

Arányosságok

Egyenes arányosság

Ahányszorosára **növeljük** (↑) az egyik mennyiséget, ugyanannyiszorosára fog **növekedni** (↑) a másik mennyiség

Ahányadrésére **csökkentjük** (↓) az egyik mennyiséget, ugyanannyiadrésére fog **csökkeni** (↓) a másik mennyiség

Egyenes arányosság esetén, ha elosztjuk egymással az egymáshoz tartozó értékeket, mindig ugyanazt a számot fogjuk kapni

Fordított arányosság

Ahányszorosára **növeljük** (↑) az egyik mennyiséget, ugyanannyiadrésére fog **csökkeni** (↓) a másik mennyiség

Ahányadrésére **csökkentjük** (↓) az egyik mennyiséget, ugyanannyiszorosára fog **növekedni** (↑) a másik mennyiség

Fordított arányosság esetén a számpárok szorzat állandó

Százalékszámítás

Százalék jele: %

Példák: 10%, 25%, 100%

Hol használunk százalékot?

- Akciók, kedvezmények
- Statisztika
- Adók
- Kamatok, hitelek
- Osztályzás
- Infláció
- Telefon akkumulátor töltöttsége

1 egész lesz a 100%

Általában 0% és 100% közötti százalékokról szoktunk beszélni, azokkal szoktunk találkozni, de 100%-nál nagyobb százalékok is lesznek

Százalék 3 alakban adható meg:

- Százalék alakban (20%)
- Tört alakban ($\frac{1}{5}$)
- Tizedes tört alakban (0,2)

Százalékszámítás tudnivalók

1 egész lesz a 100%

Az 1% a 100% 100-ad része, egy szám 1%-át úgy kapjuk meg, hogy a számot elosztjuk 100-zal

Százalékszámítás során egyenes arányosságot fogunk használni

Példa: Számoljuk ki 400 20%-át!

$:5$	<table border="1"><tr><td>400</td><td>100%</td></tr><tr><td>80</td><td>20%</td></tr></table>	400	100%	80	20%	$:5$		
400	100%							
80	20%							
$:100$	<table border="1"><tr><td>400</td><td>100%</td></tr><tr><td>4</td><td>1%</td></tr><tr><td>80</td><td>20%</td></tr></table>	400	100%	4	1%	80	20%	$:100$
400	100%							
4	1%							
80	20%							
$\cdot 20$		$\cdot 20$						

Egy szám valahány százalékát kétféleképpen lehet kiszámolni:

- Egy lépésben: A százalékot átírjuk tört vagy tizedes tört alakra, majd a számot ezzel megszorozzuk
- Két lépésben: Kiszámoljuk a szám 1%-át, majd ezt a számot megszorozzuk a százalék értékével

Százalék átírása tört alakra: A százalék értékét elosztjuk 100-zal, ha tudunk, egyszerűsítünk, és a kapott számmal szorozzuk az eredeti számot

$$20\% \rightarrow \frac{20}{100} = \frac{1}{5} \quad 400 \cdot \frac{1}{5} = \frac{400}{5} = \mathbf{80}$$

400 20%-a 80.

Százalékalap: Aminek kiszámoljuk valamennyi százalékát

Százalékláb: A %-os kifejezés

Százalékérték: Az eredmény, amit kapunk a számolás során

Százalék átírása tizedes tört alakra: A százalék értéket elosztjuk 100-zal, és a kapott számmal szorozzuk az eredeti számot

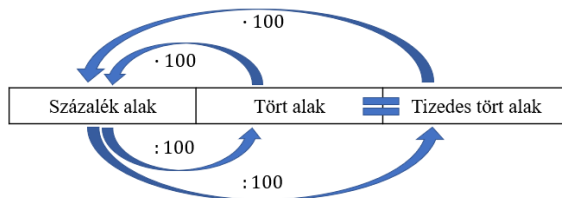
$$20\% \rightarrow 0,2 \quad 400 \cdot 0,2 = 40 \cdot 2 = \mathbf{80}$$

Kapcsolat százalék, tört alak és tizedes tört alak között

A 3 között mindig van átjárás (az egyiket át tudjuk írni a másikra)

Átírások:

- Ha százalékból írunk át valamit tört vagy tizedes tört alakra, akkor mindig osztani fogunk 100-zal, tört esetén mindig 100-adban kapjuk meg a törtet, amit, ha tudunk, akkor egyszerűsítünk, tizedes tört esetén pedig 2-vel **balra** (\leftarrow) visszük a tizedesvesszőt
- Ha tört alakról írunk át valamit tizedes tört alakra, akkor vagy tudjuk az értéket (nevezetes törtek), vagy bővítjük a törtet 100-adra
- Ha tört alakról írunk át valamit százalék alakra, akkor 100-zal fogjuk szorozni a törtet, ha 100-ad alakban van, akkor csak eltűnik a nevező, ha nem 100-ad alakban van, akkor pedig elvégezzük a szorzást és az egyszerűsítést
- Ha tizedes tört alakról írunk át valamit tört alakra, akkor csak simán átírjuk, ha tudunk, egyszerűsítünk
- Ha tizedes tört alakról írunk át valamit százalék alakra, akkor 100-zal fogjuk szorozni a tizedes törtet, vagyis 2-ször visszük **jobbra** (\rightarrow) a tizedesvesszőt



Nevezetes százalékok

Százalék	Osztás / Szorzás
10%	: 10
50%	: 2
25%	: 4
20%	: 5
5%	: 20
1%	: 100
100%	· 1
200%	· 2
300%	· 3
150%	· 1,5

Betűk a matematikában

Találkoztunk már betűkkel korábban, általában geometriában és térgeometriában (a, b, c, d, K, T, A, V)

Új betűk, amikkel találkozni fogunk a matematikában: x, y

Ezekkel fogjuk jelölni az egyenletek, egyenletrendszerek, szöveges feladatok megoldása során az ismeretleneket

Eddig különböző jelekkel jelöltük: ●▲■◆♥□○☉☼, ezeket fogja felváltani x és y

Számok és betűk közé nem mindig szoktuk kitenni a szorzás jelet, de úgy képzeljük, mintha ott lenne

$$2x = 2 \cdot x \quad 3y = 3 \cdot y \quad 5a = 5 \cdot a \quad 10b = 10 \cdot b$$

Más műveleti jeleket (összeadás, kivonás, osztás) nem hagyhatunk el

A betű előtti számot szorzótényezőnek, **együtthatónak** hívjuk: $6x$ együtthatója: **6**

Az 1-es együtthatókat nem szoktuk kiírni (x együtthatója: **1**), a -1 -es együtthatókat mínusz jellel jelöljük ($-x$ együtthatója: **-1**)

Egynemű kifejezések: Amik csak együtthatójukban térnek el (de nem muszáj, hogy eltérjenek)

Egynemű kifejezések esetén fontos, hogy a betűk és azok kitevője is megegyezzen (ha van)

A betűk felcserélésével (ha több van összeszorozva) is kaphatunk egynemű kifejezéseket (xy és yx egyneműek)

Egynemű kifejezések könnyű elképzelése: Gyümölcsök segítségével, az együttható a darabszám, a betű a gyümölcs fajtája

Összeadás és kivonás betűkkel

Összeadást és kivonást csak egynemű kifejezésekkel végezhetünk el (almát az almával, körtét a körtével), ezt **összevonásnak** hívjuk

Ezeket a műveleteket úgy fogjuk elvégezni, hogy az együtthatókat adjuk össze, vagy vonjuk ki egymásból

Az együtthatókat mindig előjellel együtt nézzük

A végeredménynél mindegy a sorrend, ABC sorrendet szoktuk követni (először a , utána b , vagy először x , utána y), ha nemcsak sima betűk vannak, hanem hatványok is, akkor kitevő szerint csökkenő sorrendben szoktuk írni a tagokat (a legnagyobb kitevőjét írjuk előre, utána a nála kisebbet, utána a még kisebbet, és így tovább), a számokat a legvégére szoktuk írni (amik mögött nincs betű)

Szorzás és osztás betűkkel

Szorzás és osztás esetén a számot számmal, a betűt betűvel fogjuk összeszorozni vagy elosztani

Ha ugyanolyan betűket szorzunk össze egymással, akkor hatvány alakban lehet felírni (Pl.: $a \cdot a = a^2$), ha különböző betűket kell összeszoroznunk, akkor csak elhagyjuk a szorzás jelet közülük (Pl.: $a \cdot b = ab$)

Ha ugyanolyan betűket osztunk el egymással, akkor egyszerűsíteni tudunk (Pl.: $\frac{a^2}{a} = a$), ha különböző betűket kell elosztanunk, akkor nem csinálunk semmit (Pl.: $\frac{a}{b} = \frac{a}{b}$)

Az előjelekre mindig figyelünk:

Szorzásnál: $\oplus \cdot \oplus = \oplus$ $\oplus \cdot \ominus = \ominus$ $\ominus \cdot \ominus = \oplus$

Osztásnál: $\frac{\oplus}{\oplus} = \oplus$ $\frac{\oplus}{\ominus} = \ominus$ $\frac{\ominus}{\ominus} = \oplus$

Mérlegelv, egyenletek

A nyitott mondatokat mostantól egyenleteknek fogjuk hívni

A korábbi jelölések helyett az ismeretlenek x -ek és y -ok lesznek

Az egyenleteket mérlegelv segítségével fogjuk megoldani

Mérlegelv: A neve beszédes, mérlegre kell gondolni

A mérleg akkor lesz egyensúlyban, ha mind a két serpenyővel ugyanazt csináljuk (Ha mindkét serpenyőből 1-1 ugyanakkora súlyú almát veszünk el, akkor marad egyensúlyban)

Az egyenlőségjel (=) jelképezi azt, hogy a mérleg egyensúlyban van, egyenlőtlenségek esetén a mérleg nincs egyensúlyban

Hogy oldjuk meg az egyenleteket?

- A célunk az, hogy a végén az egyik oldalon csak x , a másik oldalon pedig egy szám legyen, ez lesz az egyenlet megoldása (Pl.: $x = 3$)
- A különböző műveleteket mindig az ellentétes művelettel tudjuk eltüntetni (összeadást kivonással, kivonást összeadással, szorzást osztással, osztást szorzással)
- A műveleti sorrend alapján visszafelé fogunk haladni (először az összeadást vagy a kivonást tüntetjük el, utána a szorzást vagy az osztást)
- Az egyenlet megoldás során a két oldal tetszőlegesen bármikor felcserélhető (az eredmény kijöhet $3 = x$ alakban is, a végén cserélhetünk)

Ha kész az egyenlet megoldása, akkor a végén ellenőrizzük

Ellenőrzésnél a kapott eredményt behelyettesítjük az eredeti egyenletbe, az ismeretlen helyére (ha több x is van, akkor mindegyik helyre)

Akkor lett jó a számolásunk, ha az egyenlőségjel mind a két oldalán ugyanazt a számot kapjuk (Pl.: $5 = 5$)

Ha nem ugyanaz a szám jött ki mind a két oldalon, akkor vagy elszámoltunk valamit az ellenőrzés során, vagy az egyenlet megoldása nem lett jó

Egyenlet megoldásának a lépései

- **Opcionális lépések (ha van):**

Zárójel felbontása

Törtek eltüntetése (Közös nevezőre hozás és beszorzás a nevezővel)

Összevonás (x -es kifejezések összevonása az x -es kifejezésekkel, számok összevonása a számokkal)

➤ **Kötelező lépések:**

Egy oldalra rendezzük az x -es kifejezéseket (mindegy, hogy melyik oldalra, úgy érdemes rendezni, hogy az x együtthatója pozitív legyen)

A másik oldalra rendezzük a számokat

Ha van x előtti együttható, akkor azzal osztunk

Elvégezzük az ellenőrzést (A kapott eredményt visszahelyettesítjük x helyére az eredeti alakban megadott egyenletbe)

Egyenlőtlenségek

Egyenlőtlenségek esetén az egyenlőségjel (=) helyett reláció jelek ($>$, \geq , $<$, \leq) lesznek

Egyenlőtlenségeket is mérlegelvé segítségével fogjuk megoldani, úgy, mint az egyenleteket

Amerre mutat a relációjel, az az oldal lesz a nagyobb ($<$ esetén a jobb oldal lesz a nagyobb, $>$ esetén a bal oldal)

Az egyenlőtlenség jobb és bal oldalát nem cserélhetjük fel tetszőlegesen, mint egyenlet esetén (vagy ha felcseréljük, akkor meg kell fordítani a reláció jelet)

Egy dologra kell nagyon figyelni egyenlőtlenség esetén, fontos, hogy, ha **negatív számmal szorzunk vagy osztunk, akkor megfordul a relációjel** (ezért is érdemes úgy rendezni a megoldás során, hogy x előtt pozitív együttható legyen, és ezt elkerüljük)

Egyenlőtlenségnek nem egy megoldása lesz, hanem végtelen sok (Pl.: $x < 6$
Megoldások: 5, 4, 3, 2, 1, 0, -1, -2... (nem csak egész számok))

Ha kész az egyenlőtlenség megoldása, akkor a végén ellenőrizzük

Ellenőrizni többféle módon is lehet:

- A kapott számot behelyettesítjük x helyére az eredeti alakban, a reláció jelet kicseréljük egyenlőség jelre, és úgy csinálunk mindent, mint egyenlet esetén (ha a végén mind a két oldalon ugyanaz jön ki jól oldottuk meg az egyenlőtlenséget)
- Behelyettesítünk egy kisebb vagy nagyobb megoldást, mint az eredmény (attól függően, hogy merre mutat a reláció jel)