
Tompaszög	$90^\circ < \alpha < 180^\circ$	
Egyenesszög	$\alpha = 180^\circ$	
Homorúsög	$180^\circ < \alpha < 360^\circ$	
Teljesszög	$\alpha = 360^\circ$	

Szögek mértékegysége

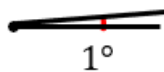
Ugyanúgy, mint a hosszúság, tömeg és űrtartalom esetén a szögeknek is van mértékegysége, amivel meg tudjuk határozni egy szög nagyságát

A szögek mértékegysége a fok, aminek a jele: °

A teljeszög 360°-os



Az 1° a teljeszög 360-ad része, amit úgy kapunk meg, hogy a teljeszög körívét 360 egyenlő részre osztjuk (nagyon kicsike lesz)



Minél jobban kinyitjuk a szárakat, annál nagyobb szöget fogunk kapni

Minél jobban összecusukjuk a szárakat, annál kisebb szöget fogunk kapni

A szögeket szögmérő segítségével tudjuk megmérni

A szögek további mértékegységei a szögperc és a szögmásodperc

Szögperc jele: '

Szögmásodperc jele: ''

A szögperc a fok 60-ad részét jelenti → $1^\circ = 60'$

A szögmásodperc a szögperc 60-ad részét jelenti (a fok 3600-ad részét) → $1' = 60''$ és $1^\circ = 3600''$

Ezek nagyon picik, szabad szemmel nem láthatóak

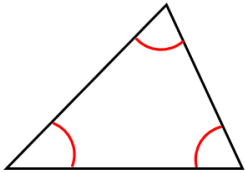
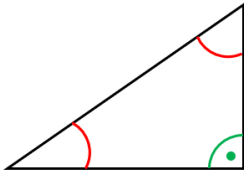
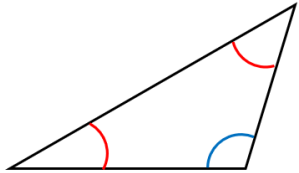
Trükk a megjegyzéshez: **Idő**

Szög	Idő
Fok	Óra
Szögperc	Perc
Szögmásodperc	Másodperc

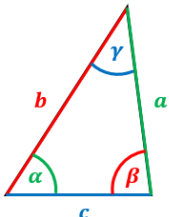
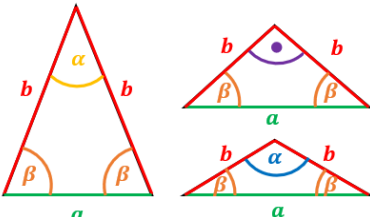
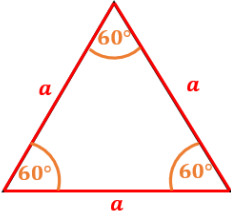
Szög	Idő
$1^\circ = 60'$	$1 \text{ ó} = 60 \text{ p}$
$1' = 60''$	$1 \text{ p} = 60 \text{ mp}$
$1^\circ = 3600''$	$1 \text{ ó} = 3600 \text{ mp}$

Háromszögek

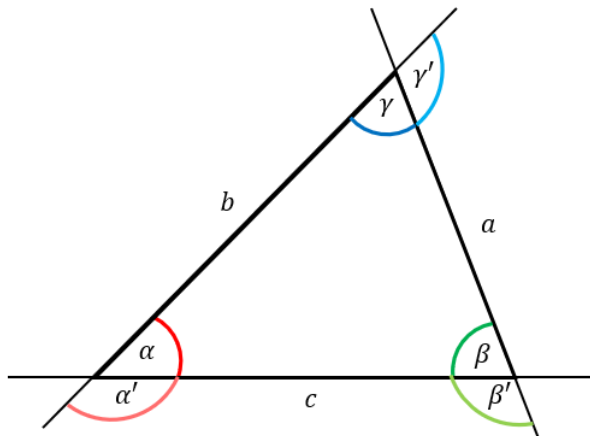
Háromszögek csoportosítása szögek szerint

Hegyesszögű háromszög	Derékszögű háromszög	Tompaszögű háromszög
		
3 hegyesszöge van	2 hegyesszöge és 1 derékszöge van	2 hegyesszöge és 1 tompaszöge van

Háromszögek csoportosítása specialitás szerint

Általános háromszög	Egyenlő szárú háromszög	Szabályos (egyenlő oldalú) háromszög
		
<p>Lehet hegyesszögű, derékszögű és tompaszögű is</p> <p>Lényeg, hogy ne legyen két ugyanolyan hosszúságú oldala</p> <p>Minden oldala és szöge különböző nagyságú</p>	<p>Lehet hegyesszögű, derékszögű és tompaszögű is</p> <p>2 oldala egyenlő hosszúságú lesz → Szárak</p> <p>3. oldal → Alap</p> <p>Az alapon fekvő két szöge egyenlő nagyságú</p> <p>Szárak által bezárt szög → Szársszög</p>	<p>Mind a 3 oldala egyenlő hosszúságú lesz</p> <p>Mind a 3 szöge egyenlő nagyságú lesz (60°)</p>

Háromszögek belső és külső szögei



Háromszög belső szögei:

- A csúcsnál α szög
- B csúcsnál β szög
- C csúcsnál γ szög

Háromszög belső szögeinek összege mindig 180°

$$\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$$

Háromszög külső szögeit úgy kapjuk meg, ha meghosszabbítjuk az oldalakat

Háromszög külső szögeit vesszővel fogjuk jelölni

Háromszög külső szögei:

- A csúcsnál α -hoz tartozó külső szög: α' szög
- B csúcsnál β -hoz tartozó külső szög: β' szög
- C csúcsnál γ -hoz tartozó külső szög: γ' szög

Belső szög és a hozzá tartozó külső szög összege 180°

- $\alpha + \alpha' = 180^\circ$
- $\beta + \beta' = 180^\circ$
- $\gamma + \gamma' = 180^\circ$

Külső szögek összege 360°

$$\alpha' + \beta' + \gamma' = 360^\circ$$

Külső szög egyenlő a másik két belső szög összegével:

- $\alpha' = \beta + \gamma$
- $\beta' = \alpha + \gamma$

$$\triangleright \gamma' = \alpha + \beta$$

Összefüggések háromszögek oldalai és szögei között

Egy háromszög két oldalának összege mindig nagyobb kell, hogy legyen, mint a 3. oldal

$$\triangleright a + b > c$$

$$\triangleright a + c > b$$

$$\triangleright b + c > a$$

Rövidebben: A két rövidebb oldal összege nagyobb kell, hogy legyen, mint a leghosszabb oldal

Ha ez nem teljesülne, akkor a két rövidebb oldal nem érne össze

Pl.: $a = 2 \text{ cm}$, $b = 4 \text{ cm}$, $c = 10 \text{ cm}$ oldalú háromszöget nem tudunk rajzolni

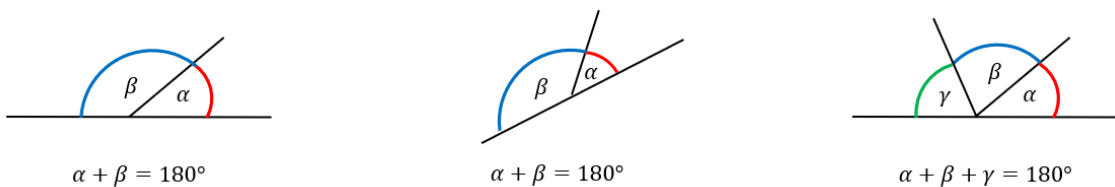
Az oldalak hosszúsága és a szögek nagysága összefügg egymással:

- \triangleright A leghosszabb oldallal szemben van a legnagyobb szög
- \triangleright A középső hosszúságú oldallal szemben van a középső nagyságú szög
- \triangleright A legrövidebb oldallal szemben van a legkisebb szög

Egyenesen fekvő szögek

Az egy egyenesen fekvő szögek összege mindig 180°

Ha ismerjük az egyik szöget a kettő közül, a másikat mindig ki tudjuk számolni



Egyenesek metszésénél lévő szögek

Két egyenes metszésénél 4 szöget kapunk

Az egymással szemben lévő szögek ugyanakkorák

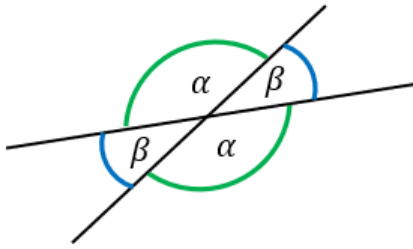
Az egymás mellett lévő szögek összege 180°

$$\alpha + \beta = 180^\circ$$

Ha a 4-ből ismerünk 1 szöget, a másik 3-at meg tudjuk határozni

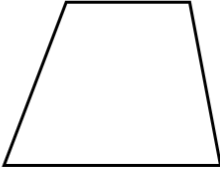
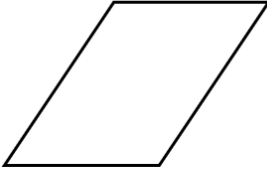
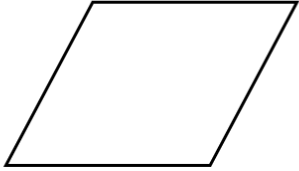
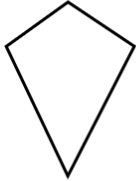
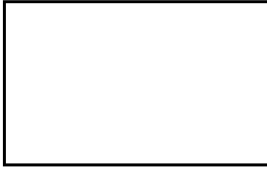
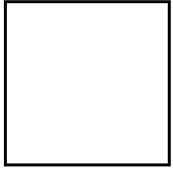
A 4 szög összege 360°

$$\alpha + \alpha + \beta + \beta = 360^\circ$$



Négyszögek

Négyszögek fajtái

Trapéz	Paralelogramma	Rombusz
		
Olyan négyszög, aminek van 1 párhuzamos oldalpárja	Olyan négyszög, aminek van 2 párhuzamos oldalpárja	Olyan paralelogramma, aminek minden oldala egyenlő hosszúságú
Deltoid	Téglalap	Négyzet
		
Olyan négyszög, aminek az egyik átlója szimmetria tengely	Olyan paralelogramma, aminek minden szöge derékszög	Olyan téglalap, aminek minden oldala egyenlő hosszúságú

Trapéz

Olyan négyszög, aminek van 1 párhuzamos oldalpárja

A párhuzamos oldalakat hívjuk **alap**oknak

A másik két oldalt hívjuk **szár**aknak

Alapvetően nem szimmetrikus

Alapvetően az átlói **nem egyenlő** hosszúak

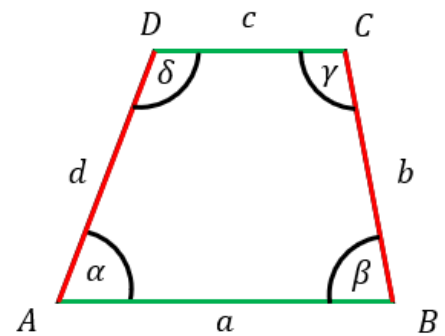
Átlói **nem felezik** egymást

Átlói **nem merőlegesek** egymásra

Az 1 száron fekvő két szögének összege 180°

$$\alpha + \delta = 180^\circ$$

$$\beta + \gamma = 180^\circ$$



Szimmetrikus trapéz (Húrtrapéz)

Szimmetrikus

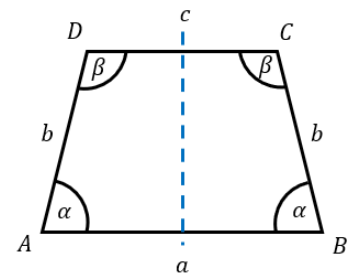
Szárjai egyenlő hosszúak

Átlói egyenlő hosszúak

Az átlói **nem felezik** egymást

Átlói a szimmetria tengelyen metszik egymást

Az alapokon fekvő szögei ugyanakkorák a szimmetria miatt



Derékszögű trapéz

Van 2 derékszöge

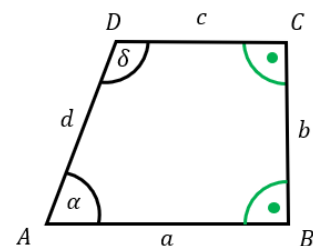
Nincs olyan trapéz, aminek csak 1 derékszöge van

Nem szimmetrikus

Szárjai nem egyenlő hosszúak

Átlói **nem egyenlő** hosszúak

Az átlói **nem felezik** egymást



Paralelogramma

Olyan négyszög, aminek van 2 párhuzamos oldalpárja

A trapéz minden tulajdonsága igaz lesz rá, lesz pár új tulajdonsága pluszba

Az egymással szemben lévő oldalai azonos hosszúságúak lesznek

Középpontosan szimmetrikus, tengelyesen nem

A középpont, amire szimmetrikus az átlók metszéspontja lesz

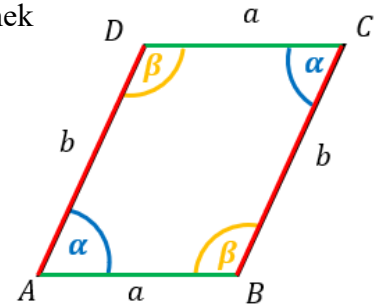
Átlói **nem egyenlő** hosszúak

Átlói **felezik** egymást

Átlói **nem merőlegesek** egymásra

Az 1 **oldal**on fekvő két szögének összege 180°

Az egymással szemben lévő szögei egyenlő nagyságúak



Rombusz

Olyan paralelogramma, aminek minden oldala egyenlő hosszúságú

A paralelogramma minden tulajdonsága igaz lesz rá, lesz pár új tulajdonsága pluszba

Mind a 4 oldala ugyanolyan hosszúságú

Középpontosan és **tengelyesen is** szimmetrikus

A középpont, amire szimmetrikus az átlók metszéspontja lesz

2 szimmetria tengelye is lesz, ezek az átlói lesznek

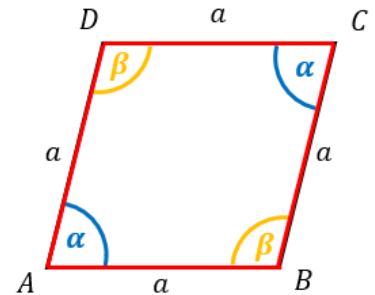
Átlói **nem egyenlő** hosszúak

Átlói **felezik** egymást

Átlói **merőlegesek** egymásra (Változás a sima paralelogrammához képest)

Az 1 oldalon fekvő két szögének összege 180°

Az egymással szemben lévő szögei egyenlő nagyságúak



Deltoid

Olyan négyszög, aminek egyik átlója szimmetria tengely

A trapéz, paralelogramma, rombusz tulajdonságaitól függetlenek a deltoid tulajdonságai

Az egymás melletti oldalai egyenlő hosszúságúak

Tengelyesen szimmetrikus, középpontosan nem

1 szimmetria tengelye lesz, ez az egyik átlója

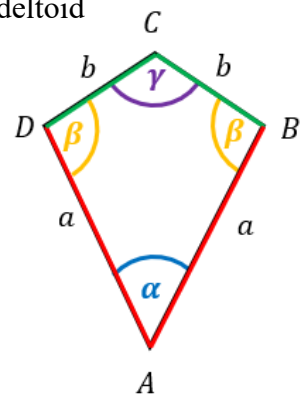
Átlói **nem egyenlő** hosszúak

Átlói közül a szimmetria tengely átló **felezi** a nem szimmetria tengely átlót

Átlói **merőlegesek** egymásra

A szimmetria tengely átló felezi azokat a szögeket, amiken átmegy

Azok a szögek, amiken nem megy át a szimmetria tengely azonos nagyságúak lesznek

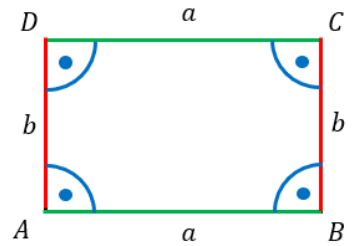


Téglalap

Olyan paralelogramma, aminek minden szöge derékszög

Egymás melletti oldalai egymásra merőlegesek

Az egymással szemben lévő oldalai azonos hosszúságúak lesznek



A paralelogramma minden tulajdonsága igaz lesz rá, lesz pár új tulajdonsága pluszba

Középpontosan és tengelyesen is szimmetrikus (Tengelyes szimmetria új a paralelogrammához képest)

A középpont, amire szimmetrikus az átlók metszéspontja lesz

2 szimmetria tengelye is lesz, ezek az oldalak felező pontjait összekötő szakaszok lesznek

A szimmetria tengelyek metszéspontja a téglalap középpontja lesz

Átlói **egyenlő** hosszúak

Átlói **felezik** egymást

Átlói **nem merőlegesek** egymásra

Minden szöge 90°

Négyzet

Olyan téglalap, aminek minden oldala egyenlő hosszúságú

Olyan rombusz, aminek minden szöge derékszög

A téglalap és a rombusz minden tulajdonsága igaz lesz rá

Mind a 4 oldala ugyanolyan hosszúságú

Középpontosan és tengelyesen is szimmetrikus

A középpont, amire szimmetrikus az átlók metszéspontja lesz

4 szimmetria tengelye is lesz:

- 2 az oldalak felező pontjait összekötő szakasz lesz (téglalap)
- 2 a négyzet átlója lesz (rombusz)

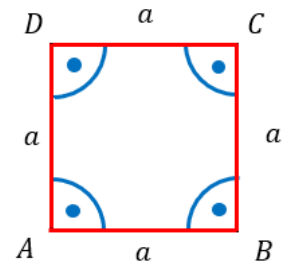
A szimmetria tengelyek metszéspontja a négyzet középpontja lesz

Átlói **egyenlő** hosszúak

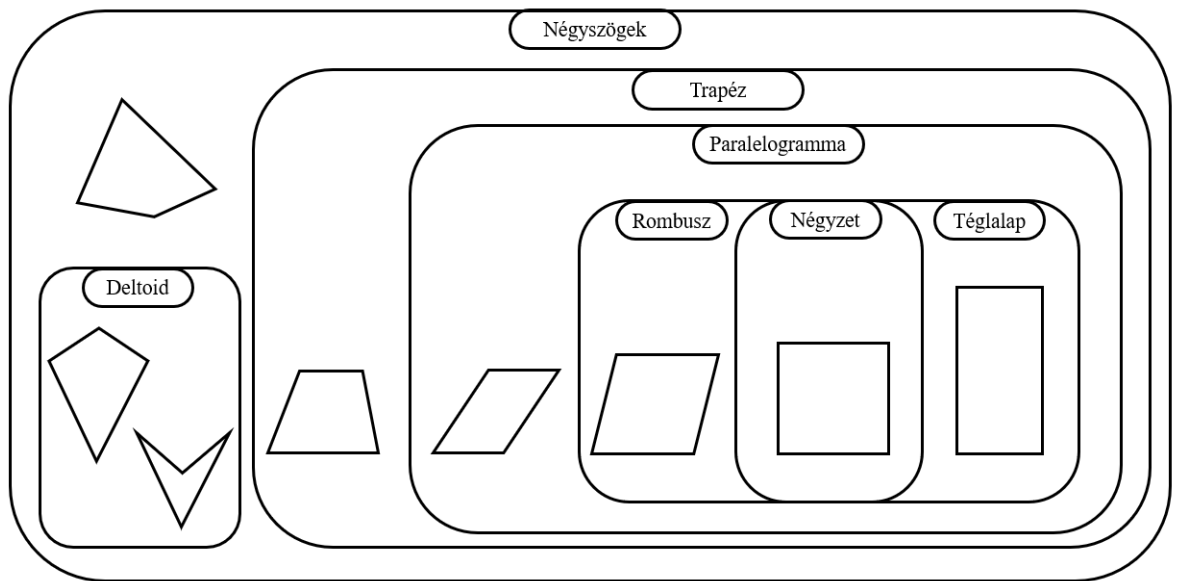
Átlói **felezik** egymást

Átlói **merőlegesek** egymásra

Minden szöge 90°



Négyszögek összefoglalása



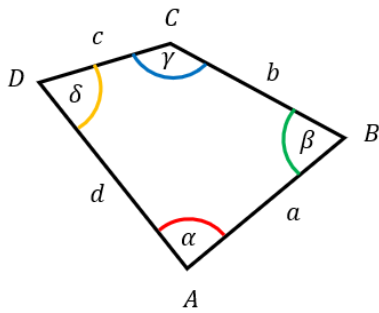
Minden négyzet: téglalap is, rombusz is, paralelogramma is, trapéz is, **deltoid!** is

Minden téglalap: paralelogramma is, trapéz is

Minden rombusz: paralelogramma is, trapéz is

Minden paralelogramma: trapéz is

Négyszögek



Olyan sokszögek, amelyeknek 4 oldala és 4 csúcsa van

Általános négyszögeknek nincs párhuzamos oldalpárja, mind a 4 oldal és mind a 4 szög különböző nagyságú általában (de lehetnek ugyanakkora szögek és oldalak is)

Oldalak, csúcsok elnevezése:

- A csúcsokat az ABC **nagy** betűivel nevezzük el (A, B, C, D)
- Az oldalakat az ABC **kis** betűivel nevezzük el (a, b, c, d), az ugyanolyan hosszúságú oldalakat ugyanazzal a betűvel szoktuk jelölni
- Ha nincsenek ugyanolyan hosszúságú oldalak: A csúcsok mellett lesz a hozzátartozó oldal (A csúcs mellett lesz a oldal, B csúcs mellett lesz b oldal...)

Szögek elnevezése: Hasonlóan, mint a háromszögnél:

- A csúcsnál α
- B csúcsnál β
- C csúcsnál γ
- D csúcsnál δ

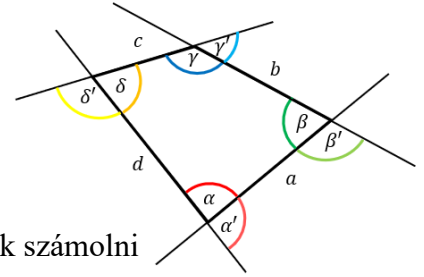
Négyszögek átlóit e -vel és f -fel szoktuk jelölni (négyzet esetén d -vel)

Négyszögek szögei

Négyszög belső szögeinek összege mindig 360°

$$\alpha + \beta + \gamma + \delta = 360^\circ$$

Ha a 4 szög közül ismerjük 3 szög nagyságát, a 4.-et ki tudjuk számolni



Lesznek olyan speciális négyszögek, ahol elegendő 1 szög nagyságát ismerni, a többi pedig ez alapján lesz meghatározható (Paralelogramma, Szimmetrikus trapéz)

Lesznek olyan négyszögek, amiknek tudjuk mind a 4 szögét, mert ugyanakkorák (Téglalap, Négyzet)

Négyszög külső szögeit úgy kapjuk, ha meghosszabbítjuk az oldalakat

Négyszög külső szögeit vesszővel fogjuk jelölni

Négyszög külső szögei:

- A csúcsnál α -hoz tartozó külső szög: α' szög
- B csúcsnál β -hoz tartozó külső szög: β' szög
- C csúcsnál γ -hoz tartozó külső szög: γ' szög
- D csúcsnál δ -hoz tartozó külső szög: δ' szög

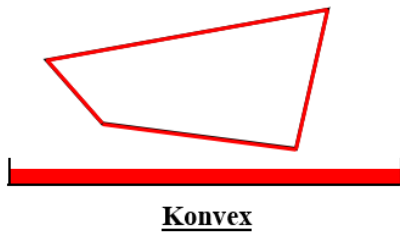
Belső szög és a hozzá tartozó külső szög összege 180°

- $\alpha + \alpha' = 180^\circ$
- $\beta + \beta' = 180^\circ$
- $\gamma + \gamma' = 180^\circ$
- $\delta + \delta' = 180^\circ$

Külső szögek összege 360°

$$\alpha' + \beta' + \gamma' + \delta' = 360^\circ$$

Konvex és konkáv alakzatok



Konvex alakzatok: Azok az alakzatok, amiknek bármelyik két pontját összekötve egy egyenessel az egyenes **minden része az alakzaton belül lesz**

Másképpen megfogalmazva: Ha a földön van egy vékony festékes tálca, akkor, ha a konvex alakzatot elkezdjük forgatni a festékben minden oldalát **be tudjuk** festeni

Konvex alakzatnak **nincs** homorúszege (180° -nál nagyobb)



Konkáv alakzatok: Azok az alakzatok, amik esetén tudunk találni két olyan pontot az alakzaton belül, amiket, ha összekötünk egy egyenessel, akkor az egyenes **nem minden része lesz az alakzaton belül**

Másképpen megfogalmazva: Ha a földön van egy vékony festékes tálca, akkor ha a konkáv alakzatot elkezdjük forgatni a festékben **nem tudjuk** minden oldalát befesteni

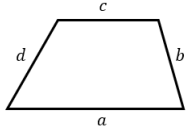
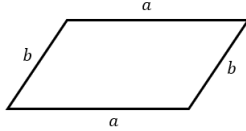
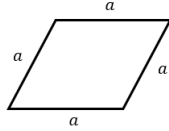
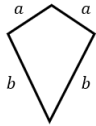
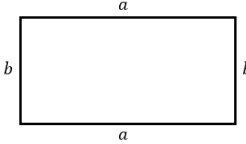
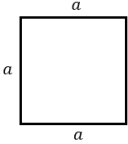
Konkáv alakzatnak **van** homorúszege (180° -nál nagyobb)

Példák:

Konvex alakzatok: Minden háromszög, Trapéz, Paralelogramma, Rombusz, Téglalap, Négyzet, Deltoidok egy része, Általános négyszögek egy része, Szabályos ötszög, Ötszögek egy része, Szabályos hatszög, Hatszögek egy része, Kör ...

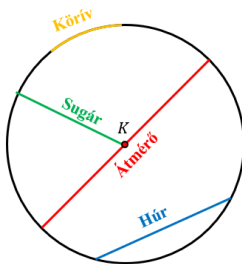
Konkáv alakzatok: Deltoidok másik része, Általános négyszögek másik része, Ötszögek másik része, Hatszögek másik része ...

Négyszögek kerülete

<p>Trapéz</p>  <p>$K = a + b + c + d$</p>	<p>Paralelogramma</p>  <p>$K = 2a + 2b = 2 \cdot (a + b)$</p>	<p>Rombusz</p>  <p>$K = 4a$</p>
<p>Deltoid</p>  <p>$K = 2a + 2b = 2 \cdot (a + b)$</p>	<p>Téglalap</p>  <p>$K = 2a + 2b = 2 \cdot (a + b)$</p>	<p>Négyzet</p>  <p>$K = 4a$</p>

Kör

Kör részei



Kör középpontja: Az a pont, ahova beleszúrjuk a körzőnket, jele: K vagy O

Körvonal: Azok a pontok, amik ugyanolyan távol vannak egy megadott ponttól (kör középpontjától)

Körlap: A körvonalon belüli pontok alkotják

Húr: A körvonal két pontját összekötő szakasz

Átmérő: A leghosszabb húr, ami átmegy a középponton, jele: d , D (diameter)

Sugár: A kör középpontját és a körvonal egy pontját összekötő szakasz, jele: r , R (radius)

Körív: A körvonal egy darabja (Ha behúzzunk két sugarat, a körív a sugarak végpontjai között lesz)

Körcikk: Egy körív és két sugara által határolt rész

Körselet: Egy körív két végpontját összekötő húr és a körív által határolt alakzat

Geometriai transzformációk

Tengelyes tükrözés

Az az egyenes, amire tükrözünk, a **tükörtengely**, általában t -vel szoktuk jelölni

Bármit is szeretnénk tükrözni (félegyenes, egyenes, szakasz, alakzat, síkidom, sokszög), mindig a pontokat fogjuk tükrözni, a pontok tükörképeit pedig a megfelelő sorrendben össze fogjuk kötni

Pontok tükrözése: A pontból merőlegest állítunk a tükörtengelyre, ezt meghosszabbítjuk, és ahol metszi a tükörtengelyt, ott beleszúrjuk a körzőnket, kinyitjuk akkorára, mint a metszéspont és az eredeti pont távolsága, és a tükörtengely másik oldalán elmetsszük a merőlegest

A pont tükörképe ugyanolyan távol lesz a tükörtengelytől, mint az eredeti pont

A pont tükörképét $'$ -vel jelöljük (Ha A pont volt az eredeti pont, a tükörképe A' lesz)

Minél közelebb van a pont a tükörtengelyhez, annál közelebb lesz a tükörképe is

Szakaszok tükrözése: A szakasz két végpontját tükrözzük, majd összekötjük ezeket

Félegyenesek tükrözése: Kiválasztunk egy tetszőleges pontot a félegyenesen, ezt és a félegyenes kezdőpontját tükrözzük, majd összekötjük őket, az összekötésnél tovább fogjuk húzni a vonalat

Egyenesek tükrözése: Kiválasztunk két tetszőleges pontot az egyenesen, ezeket tükrözzük, a pontok tükörképeit összekötjük meghosszabbítva

Sokszögek tükrözése: A sokszög minden pontját tükrözzük, majd ezeket a megfelelő sorrendben összekötjük (ugyanolyan sorrendben, mint az eredeti alakzat esetén)

Kör tükrözése: A kör középpontját tükrözzük, a körzőnket beleszúrjuk az eredeti kör középpontjába, kinyitjuk sugárnyira, a tükörkép középpontjába beleszúrjuk, és körzünk

Tengelyes tükrözés speciális esetei

Pont: Ha a pont a tükörtengelyen van, akkor a pont és a tükörképe megegyezik egymással

Szakasz: Ha a szakasz a tükörtengelyen van, akkor a szakasz és a tükörképe megegyezik egymással

Egyenes: A tükörtengellyel párhuzamos egyenes tükörképe is párhuzamos lesz a tükörtengellyel

Egyenes: Abban a pontban, ahol az egyenes metszi a tükörtengelyt, ott fogja metszeni a tükörképe is a tükörtengelyt (ez lesz az egyik választott pont)

Egyenes: Ha az egyenes rajta van a tükörtengelyen, akkor az egyenes és a tükörképe megegyezik egymással

Egyenes: Ha az egyenes merőleges a tükörtengelyre, akkor az egyenes és a tükörképe megegyezik egymással

Tengelyesen szimmetrikus sokszögek: Ha a sokszög úgy helyezkedik el, hogy a szimmetriatengelye egybeesik a tükörtengellyel, akkor a sokszög és a tükörképe megegyezik egymással

Kör: Ha a kör középpontja rajta van a tükörtengelyen, akkor a kör és a tükörképe megegyezik egymással

Kör: Ha a kör érinti a tükörtengelyt, akkor a tükörképe ugyanabban a pontban fogja érinteni a tükörtengelyt, mint az eredeti alakzat

Kör: Ha két pontban metszi a tükörtengelyt, akkor a tükörkép ugyanebben a két pontban fogja metszeni a tükörtengelyt

Tengelyes tükrözés tulajdonságai

Egyenestartó: Egyenes képe egyenes

Távolságtartó: A szakaszok hossza nem változik a tükrözés során

Szögtartó: A szögek nagysága nem változik a tükrözés során

Körtartó: Kör tükörképe is kör lesz

Egybevágósági transzformáció: Az alakzat és a tükörképe egybevágóak lesznek egymással (ugyanolyanok)

Egybevágóság jele: \cong

Megfordítható transzformáció: Ha a tükrözés során A pont tükörképe A' lett, akkor A' tükörképe A lesz

Megváltoztatja a körüljárási irányt: Ha az eredeti alakzat esetén az óramutató járásával **megegyező** irányba kötöttük össze a pontokat, akkor a tükörkép esetén az óramutató járásával **ellentétes** irányba fogjuk összekötni a pontokat (Ha az eredeti alakzatnál az óramutató járásával **ellentétes** irányba kötöttük össze a pontokat, akkor a tükörképnél az óramutató járásával **megegyező** irányba fogjuk összekötni a pontokat)

Középpontos tükrözés

Az a pont, amire tükrözünk, a szimmetriaközéppont, általában K -val szoktuk jelölni

Bármit is szeretnénk tükrözni (félegyenes, egyenes, szakasz, alakzat, síkidom, sokszög), mindig a pontokat fogjuk tükrözni, a pontok tükörképeit pedig a megfelelő sorrendben össze fogjuk kötni

Pontok tükrözése: A pontot összekötjük a K középponttal és meghosszabbítjuk, a pont tükörképe a meghosszabbított egyenesen lesz ugyanolyan távolságra K -tól, mint az eredeti pont

A pont tükörképe ugyanolyan távol lesz a középponttól, mint az eredeti pont

A pont tükörképét $'$ -vel jelöljük (Ha A pont volt az eredeti pont, a tükörképe A' lesz)

Minél közelebb van a pont a középponthez, annál közelebb lesz a tükörképe is

Szakaszok tükrözése: A szakasz két végpontját tükrözzük, majd összekötjük ezeket

Félegyenesek tükrözése: Kiválasztunk egy tetszőleges pontot a félegyenesen, ezt és a félegyenes kezdőpontját tükrözzük, majd összekötjük őket, az összekötésnél tovább fogjuk húzni a vonalat

Egyenesek tükrözése: Kiválasztunk két tetszőleges pontot az egyenesen, ezeket tükrözzük, a pontok tükörképeit összekötjük meghosszabbítva

Sokszögek tükrözése: A sokszög minden pontját tükrözzük, majd ezeket a megfelelő sorrendben összekötjük (ugyanolyan sorrendben, mint az eredeti alakzat esetén)

Kör tükrözése: A kör középpontját tükrözzük, a körzönket beleszúrjuk az eredeti kör középpontjába, kinyitjuk sugárnyíra, a tükörkép középpontjába beleszúrjuk, és körzünk

Középpontos tükrözés speciális esetei

Pont: Ha a pont a középponton van, akkor a pont és a tükörképe megegyezik egymással

Szakasz: Ha a szakasz átmegy a középponton, és a felezőpontja egybeesik középponttal, akkor a szakasz és a tükörképe megegyezik egymással

Szakasz: Ha a szakasz egyik végpontja a középponton van, akkor csak a másik végpontját kell tükrözni

Szakasz: Ha a szakasz nincs rajta a középponton, akkor a szakasz és a tükörképe párhuzamos lesz egymással, de a pontok felcserélődnek

Egyenes: Ha az egyenes nem megy át a középponton, akkor az egyenes és a tükörképe párhuzamos lesz egymással

Egyenes: Ha az egyenes átmegy a középponton, akkor az egyenes és a tükörképe megegyezik egymással

Középpontosan szimmetrikus sokszögek: Ha a sokszög úgy helyezkedik el, hogy a középpontja (átlók metszéspontja) egybeesik a szimmetriaközépponttal, akkor a sokszög és a tükörképe megegyezik egymással

Kör: Ha a kör középpontja egybeesik a szimmetriaközépponttal, akkor a kör és a tükörképe megegyezik egymással

Kör: Ha a körvonalon van a szimmetriaközéppont, akkor a tükörkép ugyanúgy át fog menni a középponton, és a középpontban fogja érinteni az eredeti kört

Kör: Ha a szimmetriaközéppont a körvonalon belül van, akkor körnek és a tükörképének két metszéspontja lesz

Középpontos tükrözés tulajdonságai

Egyenestartó: Egyenes képe egyenes

Távolságtartó: A szakaszok hossza nem változik a tükrözés során

Szögtartó: A szögek nagysága nem változik a tükrözés során

Körtartó: Kör tükörképe is kör lesz

Egybevágósági transzformáció: Az alakzat és a tükörképe egybevágóak lesznek egymással (ugyanolyanok)

Egybevágóság jele: \cong

Megfordítható transzformáció: Ha a tükrözés során A pont tükörképe A' lett, akkor A' tükörképe A lesz

Nem változtatja meg a körüljárási irányt: Ha az eredeti alakzat esetén az óramutató járásával **megegyező** irányba kötöttük össze a pontokat, akkor a tükörkép esetén is az óramutató járásával **megegyező** irányba fogjuk összekötni a pontokat (Ha az eredeti alakzatnál az óramutató járásával **ellentétes** irányba kötöttük össze a pontokat, akkor a tükörképénél is az óramutató járásával **ellentétes** irányba fogjuk összekötni a pontokat)

Tengelyesen szimmetrikus sokszögek vs középpontosan szimmetrikus sokszögek

		Tengelyesen	Középpontosan
Háromszögek	Általános	✗	✗
	Egyenlő szárú	✓	✗
	Szabályos	✓	✗
Négyszögek	Általános	✗	✗
	Általános trapéz	✗	✗
	Húrtrapéz	✓	✗
	Derékszögű trapéz	✗	✗
	Paralelogramma	✗	✓
	Rombusz	✓	✓
	Deltoid	✓	✗
	Téglalap	✓	✓
	Négyzet	✓	✓
Szabályos sokszögek	Páratlan csúcsú	✓	✗
	Páros csúcsú	✓	✓
Kör		✓	✓