

11. Osztály

I. Trigonometria

Gyakorló feladatok szögfüggvényekhez

1) Töltsük ki a táblázat hiányzó részeit!

α	$\sin \alpha$	$\cos \alpha$	$tg \alpha$	$ctg \alpha$
15°				
25°				
		0,5		
			1	
92°				
2°				
				10
	0,25			

α	$\sin \alpha$	$\cos \alpha$	$tg \alpha$	$ctg \alpha$
38°				
	0,77			
		0,89		
			0,5	
				0,35
122°				
	0,12			
		0,99		
			8	
				18

Tovább a feladathoz

Szinusztétel

2) Számítsuk ki a háromszög hiányzó oldalait és szögeit, ha tudjuk, hogy:

a) $a = 8 \text{ cm}$

$c = 5 \text{ cm}$

$\gamma = 36^\circ$

b) $b = 10 \text{ cm}$

$\alpha = 80^\circ$

$\gamma = 50^\circ$

Tovább a feladathoz

3) Milyen hosszú a sífelvonó drótkötélpályája, ha a szintkülönbség 600 m és az emelkedési szög pedig 31° ?

Tovább a feladathoz

4) Egy szimmetrikus trapéz egyik hegyes szöge 55° -os, átlója 35 cm, a hosszabbik alapja 40 cm. Mekkora szöget zár be az átló a szimmetrikus trapéz alapjaival? Határozzuk meg aszárak hosszát!

Tovább a feladathoz

5) Egy hegymászó a hegyoldal valamely pontjából a tőle 1700 m távolságban levő hegycsúcsot 25° emelkedési szögben s ugyanennek a hegycsúcsnak a tükörképét az alatta elterülő tó tükreben 45° -os depressziószög alatt látja. Milyen magasan van a hegymászó, s milyen magasan van a hegycsúcs a tenger színe felett, ha a tó felszíne 600 méternyire van a tenger színe felett?

Tovább a feladathoz

Koszinusztétel

6) Számítsuk ki a háromszög hiányzó oldalait és szögeit, ha tudjuk, hogy:

a) $a = 6 \text{ cm}$

$$c = 7 \text{ cm}$$

$$\beta = 70^\circ$$

b) $a = 8 \text{ cm}$

$$b = 7 \text{ cm}$$

$$c = 11 \text{ cm}$$

Tovább a feladathoz

7) Egy ABC háromszög oldalainak hossza 15 cm, 25 cm és 30 cm. Számítsuk ki a háromszög legnagyobb szögét!

Tovább a feladathoz

8) Két hajó egyszerre indul el a tengeren egy szigetről fél 11-kor. Az egyik északnak tart 35 km/h sebességgel, a másik dél-délkeleti irányba halad 27 km/h sebességgel. Amikor az indulás után 2,5 órával a gyorsabb hajó zátonyra fut, a másik hajó rögtön a segítségére indul a lehető legrövidebb úton, a sebességét 25%-kal növelve. Mikorra ér a baleset helyszínére a másik hajó?

Tovább a feladathoz

9) Egy paralelogramma átlói 6,4 és 9 cm hosszúak. A közbezárt szögük 54° . Milyen hosszúak az oldalai?

Tovább a feladathoz

Vegyes feladatok

10) Ismerjük az ABCD konkáv négyszög AC = e átlóját, ami 22 cm. Az e átló az α szöget az $\alpha_1 = 15^\circ$ és $\alpha_2 = 25^\circ$ -os részekre osztja. A C csúcsnál lévő szög 220° , amit az e átló felez.

- a) Számítsuk ki a négyszög területét!
- b) Határozzuk meg a DB átló hosszát!

Tovább a feladathoz

11) Egy gát keresztmetszete egy olyan ABCD trapéz, amelynek a folyó felé eső része a meredekebb. AD=3,8 m és a gát teteje 2 m széles. A kevésbé meredek oldal BC=5,3 m, és a folyó szintjével 35° -os szöget zár be. Milyen széles a gát alapja és mekkora a magassága?

Tovább a feladathoz

Szabályos sokszögek

12) Hány oldalú az a szabályos sokszög, amelynek egy külső szöge 72° ? Mennyi a belső szöge? Milyen hosszú az oldala, ha leghosszabb átlója 15 cm?

Tovább a feladathoz

13) Egy szabályos hatszöget kettévágunk az egyik szimmetriatengelye mentén úgy, hogy két húrtrapézt kapjunk. A kapott két húrtrapéz leghosszabb oldala 20 cm.

- a) Mekkora a szabályos hatszög oldala?
- b) Mekkora a köré írt körének a sugara?
- c) Mekkora a hatszög területe?

Tovább a feladathoz

14) Zsófi elhatározta, hogy kiszámolja a kertjükben található méhkaptárban a méhsejtek területét. Ehhez szüksége lesz egy méhsejt területére, és a méhsejtek számára.

- a) Mekkora egy szabályos hatszög alakú méhsejt területe, ha egy oldala 3 mm?
- b) Mekkora a teljes terület, ha összesen 10^3 darab méhsejtet számolt össze Zsófi?

Tovább a feladathoz

Radián

15) Váltuk át a fokban megadott szögeket radiánba:

- a) 120°
- b) 210°
- c) 315°
- d) 18°
- e) 37°

Tovább a feladathoz

16) Váltuk át a radiánba megadott szögeket fokba:

- f) $\frac{11\pi}{6} \text{ rad}$
- g) $\frac{5\pi}{3} \text{ rad}$
- h) $\frac{3\pi}{2} \text{ rad}$
- i) $\frac{3\pi}{6} \text{ rad}$
- j) 2 rad

Tovább a feladathoz

Egységkör

17) Oldjuk meg a következő egyenleteket egységkör segítségével:

a) $\sin x = -\frac{1}{2}$

b) $\cos x = \frac{1}{2}$

c) $\cos x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$

Tovább a feladathoz

Trigonometrikus egyenletek

18) Oldjuk meg a következő trigonometrikus egyenleteket:

a) $\cos x = \frac{1}{2}$

b) $\sin x = 1$

c) $\sin x = 0$

d) $\sin x = 0,6$

e) $\sin x = 1,2$

f) $\cos(3x) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

g) $\sin\left(2x + \frac{\pi}{3}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$

h) $3 \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2} - 2x\right) = \frac{3}{2}$

i) $\sin^2 x + 2,5 \cdot \sin x + 1 = 0$

j) $\sin^2 x - \cos x = 1,25$

k) $\cos^2 x = \frac{1}{4}$

l) $\cos x - \sin x = 0$

m) $\sin x = \cos x$

Tovább a feladathoz

Trigonometrikus egyenlőtlenségek

19) Oldjuk meg a következő trigonometrikus egyenlőtlenségeket:

a) $\sin x > \frac{\sqrt{2}}{2}$

b) $\sin x < \frac{\sqrt{2}}{2}$

c) $\cos x > \frac{1}{2}$

d) $\cos x < \frac{1}{2}$

Tovább a feladathoz

Színusz függvény

20) Ábrázoljuk a koordinátarendszerben az $f(x) = 2 \cdot \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) + 2$ függvényt és

határozzuk meg az

a) Értelmezési tartományát és értékészletét!

b) Zérushelyeit!

c) Periódusának hosszát!

Tovább a feladathoz

21) Toljuk el a színusz függvény grafikonját

a) Az abszcisszatengely mentén -2π -vel!

b) Az ordinátatengely mentén 2-vel!

c) Az $(1,3)$ vektorral!

Tovább a feladathoz

Koszinusz függvény

22) Adott az $f(x) = \frac{1}{3} \cdot \cos x - 1$ függvény.

- Állapítsuk meg a zérushelyeit!
- Hogyan kéne módosítani a függvényt, hogy a görbe áthaladjon a $(\frac{\pi}{2}, -4)$ ponton?
- Ábrázoljuk koordináta-rendszerben!

Tovább a feladathoz

23) A koszinusz függvény értékészletének figyelembevételével pótoljuk a hozzárendelési szabályokból a ■-gel és Δ -gel jelölt hiányzó számokat, majd ábrázoljuk a függvényeket derékszögű koordináta-rendszerben!

- $f(x) = \blacksquare \cdot \cos x + \Delta$ és $f(x)$ értékészlete $[0,4]$.
- $f(x) = \blacksquare \cos x + \Delta$ és $f(x)$ értékészlete $[-4,5; 3,5]$.

Tovább a feladathoz

Tangens függvény

24) Adjuk meg az $f(x) = \tan(x + \pi) + 2$ függvény

- Monotonitását!
- Zérushelyeit!
- Periódusának hosszát!

Tovább a feladathoz

25) Mely valós x számok esetén veszi fel a $\tan x$ függvény a(z)

- 1 értéket?
- $-\sqrt{3}$ értéket?
- $2 + \sqrt{3}$ értéket?
- 57,29 értéket? (A választ fokban adjuk meg!)

Tovább a feladathoz

Addíciós tételek

26) Hozzuk egyszerűbb alakra az alábbi kifejezéseket addíciós tételek alkalmazásával:

d) $\sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) - \frac{1}{2}\sin x$

e) $2 \cdot \sin x \cdot \cos x$

f) $\cos(2x) + \sin^2 x$

Tovább a feladathoz

II. Kombinatorika

Gráfok

1) Egy gráfnak hat csúcsa van és minden csúcs fokszáma egyenlő. Adjunk meg egy olyan gráfot, amelyre a fokszám

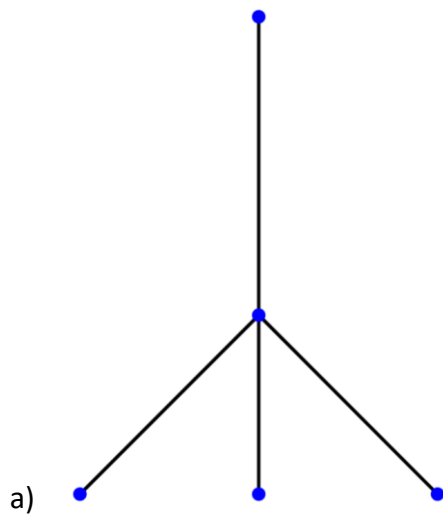
a) $2!$

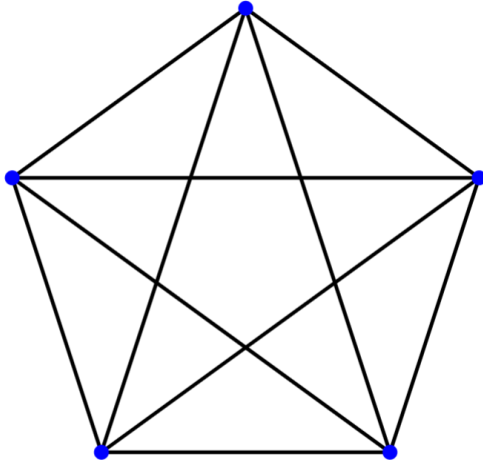
b) $3!$

c) $4!$

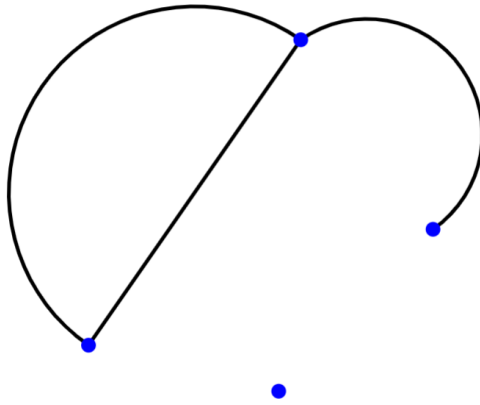
Tovább a feladathoz

2) Jellemezzük az alábbi gráfokat! Hány csúcsuk és hány élük van? Mennyi a csúcsok fokszáma?

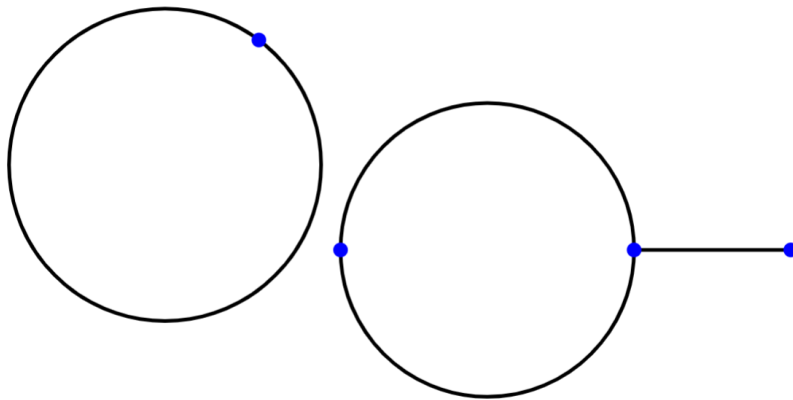




b)



c)



d)

Tovább a feladathoz

- 3) Rajzoljunk olyan egyszerű gráfot, amelynek 5 csúcsa van és a csúcsok fokszámai
- a) 0, 2, 2, 2, 2
 - b) 1, 3, 2, 2, 2
 - c) 3, 3, 4, 4, 2
 - d) 2, 1, 1, 1, 1

Tovább a feladathoz

- 4) Egy hét fős társaságban Zsófi ismeri Andrást, Zsuzsit és Danit. András Zsófi mellett ismeri még Danit és Flórárt. Bogi csak Benedeket ismeri. Szemléltessük gráffal, hogy ki kinek az ismerőse!

Tovább a feladathoz

- 5) Egy 6 fős társaságban találkozáskor minden fiú kezét fog minden fiúval. Tudjuk, hogy 4 fiú van a társaságban.
- a) Szemléltessük gráffal a kézfogásokat!
 - b) Adjuk meg, hogy egy ember hányszor fog kezét!
 - c) Hány kézfogás történik összesen?

Tovább a feladathoz

Variációk

- 6) Józsi elfelejtette az iskolai szekrényének számkombinációját. Legfeljebb hány próbálkozásból tudja kinyitni a szekrényajtót, ha a kód
- a) 3 számjegyű?
 - b) 4 számjegyű?

Tovább a feladathoz

- 7) Egy biztonságtechnikai cégnél elsődleges fontosságú a biztonságos jelszavak használata. Az angol ABC 26 betűjéből alkotnak 8 karakter hosszú jelszavakat. Hány féle jelszó készíthető, ha
- a) nem használhatnak azonos betűket?
 - b) használhatnak azonos betűket?
 - c) használhatnak azonos betűket, valamint nagy és kis betűket is?

Tovább a feladathoz

- 8) Hány különböző háromjegyű szám alkotható
- a) a 0, 1, 2, 3, 4, 5 számkártyákból?
 - b) az 1, 6, 8, 9 számkártyákból?
 - c) az 1, 2, 4, 6, 7 számkártyákból?

Tovább a feladathoz

- 9) Egy 30 fős osztály tanulói között 5 db különböző könyvutalványt osztanak ki. Hányféleképpen oszthatják ki az utalványokat, ha
- a) egy tanuló csak egy utalványt kaphat?
 - b) egy tanuló több utalványt is kaphat egyszerre?

Tovább a feladathoz

Permutációk

- 10) Testnevelés órán 15 tanulót ültettek le egy padra.
- a) Hány féle sorrendben lehetséges ez?
 - b) Hány féle sorrendben lehetséges ez, ha Laci és Dani mindenképpen egymás mellett szeretne ülni?
 - c) Hány féle sorrendben lehetséges ez, ha Luca és Gabi nem akarnak egymás mellé ülni?

Tovább a feladathoz

11) Egy 6 fős társaság moziba megy. A 3 fiú és 3 lány hányféleképpen ülhet le a nézőtéren egy sorba úgy, hogy fiúk és lányok felváltva üljenek?

Tovább a feladathoz

12) A 6 fős társaság, aki moziba ment korábban Tinder randin voltak, a mozi olyan jól sikerült, hogy mindenki összejött valakivel, így legközelebb már párban mennek moziba. Hányféleképpen ülhetnek, ha a párok egymás mellé szeretnének ülni?

Tovább a feladathoz

13) Egy 8 fős társaság fesztiválozni megy.

- a) Hányféleképpen mehetnek be a főbejáraton, ha egymás után mennek be?
- b) A fesztiválon kör alakú asztalok vannak, egy asztal körül 8 szék van. Hányféleképpen ülhetnek le egymás mellé?

Tovább a feladathoz

14) Egy fagyizóban 4-féle fagyit árulnak: csokis, epres, vaníliás és citromos. Hányféleképpen kérhetjük a gombócokat, ha 5 gombócot szeretnénk és

- a) minden ízt meg szeretnénk kóstolni?
- b) szeretnénk 2 epreset, 2 csokisat és 1 vaníliásat?
- c) annyira finom a citromos, hogy abból 4 gombócot szeretnénk 1 epressel?

Tovább a feladathoz

15) Az általunk jól ismert 10 db számjegyet felírtuk számkártyákra.

- a) Hány darab 10 jegyű számot képezhetünk ezekből?
- b) Hány van ezek között, amelyik osztható 3-mal?
- c) Hány olyan van ezek között, amelyik osztható 5-tel?
- d) Hány olyan 10 jegyű számot képezhetünk, amelyekben a számok csökkenő sorrendben követik egymást?

Tovább a feladathoz

16) Egy cirkuszban 2 elefánt, 2 tigris, egy oroszlán és egy medve alkotta karaván a fő attrakció.

- a) Hány különböző sorrendben vonulhatnak fel a vadállatok?
- b) Hány különböző sorrendben vonulhatnak fel, ha az egyik tigrist mindig az oroszlán követi, a másik tigris pedig kiveszik a másorból?

Tovább a feladathoz

Kombináció

17) Hányféleképpen tehetünk be 4 levelet a 16 rekeszbe, ha

- a) minden rekeszbe csak egy levelet tehetünk?
- b) minden rekeszbe több levelet is tehetünk?

Tovább a feladathoz

18) Hányféleképpen osztható szét 5 000 Ft jutalom a 3 dolgozó között, ha minden dolgozó 1000-rel osztható jutalmat kaphat, de a 0 Ft jutalom is megengedett?

Tovább a feladathoz

19) Egy buszjegykezelő automata egy jegyet legfeljebb 4 pontban lyukaszt át. Hány féle lyukasztás lehetséges, ha legalább 1 és legfeljebb 4 helyen lyukaszt?

Tovább a feladathoz

20) Egy tanárnak otthon 18 db egykötetes regénye és 8 db verses kötet van. Magával akar vinni 5 db kötetet. Hányféleképpen teheti ezt meg, ha mindenképpen szeretne legalább egy verses kötetet is magával vinni?

Tovább a feladathoz

21) Hány átlója van egy szabályos 10 oldalú sokszögnek?

Tovább a feladathoz

Kiválasztás

22) Egy tanulmányi versenyen 6 tanuló jutott be a döntőbe.

- a) Hányféleképpen választható ki a 3 dobogós?
- b) Hányféleképpen választhatjuk ki a maradék diákok közül az 5 különdíjazottat, ha 20 tanuló indult a versenyen?

Tovább a feladathoz

23) Az ötös lottó szelvényén 90 darab számból kell 5-öt megjelölni.

- a) Hány szelvényt kéne venni, ha biztosra szeretnénk menni, hogy legyen ötös találatunk?
- b) Ha a hatos lottón játszánánk (ahol 45 szám közül kell 6-ot megjelölni) és biztos hatos találatra játszánánk, akkor több, vagy kevesebb szelvényt kéne venni?

Tovább a feladathoz

24) Egy 12 fős család túrázni indul, ehhez bérelnek két darab 5 személyes és egy 2 személyes autót.

- a) Hány féle ülésrend lehetséges, ha mindenki tud vezetni, az autókat megkülönböztetjük és az autókon belüli ülésrend nem számít?
- b) Hányféleképpen választhattak bérautót, ha 3 típusból is volt 5 személyes, de 2 személyesből csak 2?

Tovább a feladathoz

25) Az 52 lapos francia kártyából taláalomra kihúzunk 6 lapot.

- a) Hány féle kiválasztás lehetséges?
- b) Hány olyan húzás létezik, mely során csak treff lapot húztunk?
- c) Hány olyan húzás létezik, mely során két ászt húztunk?

Tovább a feladathoz

Valószínűségszámítás

26) Egy zsákban 4 különböző golyó található: piros, fehér, kék és zöld. Mekkora annak a valószínűsége, hogy a zsákból véletlenszerűen kihúzva két golyót

- a) Az első golyó piros lesz?
- b) Az első golyó nem piros?
- c) Van a két kihúzott golyó között kék?
- d) Az egyik fehér, a másik zöld?

Tovább a feladathoz

27) Feldobunk két teljesen azonos 100 Ft-os érmét.

- a) Mekkora annak a valószínűsége, hogy két fej lesz az eredmény?
- b) Mekkora annak a valószínűsége, hogy két írást kapunk?
- c) Mekkora annak a valószínűsége, hogy egy fej és egy írás lesz az eredmény?

Tovább a feladathoz

28) Egy 32 fős osztályban 16 főnek van angol nyelvvizsgálója, 9 főnek német nyelvvizsgálója és 4 főnek mind két nyelvvizsgálója meg van.

- a) Mekkora annak a valószínűsége, hogy a 32 tanulóból véletlenszerűen egyet kiválasztva rendelkezik angol nyelvvizsgálóval?
- b) Mekkora eséllyel választunk ki két olyan tanulót, akinek nincsen nyelvvizsgálója?

Tovább a feladathoz

29) Egy focimeccs során sem a rendes játékidőben, sem a hosszabbítás alatt nem született eredmény, így 11-esekkel döntik el a meccs kimenetelét. Megengedett, hogy a játékosok közül tetszőlegesen válasszunk ki az adott rúgást elvégző játékost.

- a) Mekkora valószínűséggel választottuk 5 rúgáshoz ugyanazt a játékost?
- b) Mekkora annak a valószínűsége, hogy 5-ből 2-szer ugyanaz a játékos rúgott?
- c) Mekkora eséllyel választottunk mind az 5 rúgáshoz más játékost?

Tovább a feladathoz

Visszatevéses

30) Zsófi és barátai egy kockajátékot játszanak. A játék során 4-szer dobnak egy szabályos dobókockával. Ha 1-3 értéket dobnak, 1 pontot kapnak, ha 4-6 értéket dobnak, 2 pontot kapnak. A 4 dobás pontjait minden mentben összegzik.

- a) Mekkora annak a valószínűsége, hogy egy menetben pontosan 4 pontot érünk el?
- b) Mekkora annak az esélye, hogy 6 pontot érünk el?

Tovább a feladathoz

31) Egy csavarokat gyártó üzemben egy tárolóban 100 db frissen gyártott csavar van. Tudjuk, hogy ezek közül 30 db selejtes. Egy minőségellenőr találmásra kivesz egy csavart egymás után 20-szor és a csavart mindig visszadobja.

- a) Mekkora annak a valószínűsége, hogy a kiválasztott 20 csavar között pontosan 6 db selejtes?
- b) Mekkora annak a valószínűsége, hogy a kiválasztott 20 csavar közül egyik sem selejtes?
- c) Mekkora annak a valószínűsége, hogy a kiválasztott 20 csavar közül mind selejtes?

Tovább a feladathoz

32) Egy hangszereket gyártó precíziós berendezés 0,1 valószínűséggel készít selejtes terméket. A kész hangszereket 50-es csomagokban szállítják ki a kereskedésbe. Ha az 50 db hangszer közül egy is hibás, a teljes szállítmányt visszaküldik. Mekkora valószínűséggel lesz

- a) Visszaküldve a szállítmány?
- b) Hibátlan a szállítmány?
- c) Pontosan 2 hibás hangszer?
- d) Legfeljebb 3 hibás hangszer?

Tovább a feladathoz

33) A 32 lapos magyar kártyával játszunk. 8-szor húzunk lapot, amit utána vissza is teszünk a pakliba. Vizsgáljuk annak az eseménynek a valószínűségét, hogy

- a) Mind a 8 alkalommal zöldet húztunk.
- b) Van a húzottak között 3 piros figura.
- c) Minimum 4 makkot húzunk.

Tovább a feladathoz

Visszatevés nélküli

34) Vettünk egy ötös lottószelevényt.

- a) Mekkora annak a valószínűsége, hogy meg nyerjük a főnyereményt?
- b) Mekkora annak a valószínűsége, hogy pontosan 2 találatunk lesz?
- c) Mekkora annak a valószínűsége, hogy legalább 1, de legfeljebb 3 találatunk lesz?
- d) Mekkora annak a valószínűsége, hogy legalább 2 találatunk lesz?

Tovább a feladathoz

35) Egy cukorkás zacskóban ugyanannyi finom és ugyanannyi rossz ízű cukorka van, összesen 40 cukorka van a zacskóban.

- a) Mekkora az esélye, hogy 3 cukorka evése után még nem ettünk rossz ízűt?
- b) Mekkora az esélye, hogy 6 cukorkából legfeljebb 2 rossz ízűt ettünk?

Tovább a feladathoz

36) Magyar kártyával játszunk.

- a) Mekkora az esélye, hogy elsőre ászt húzunk?
- b) Mekkora az esélye, hogy 4 lapból nem húzunk 1 pirosat sem?
- c) Mekkora az esélye, hogy 3 kihúzott lap mindegyike makk?

Tovább a feladathoz

37) Egy zsákban 10 piros, 5 fehér és 8 fekete golyó található.

- a) Mekkora a valószínűsége, hogy 3 húzásból nem húzunk feketét?
- b) Mekkora a valószínűsége, hogy 5 húzásból legalább 3 piros?
- c) Mekkora a valószínűsége, hogy 2 húzásból pontosan 1 fehér?

Tovább a feladathoz

38) Peti egyetemi matek dolgozatát furcsa módon javítja a tanára. Mivel nincs ideje, úgy döntött, hogy a 30 feladat közül csak 5-öt javít ki véletlenszerűen, és amennyi feladat jó olyan jegyet ad (ha 0 feladat jó akkor 1-est ad). Peti úgy gondolja, hogy 18 feladat sikerült neki.

- a) Mekkora a valószínűsége, hogy ötöst kap?
- b) Mekkora a valószínűsége, hogy megbukik?
- c) Mekkora a valószínűsége, hogy hármasnál jobb jegye lesz?

Tovább a feladathoz

III. Hatvány, gyök, logaritmus

Hatványozás

1) Írjuk fel egyetlen hatványként!

a) $\frac{4^5 \cdot 4^8}{4^7}$

b) $\frac{a^8 \cdot a^4}{a^7 \cdot a^3}$

c) $\frac{x^{12} \cdot y^5}{y^3 \cdot x^9}$

d) $\frac{2^2 \cdot 3^4 \cdot 2^4}{2^8 \cdot 3^3}$

e) $\frac{7^7 \cdot 7^{-2}}{7^4} \cdot \frac{11^3 \cdot 11^2}{11^5 \cdot 11^{-3}}$

f) $\frac{p^3 \cdot q^7}{q^4 \cdot p^3} \cdot \frac{q^{10} \cdot p^2}{q^5 \cdot p^3}$

g) $\frac{a^4 \cdot b^2 \cdot c^{11}}{a^9 \cdot b \cdot c^2} \cdot \frac{a^3 \cdot b^{12} \cdot c^8}{a^2 \cdot b^5 \cdot c^{12}}$

h) $\frac{11^2 \cdot 11^7 \cdot 4^{13} \cdot 4^{-7}}{11^6 \cdot 4^5 \cdot 4^{-2}} \cdot \frac{11^5 \cdot 4^9 \cdot 4^2}{11^3 \cdot 4^3 \cdot 11}$

i) $\frac{(h^5 \cdot h^{-3})^2 \cdot (h^4)^3 \cdot h^8}{((h^5)^2 \cdot h^{10})^2}$

j) $\frac{(m^2)^3 \cdot n^6}{n^4 \cdot m^5} \cdot \frac{(n^3)^2 \cdot m^7}{(n^5)^2 \cdot m^{11}}$

k) $\frac{(2^6)^2 \cdot (5^2)^5}{(2^4)^3 \cdot (5^3)^3} \cdot \frac{(2^8)^3 \cdot (5^6)^3}{(2^2)^{12} \cdot (5^5)^2}$

l) $\frac{((a^3)^{-2})^4 \cdot b^{13}}{(b^3 \cdot a^7)^3} \cdot \frac{(a^{-6} \cdot b^2)^5}{(a^5 \cdot b^2)^4}$

m) $\frac{(p^3)^{-4} \cdot (q^2 \cdot r^{-2})^5}{(p^6 \cdot q^5 \cdot r^4)^{-2}} \cdot \left(\frac{1}{p^{-3}}\right)^3 \cdot \left(\frac{1}{q^8}\right)^{-2} \cdot \left(\frac{1}{r^{11}}\right)^4$

Tovább a feladathoz

Kihozás gyökjel alól

2) Hozzuk ki a gyökjel alól, amit ki tudunk!

- a) $\sqrt[4]{x^4}$
- b) $\sqrt[4]{x^5}$
- c) $\sqrt[5]{128}$
- d) $\sqrt[3]{x^7}$
- e) $\sqrt{32 \cdot x^5}$

Tovább a feladathoz

Bevitel gyökjel alá

3) Vigyük be a gyökjel alá, amit be tudunk!

- a) $2 \cdot \sqrt[4]{2}$
- b) 5
- c) $3x \cdot \sqrt{x+2}$

Tovább a feladathoz

N-edik gyök

4) Egy gömb alakú üzemanyagtartályban összesen 33510 liter üzemanyagot tárolunk. Mekkora a gömb sugara? Milyen hosszú hengeres üzemanyag tartályra lenne szükség ugyanennyi üzemanyag tárolásához, ha a henger sugara megegyezik a gömb sugarával?

$$\left(V_{gömb} = \frac{4\pi}{3} \cdot R^3, V_{henger} = R^2 \cdot \pi \cdot l \right)$$

Tovább a feladathoz

5) Egy szállítmányozási cég Rubik kockák szállításával foglalkozik. Különböző méretű kocka alakú dobozokat használnak a szállításhoz. Mekkora élhosszúságú dobozra lenne szükségük, ha egy Rubik kocka éle 6 cm és tudjuk, hogy 125 db kocka éppen kitölti a dobozt?

Tovább a feladathoz

- 6) Zsófi szeretné betenni a megtakarított pénzét a bankba, hogy kamatozhasson. Hány százalék kamatot fizet a bank a megtakarításokra, ha Zsófi 2015-ben 500 000 Ft-ot helyezett el a bankban és 2022-ben 614 937 Ft-ot vett ki?

Tovább a feladathoz

Gyök átírás hatványos alakba

- 7) Írjuk át a gyökös kifejezéseket hatvány alakba, a hatványokat gyökös alakba!

a) $\sqrt[10]{2^4}$

b) $c^{\frac{7}{3}}$

c) $(\sqrt[3]{12})^7$

d) $(5^4)^{\frac{1}{10}}$

e) $\sqrt{r^{\frac{1}{5}}} \cdot \sqrt[4]{r^{\frac{5}{3}}}$

f) $\frac{11^{\frac{4}{3}}}{11^{\frac{9}{5}}}$

g) $\left(\sqrt[4]{\sqrt{\frac{2}{611}}}\right)^9$

h) $(11^{0,5})^{\frac{1}{2}}$

i) $(\sqrt[5]{a^2})^3 \cdot \sqrt{a^7}$

j) $3^{\frac{1}{2}} \cdot 9^{-\frac{2}{4}} \cdot \sqrt{\left(\frac{1}{3}\right)^9}$

k) $(\sqrt[6]{x^{-5}})^{\frac{2}{6}} \cdot \sqrt[12]{x^{\frac{4}{3}}}$

l) $\sqrt{\sqrt[3]{3 \cdot \sqrt[5]{3 \cdot \sqrt[4]{3^{\frac{2}{3}}}}}}$

$$\text{m) } \frac{p^{\frac{3}{4}} \cdot \left[\left(\frac{1}{p^8} \right)^{-7} \cdot \left(\frac{11}{p^{12}} \right)^{21} \right]^{-3}}{\left(p^{\frac{5}{7}} \right)^{\frac{-1}{2}}}$$

Tovább a feladathoz

Gyökös egyenletek

8) Oldjuk meg az alábbi gyökös egyenleteket!

a) $\sqrt{2x+2} - \sqrt{x-1} = 0$

b) $\sqrt{x+5} = x+3$

c) $\sqrt{2x^2 - 4x + 4} - x = 2$

d) $\sqrt{x^2 + 8x + 16} - \sqrt{x^2 - 2x + 1} - 1 = 0$

Tovább a feladathoz

Exponenciális egyenletek

9) Oldjuk meg az alábbi exponenciális egyenleteket!

a) $2^x = 8$

b) $2^x \cdot 4^{x-1} = 8^{3x}$

c) $27^x \cdot 9^{2x-1} = 3^{2x-\frac{2}{3}}$

d) $8^{x^2-4x+3} = 1$

e) $2^{x^2+2x-11} = 16$

f) $2^x \cdot 81 = 16 \cdot 3^x$

g) $5^{x+1} \cdot 9 = 625 \cdot 3^{x-1}$

h) $5^{x+1} + 5^{x+2} = 30$

i) $3 \cdot 4^x + 4^{x+1} = 896$

j) $9^x - 2 \cdot 3^x - 3 = 0$

k) $16^x - 7 \cdot 4^x = -10$

Tovább a feladathoz

10) Oldjuk meg az alábbi egyenleteket a racionális számok halmazán!

$$2^{x+3} = 1024$$

Tovább a feladathoz

11) Mely természetes számra teljesül az alábbi egyenlőség?

$$\sqrt{4^x - 15 \cdot 2^x} = 4$$

Tovább a feladathoz

12) Határozzuk meg az alábbi egyenlet megoldáshalmazát!

$$9^x - 4^{x-\frac{1}{2}} = 4^{x+1} - 3^{2x-1}$$

Tovább a feladathoz

Exponenciális egyenlőtlenségek

13) Oldjuk meg az exponenciális egyenlőtlenségeket!

a) $2^x > 8$

b) $\left(\frac{1}{2}\right)^x > \frac{1}{4}$

c) $2^x \cdot 3^x < 36^{3x-2}$

d) $\left(\frac{1}{2}\right)^{2x-1} > 2^x$

Tovább a feladathoz

14) Oldjuk meg az egyenlőtlenségeket a valós számok halmazán!

a) $3^{x+4} < 9$

b) $4 \cdot 2^{x+2} \leq \left(\frac{1}{2}\right)^x$

Tovább a feladathoz

15) Oldjuk meg az alábbi egyenlőtlenséget!

$$2,5^{x^2+3x-4} \geq 1$$

Tovább a feladathoz

Exponenciális egyenletrendszerek

16) Oldjuk meg az exponenciális egyenletrendszereket!

a) $2 \cdot 2^x - 3 \cdot 3^y = -7$

$$3 \cdot 2^x - 3^y = 0$$

b) $5^x \cdot 5^{y-1} = 25$

$$\frac{3^x}{3^{2y}} = 27$$

Tovább a feladathoz

Exponenciális függvények

17) Ábrázoljuk az $f(x) = \frac{1}{2} \cdot 2^{x+1} - 1$ függvényt, és a grafikon alapján jellemezzük is!

Tovább a feladathoz

18) Ábrázoljuk az $f(x) = 5^{x-2} + 1$ függvényt, és a grafikon alapján jellemezzük is!

Tovább a feladathoz

19) Ábrázoljuk az $f(x) = 4 \cdot 3^{-x+4} - 12$ függvényt, és a grafikon alapján jellemezzük is!

Tovább a feladathoz

Logaritmus

20) Határozzuk meg x értékét a logaritmus definícióját alkalmazva:

- a) $\log_2 8 = x$
- b) $\log_3 9 = x$
- c) $\log_2 \frac{1}{4} = x$
- d) $\log_4 x = 2$
- e) $\log_3 x = -1$
- f) $\log_5 x = 3$
- g) $\log_x 16 = 4$
- h) $\log_x 27 = 3$
- i) $\log_x 16 = -2$

Tovább a feladathoz

Logaritmus azonosságok

21) Határozzuk meg az alábbi logaritmusos kifejezések értékét a logaritmus azonosságait felhasználva:

- a) $\log_3 1 = x$
- b) $\log_x \frac{1}{4} = 2$
- c) $\log_5 x = 125$
- d) $\log_8 4 + \log_8 2$
- e) $\log 4 + \log 25$
- f) $\log_9 810 - \log_9 10$
- g) $\log_4(3x - 18) - \log_4 1,5$
- h) $6 \cdot \log_a 2$
- i) $-2 \cdot \log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{8}$
- j) $p^2 \cdot \log_3 \frac{12}{11}$
- k) $-\frac{1}{4} \cdot \log_r 2^4$
- l) $7 \cdot \log_7 14 - \log_7 14^3$

m) $2 \cdot \log_{121} \frac{1}{11} + \log_{121} 11^3$

n) $3^{\log_x 81 + 2 \cdot \log_x \frac{1}{9}}$

o) $9^{\log_9 - 3^6 - 4 \cdot \log_9 27}$

p) $\log_2 3 \cdot \log_3 2$

q) $\log_4 5^2 \cdot \log_5 16$

Tovább a feladathoz

Logaritmus értelmezési tartomány

22) Határozzuk meg az alábbi logaritmos kifejezések értelmezési tartományát:

a) $\log_3(6x + 5)$

b) $\log_2(x^2 - 3x - 4)$

c) $\log_{11}(x^2 - 5x + 4)$

d) $\log_3(x + 2) + \log_3(2x - 6)$

e) $\log_5(4 - x) + \log_3(8x - 7)$

f) $\log_4(x + 2) - \log_4(3x - 9)$

g) $\log_4\left(\frac{x+2}{3x-9}\right)$

h) $\log_x(3x + 2)$

i) $\log_{\frac{1}{2}}\left(\frac{x-2}{x^2-4}\right)$

j) $\log[(10 - x) - (x - 2)]$

k) $\log_2(4x^2 + 12x) - \log_2(2x)$

Tovább a feladathoz

Logaritmus egyenletek

23) Oldjuk meg a logaritmusos egyenleteket:

- a) $\log_3(2x + 5) = 2$
- b) $\lg(x - 1) + \lg 4 = 2$
- c) $\log_5(x + 2) + \log_5(x - 1) = \log_5 18$
- d) $\log_5(3 - 4x) - \log_5(5x + 6) = 2$
- e) $\lg(x + 15)^2 - \lg(3x + 5) = \lg 20$
- f) $(\log_2 x - 3) \cdot (\log_2 x^2 + 6) = 0$
- g) $(\log_2(x - 3)) \cdot (\log_2(x^2 + 6)) = 0$

Tovább a feladathoz

24) Oldjuk meg a logaritmusos egyenleteket:

- a) $\log_2(x - 4) = -2$
- b) $\log_{\sqrt[4]{2}}(x - 3) - 3 \cdot \log_2(x - 3) = 3$

Tovább a feladathoz

Logaritmus szöveges feladatok

25) A földrengés erősségét a Richter-skála szerint szokták jellemezni. Egy szabványos szeizmográf legnagyobb kitérésének segítségével állapítjuk meg, hogy a Richter-skálán hányas erősségű a földrengés. A kitérés mikrométerben vett értékének vesszük a tízes alapú logaritmusát. Ha a kitérés $1 \text{ cm} = 10^4 \mu\text{m}$, akkor a földrengés $\log_{10} 10^4 = 4$ -es erősségű.

- a) Hányas erősségű földrengést mértünk, ha a szeizmográf legnagyobb kitérése 0,009 m volt?
- b) Mekkora lehetett a szeizmográf maximális kitérése, ha a Richter-skálán $\frac{60}{11} \sim 5,45$ -ös erősségű földrengést mértünk meg?

Tovább a feladathoz

26) Egy híg vizes oldat savasságát vagy lúgosságát a pH-értékkel szoktuk jellemezni. Ezt az értéket az oxónium-ion-koncentráció tízes alapú logaritmusá határozza meg, pontosabban annak ellentétével egyenlő. ($pH = -\log_{10} x$, ahol x a koncentráció mérőszáma)

- Mennyi lehet a teljesen tiszta víz pH-ja, ha tudjuk, hogy pontosan 10^{-7} az oxónium-ion koncentrációja.
- Az autó-akkumulátorokban is megtalálható kénsav bizonyos formában elérheti a 0,5-ös pH értéket. Mennyi oxónium-iont tartalmazhat 1 mol kénsav? (1 mol = $6 \cdot 10^{23}$ db molekula)

Tovább a feladathoz

27) Zsófi elhatározta, hogy a pénzét Bitcoin-ba fekteti. A Bitcoin jelenlegi árfolyama 38 500 USA dollár, azaz 1 Bitcoinért 38 500 dollárt kell fizetni. Zsófinak dollárra átszámolva 500 500 USA dollár megtakarítása van, amit teljes egészében Bitcoin vásárlásra költ. A Bitcoin árfolyamáról azt tudjuk, hogy minden évben a 10 %-kal növekszik.

- Mennyi pénze lesz 10 év múlva?
- Mennyi idő múlva lesz 2,5-szer annyi pénze, mint amennyit befektetett Bitcoinba?

Tovább a feladathoz

28) A 14-es tömegszámú szén izotóp felezési ideje 5566 év. Mennyi idős az a régészeti lelet, amelyben a C^{14} atomok 35,3%-a bomlott el? Az atomok hány százaléka bomlik el 12 000 év alatt? Az atomok számát az alábbi képlettel számítjuk: $N = N_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T}}$. Ahol N_0 az atomok számának kezdeti, N pedig a pillanatnyi értéke, T a felezési idő és t az eltelt idő.

Tovább a feladathoz

Logaritmus egyenlőtlenségek

29) Oldjuk meg az alábbi logaritmusos egyenlőtlenségeket:

a) $\log_2 x < 4$

b) $\log_{\frac{1}{2}} x > 1$

c) $\log_6(3x - 7) < 2$

d) $\log_{\frac{1}{2}}(6x + 2) < 1$

e) $\ln x > 5$

f) $\log_{\frac{5}{7}}(5x + 7) \geq -2$

g) $\log_{\frac{1}{2}}(-x^2 - 2x + 8) > -1$

Tovább a feladathoz

Logaritmus egyenletrendszerek

30) Oldjuk meg az alábbi logaritmusos egyenletrendszereket:

a) $\lg x - 3 \cdot \log_2 y = 4$

$$3 \cdot \lg x + 3 \cdot \log_2 y = 0$$

b) $\log_2 x + \log_2 y = 5$

$$\log_4(x - y) = 1$$

Tovább a feladathoz

Logaritmus függvény

31) Ábrázoljuk az $f(x) = \log(x + 2) + 2$ függvényt és válaszoljunk a kérdésekre!

a) Mi a függvény értelmezési tartománya? $(] - 2; \infty[)$

b) Rajta van -e a grafikonon a $P(-2,1)$ pont? (igen)

Tovább a feladathoz

32) Ábrázoljuk az $f(x) = 2 \cdot \log_2(x - 1) + 2$ függvényt, és a grafikon alapján jellemezzük is!

Tovább a feladathoz

33) Ábrázoljuk az $f(x) = -2 \cdot \log_5(2x - 4) + 2$ függvényt, és a grafikon alapján jellemezzük is!

Tovább a feladathoz

IV. Koordinátageometria

Vektorok ismétlés

1) Ábrázoljuk az alábbi vektorokat!

a) $a(3; 5)$

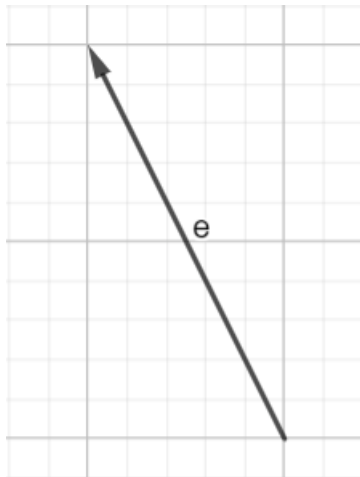
b) $b(-2; 4)$

c) $c = 5i - 4j$

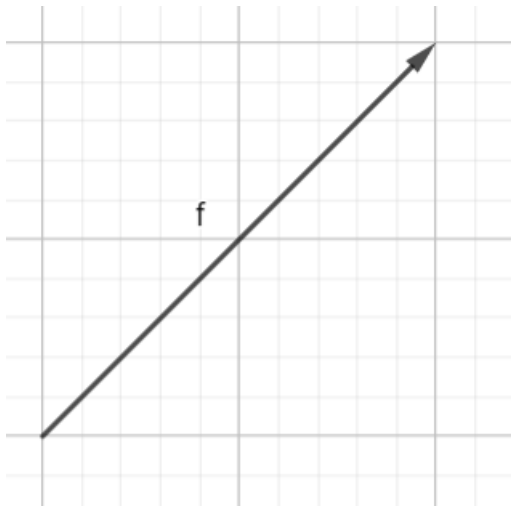
d) $d = -3i - 3j$

Tovább a feladathoz

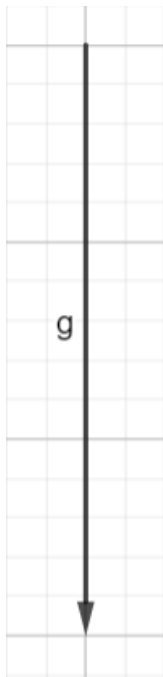
2) Olvassuk le az alábbi vektorok koordinátáit!



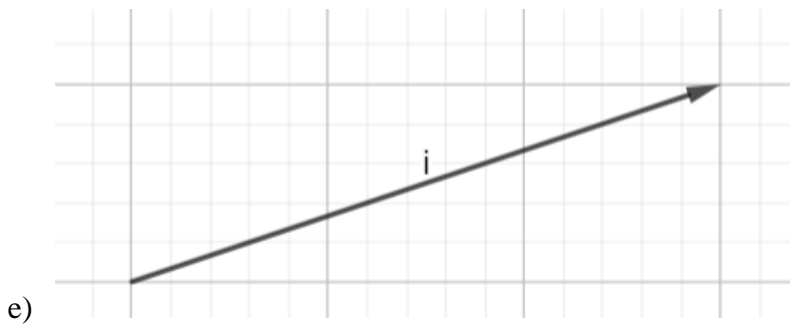
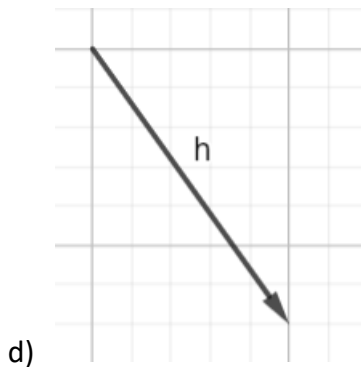
a)



b)



c)



Tovább a feladathoz

3) Adott három vektor: $A(1,7)$, $B(2,-3)$, $C(-4,5)$. Adjuk meg az alábbi vektorok koordinátáit:

- a) $A + C$
- b) $A + B$
- c) $A - C$

Tovább a feladathoz

4) Adott három vektor: $A(-3,5)$, $B(-4,-1)$, $C(5,6)$. Adjuk meg az alábbi vektorok koordinátáit:

- a) $A - C$
- b) $A - B$
- c) $(A + C) - B$

Tovább a feladathoz

5) Adott három vektor: $A(2, -4)$, $B(-5, 5)$, $C(-3, -2)$

Adjuk meg az alábbi vektorok koordinátáit:

a) $A + B + C$

b) $(A + C) - B$

c) $(A - B) - B$

Tovább a feladathoz

6) Hozzuk a lehető legegyszerűbb alakra az alábbi kifejezést:

$$3\underline{a} - 2 \cdot (\underline{b} + 2\underline{a}) + 3 \cdot (\underline{a} - \underline{b})$$

Tovább a feladathoz

7) Adjuk meg az alábbi vektorok összegét és különbségét:

a) $\underline{a} = \begin{bmatrix} 1 \\ -3 \end{bmatrix}$, $\underline{b} = \begin{bmatrix} 7 \\ 6 \end{bmatrix}$

b) $\underline{a} = \begin{bmatrix} 3 \\ 0 \end{bmatrix}$, $\underline{b} = \begin{bmatrix} -2 \\ -5 \end{bmatrix}$

c) $\underline{a} = \begin{bmatrix} 0 \\ 5 \end{bmatrix}$, $\underline{b} = \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \end{bmatrix}$

Tovább a feladathoz

8) Adjuk meg az alábbi vektorműveletek eredményét:

a) $\underline{a} = \begin{bmatrix} -2 \\ 7 \end{bmatrix}, \underline{b} = \begin{bmatrix} 3 \\ -4 \end{bmatrix}$

$$3\underline{a} + 2\underline{b}$$

$$\frac{\underline{a} - \underline{b}}{2}$$

$$\frac{2}{3}\underline{a} + \frac{1}{2}\underline{b}$$

b) $\underline{a} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}, \underline{b} = \begin{bmatrix} 4 \\ 0 \end{bmatrix}, \underline{c} = \begin{bmatrix} -1 \\ -5 \end{bmatrix}, \underline{d} = \begin{bmatrix} 6 \\ -2 \end{bmatrix}$

$$\underline{a} + 2\underline{b} - \underline{c}$$

$$-\frac{1}{2} \cdot (2\underline{d} + \underline{b}) - \underline{a}$$

$$\frac{\underline{a} + 2\underline{c}}{3} + \underline{d}$$

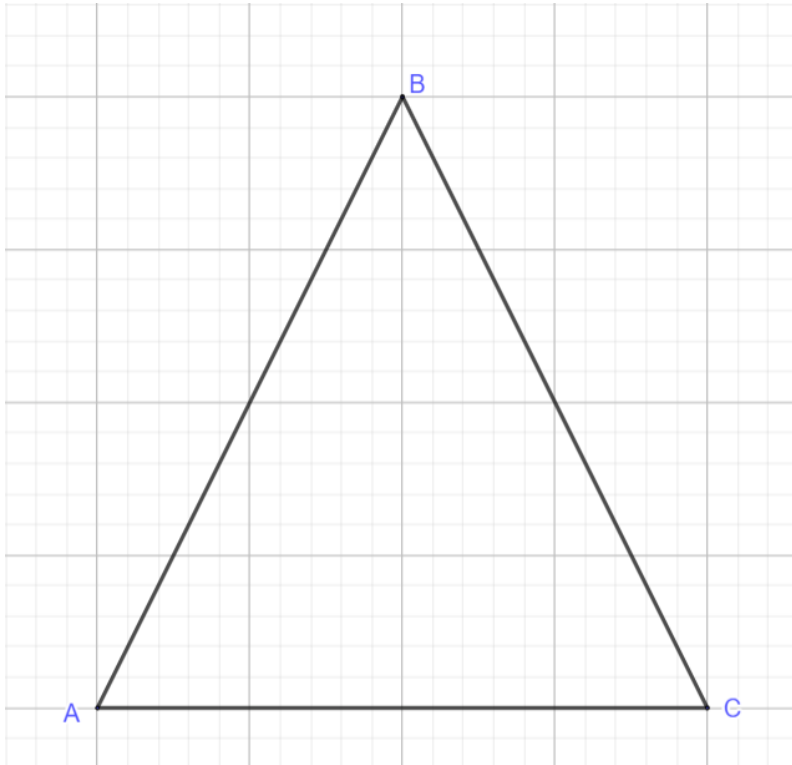
Tovább a feladathoz

9) Adott a képen látható háromszög. Tudjuk, hogy az oldalai egy-egy vektort alkotnak, sorrendben:

a jelöli az A pontból B pontba mutató vektort

b jelöli a B pontból C pontba mutató vektort

c jelöli a C pontból A pontba mutató vektort.



Válaszoljunk az alábbi kérdésekre:

a) Adjuk meg az **a**, **b** és **c** vektorok koordinátáit!

b) Mekkora a háromszög kerülete?

c) Adjuk meg annak a vektornak a koordinátáit, amely a B pontból az AC oldal felezőpontjába mutat!

d) Adjuk meg annak a vektornak a koordinátáit, amelyik a BC oldal felezőpontjából az AC oldal felezőpontjába mutat!

Tovább a feladathoz

10) Adjuk meg az alábbi pontok távolságát:

a) $A = \begin{bmatrix} 4 \\ -2 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \end{bmatrix}$

b) $A = \begin{bmatrix} -5 \\ 4 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} -7 \\ -4 \end{bmatrix}$

Tovább a feladathoz

11) Adjuk meg az alábbi vektorok nagyságát (hosszát):

a) $\underline{a} = \begin{bmatrix} 2 \\ 5 \end{bmatrix}$

b) $\underline{b} = \begin{bmatrix} 3 \\ -1 \end{bmatrix}$

Tovább a feladathoz

Skaláris szorzat

12) Mennyi az $|a| = 7$ és $|b| = 4$ vektorok skaláris szorzata, ha a két vektor bezárt szöge:

a) 90°

b) 180°

c) 120°

d) 48°

Tovább a feladathoz

13) Mennyi az $|e| = 20$ és az $f = \frac{1}{5}e$ vektorok skaláris szorzata, ha a vektorok bezárt

szöge:

a) 20°

b) 40°

c) 60°

Tovább a feladathoz

14) Adott $A(-3,5)$, $B(4,7)$ és $C(3,-5)$ pontok a koordinátarendszerben.

- a) Adjuk meg az origóból az A pontba mutató vektor és az origóból a B pontba mutató vektor skaláris szorzatát!
- b) Adjuk meg az origóból az A pontba mutató vektor és az origóból a C pontba mutató vektor skaláris szorzatát!

Tovább a feladathoz

15) Határozzuk meg a vektorok ismeretlen koordinátáit, ha $\vec{a} \cdot \vec{b} = 22$ és

- a) $\vec{a} (10, -y)$, $\vec{b} (-5, 12)$
- b) $\vec{a} (-6, 4)$, $\vec{b} (x, 24)$

Tovább a feladathoz

Vektorok szöge

16) Hány fokal szöget zárnak be egymással az alábbi vektorok:

- a) $\underline{a} = \begin{bmatrix} 3 \\ 4 \end{bmatrix}$, $\underline{b} = \begin{bmatrix} -1 \\ 6 \end{bmatrix}$
- b) $\underline{a} = \begin{bmatrix} 2 \\ 7 \end{bmatrix}$, $\underline{b} = \begin{bmatrix} 5 \\ -3 \end{bmatrix}$
- c) $\underline{a} = \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \end{bmatrix}$, $\underline{b} = \begin{bmatrix} -2 \\ -6 \end{bmatrix}$
- d) $\underline{a} = \begin{bmatrix} 2 \\ -5 \end{bmatrix}$, $\underline{b} = \begin{bmatrix} 5 \\ 2 \end{bmatrix}$

Tovább a feladathoz

17) A vízszinteshez képest milyen szögben húzzuk a szánkót, ha $|F| = 8 [N]$ erővel $|s| = 12 [m]$ -t tettünk meg és eközben a végzett munka:

- a) $48 [J]$
- b) $0 [J]$
- c) $80 [J]$
- d) $-24 [J]$

Tovább a feladathoz

18) Határozzuk meg, hogy mekkora szöget zárnak be az alábbi vektorok!

- a) $|a| = 6; |b| = 4$ és $ab = 12$
- b) $|u| = 3; |v| = 2$ és $uv = -4$
- c) $|e| = 5; |f| = 3$ és $ef = 0$

Tovább a feladathoz

19) Egy háromszög csúcsai $A(1, -2), B(3,4)$ és $C(0,5)$ koordinátájú pontok. Számítsuk ki a háromszög szögeit!

Tovább a feladathoz

20) Két vektor hossza 5 cm és 7 cm . Legfeljebb mekkora lehet a skaláris szorzatuk?

Tovább a feladathoz

Felező, harmadolópont

21) Adottak $A(0, -4)$ és $B(-5,3)$ pontok.

- a) Adjuk meg az AB szakasz F felezőpontjának koordinátáit!
- b) Adjuk meg az AB szakasz A-hoz közelebb eső H harmadolópontjának koordinátáit!

Tovább a feladathoz

22) Adott az $A(-6,3)$, $B(-1,-2)$, $C(1,4)$ háromszög.

- Határozzuk meg a háromszög területét!
- Számítsuk ki az oldalfelezőpontok koordinátáit!
- Számítsuk ki az AB oldal A-hoz közelebb eső harmadolópontját!

Tovább a feladathoz

23) Egy háromszög oldalainak felezőpontjai $F_{AB}(2,2)$, $F_{BC}(6,5; 2)$, $F_{AC}(3,5; 0)$.

Számítsuk ki a háromszög csúcspontjainak koordinátáit!

Tovább a feladathoz

24) Határozzuk meg az alábbi két pontot összekötő szakasz

- Felezőpontjának koordinátáit!
- A ponthoz közelebbi harmadoló pontjának koordinátáit!
- B ponthoz közelebbi nyolcadoló pontjának koordinátáit!

Tovább a feladathoz

Súlypont

25) Az ABC Háromszög csúcspontjai $A(-7,-3)$, $B(7,-1)$, $C(1,7)$. Írjuk fel:

- az AB, a BC és az AC oldalak felezőpontját!
- A háromszög súlypontját!

Tovább a feladathoz

26) Adott a koordináta-rendszerben az FGH háromszög, ahol $F(-3,5)$, $G(3,5)$ és $H(0,-1)$ pontokat jelölik.

- Számítsuk ki a súlypont helyét!
- Milyen koordinátájú pontba toljuk el a H pontot, hogy az új súlypont az $S(-1,3)$ pontba essen?

Tovább a feladathoz

27) Határozzuk meg az alábbi pontok által kifeszített háromszög súlypontjának koordinátáit.

$$A = \begin{bmatrix} -5 \\ -7 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 6 \\ -1 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 4 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad S = ?$$

Tovább a feladathoz

28) Határozzuk meg az alábbi pontok által kifeszített háromszög B pontjának koordinátáit.

$$A = \begin{bmatrix} 1 \\ -4 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} -3 \\ 7 \end{bmatrix}, \quad S = \begin{bmatrix} 5 \\ -2 \end{bmatrix}, \quad B = ?$$

Tovább a feladathoz

Irányvektor

29) Adjuk meg az egyenes irányvektorát, ha az egyenes átmegy az adott kétponton!

- a) $A(-1,3)$ és $B(2,-1)$
- b) $A(2,1)$ és $B(-3,1)$
- c) $A(4,-2)$ és $B(2,5)$
- d) $A(-7,-1)$ és $B(-3,6)$

Tovább a feladathoz

30) Adottak egy ABC háromszög csúcspontjainak koordinátái. $A(-6,-3)$, $B(0,2)$ és $C(3,-4)$. Adjuk meg a háromszög oldalaira fektetett egyenesek irányvektorait!

Tovább a feladathoz

Normálvektor

31) Írjuk fel az alábbi vektorok irány és normálvektorait:

- a) $\underline{a} = \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \end{bmatrix}$
- b) $\underline{b} = \begin{bmatrix} -3 \\ -4 \end{bmatrix}$

Tovább a feladathoz

Egyenes egyenlete

32) Határozzuk meg annak az egyenesnek az egyenletét, ami merőleges e egyenesre és átmegy P ponton:

a) $e: 3x + y = 4$

$P(2; -1)$

b) $e: x - 4y = -8$

$P(0; 5)$

Tovább a feladathoz

33) Határozzuk meg annak az egyenesnek az egyenletét, ami párhuzamos e egyenessel és átmegy P ponton:

a) $e: 3x + 4y = 6$

$P(-1; -3)$

b) $e: -2x - 3y = 9$

$P(7; 5)$

Tovább a feladathoz

34) Írjuk fel az alábbi pontokra illeszkedő egyenes egyenletét:

a) $A = \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 5 \\ 0 \end{bmatrix}$

b) $A = \begin{bmatrix} 3 \\ 6 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} -7 \\ 2 \end{bmatrix}$

Tovább a feladathoz

35) Írjuk fel az alábbi pontra illeszkedő egyenes egyenletét, aminek normálvektor $n = (-5; 3)$:

$A = \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \end{bmatrix}$

Tovább a feladathoz

36) Írjuk fel az alábbi pontra illeszkedő egyenes egyenletét, aminek meredeksége $m = -\frac{1}{3}$

$$B = \begin{bmatrix} 1 \\ 5 \end{bmatrix}$$

Tovább a feladathoz

37) Határozzuk meg az A és B pontokat összekötő szakasz felezőmerőlegesének egyenletét.

$$A = \begin{bmatrix} -5 \\ 3 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} -4 \\ 2 \end{bmatrix}$$

Tovább a feladathoz

38) Ábrázoljuk két pontjával az $2x - 3y = 6$ egyenletű egyenest és állapítsuk meg a meredekségét!

Tovább a feladathoz

39) Számítsuk ki, hogy p mely értéke mellett illeszkedik az $A(2,1)$ pont a $2x + py = 10$ egyenesre!

Tovább a feladathoz

40) Írjuk fel annak az egyenesnek az egyenletét, amely átmegy a $P(3,6)$ ponton és az egyik normálvektora:

a) $n(1,3)$

b) $n(-2,1)$

c) $n(3,6)$

d) $n(-4,-5)$

Tovább a feladathoz

41) Melyik egyenes az ABC egyenlőszárú háromszög szimmetriatengelye, ha az alap két végpontja $A(-1, -4)$ és $B(9,8)$!

Tovább a feladathoz

42) Adjuk meg az egyenes egy normálvektorát és meredekségét, ha az egyenlete:

a) $2x - 5y = 5$

b) $-3x - y = -12$

c) $4x + 7y = 8$

d) $x + 6y = 1$

Tovább a feladathoz

Egyenesek metszéspontja

43) Határozzuk meg az alábbi egyenesek metszéspontjának koordinátáit:

a) $e: 2x + 5y = 6$

$f: -x + 2y = -3$

b) $e: 4x + 2y = -7$

$f: -2x - y = 5$

c) $e: x + 3y = 2$

$f: 2x + 6y = 4$

Tovább a feladathoz

44) Adjuk meg az e és az f egyenes metszéspontját, ha az e egyenes egyenlete $2x - 4y = 6$, az f egyenes egyenlete pedig $-x + 3y = -2$!

Tovább a feladathoz

45) Adott két egyenes egyenlete. A g egyenes egyenlete $3x + 4y = 8$, a h egyenes egyenlete $7x - 4y = -8$. Melyik az a pont, amelyik mindkét egyenesen rajta van?

Tovább a feladathoz

46) Van-e az alábbi egyeneseknek metszéspontja, ha igen, adjuk meg a metszéspont koordinátáit!

a) $4x - 8y = -8$ és $8x - 8y = 16$

b) $-3x + y = 4$ és $x - 3y = -12$

c) $2x + 5y = 6$ és $-4x - 10y = 12$

d) $7x - 6y = 1$ és $3,5x - 3y = 10$

Tovább a feladathoz

Két egyenes távolsága

47) Határozzuk meg e és f egyenesek távolságát:

e: $2x + 2y = -5$

f: $x + y = 3$

Tovább a feladathoz

Pont és egyenes távolsága

48) Határozzuk meg e egyenes és P pont távolságát:

a) e: $2x - 5y = -7$

P(2; 1)

b) e: $3x + 5y = 5$

P(5; -2)

Tovább a feladathoz

Két egyenes hajlásszöge

49) Határozzuk meg e és f egyenesek hajlásszögét:

a) $e: -2x + y = -1$

$f: x + 3y = 0$

b) $e: x + y = 3$

$f: 2x + 2y = 4$

Tovább a feladathoz

Háromszög területe

50) Adott 3 pont a koordináta rendszerben, számítsuk ki a 3 pont által meghatározott háromszög területét.

a) $A = \begin{bmatrix} 5 \\ 2 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 3 \\ 7 \end{bmatrix}$

b) $A = \begin{bmatrix} 3 \\ 3 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} -5 \\ 4 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 7 \\ -2 \end{bmatrix}$

Tovább a feladathoz

51) Adottak az $A(-5, -5), B(7, -3), C(-5, 4), D(-1, 2), E(2, -6), F(8, 4)$ pontok.

Számítsuk ki

a) az ABC háromszög területét!

b) az ABD háromszög területét!

c) az DEF háromszög területét!

d) az EFC háromszög területét!

Tovább a feladathoz

52) Határozzuk meg e egyenes és a koordináta tengelyek által bezárt háromszög területét

$e: 6x + 3y = 18$

Tovább a feladathoz

53) Határozzuk meg e f és g egyenesek által bezárt háromszög területét

$$e: -4x + 2y = 6$$

$$f: 3x - 2y = 14$$

$$g: 2x + 2y = 0$$

Tovább a feladathoz

Kör egyenlete

54) Adott a kör középpontja (K) és sugara (r), határozzuk meg a kör egyenletét:

a) $K(1; 2)$

$$r = 6$$

b) $K(-3; -5)$

$$r = 4$$

c) $K(-1,5; \sqrt{2})$

$$r = \sqrt{17}$$

Tovább a feladathoz

55) Adjuk meg annak a körnek az egyenletét, ami a koordinátatengelyeket 1-1 pontban érinti, a sugara 5 egység és az 1. síknegyedben található!

Tovább a feladathoz

56) Adott a kör egyenlete határozzuk meg a kör középpontját és sugarát:

a) $(x - 2)^2 + (y + 5)^2 = 81$

b) $\left(x + \frac{3}{7}\right)^2 + (y - \sqrt{31})^2 = 105$

c) $x^2 + 4x + y^2 - 8y - 5 = 0$

57) Írjuk fel azon pontok halmazának egyenletét, melyek az $O(4; -12)$ ponttól 3 egység távolságra vannak! Milyen alakzatról van szó?

Tovább a feladathoz

58) Mit rajzolnak a koordinátarendszerben az alábbi egyenletek?

a) $x + y = 9$

b) $(x + 2)^2 + y^2 = 0$

c) $x^2 + y^2 = 25$

d) $(x - 3)^2 + (y + 2)^2 = 4$

Tovább a feladathoz

59) Adjuk meg AB átmérőjű kör egyenletét:

$$A = \begin{bmatrix} 6 \\ 3 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 3 \\ -1 \end{bmatrix}$$

Tovább a feladathoz

60) Adjuk meg az A középpontú kör egyenletét, amin rajta van B pont:

$$A = \begin{bmatrix} -5 \\ 5 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 4 \end{bmatrix}$$

Tovább a feladathoz

61) Adott a $B(-3,1)$ és az $P(0,-3)$ pont. Adjuk meg annak a körnek az egyenletét, amelynek

a) B a középpontja és P a kör egy pontja!

b) P a középpontja és B a kör egy pontja!

Tovább a feladathoz

62) Az EFGH négyzet két szemközti csúcsa $E(4, -1)$ és $G(10, 2)$.

- a) Adjuk meg a négyzet köréírt körének egyenletét!
- b) Adjuk meg az F és H csúcsok koordinátáját is!

Tovább a feladathoz

63) Adjuk meg a megadott kör és egyenes metszéspontjait:

a) $k: (x + 3)^2 + (y - 2)^2 = 81$
 $e: 2x + 4y = 6$

b) $k: (x + 4)^2 + (y + 1)^2 = 16$
 $e: 3x - y = 2$

Tovább a feladathoz