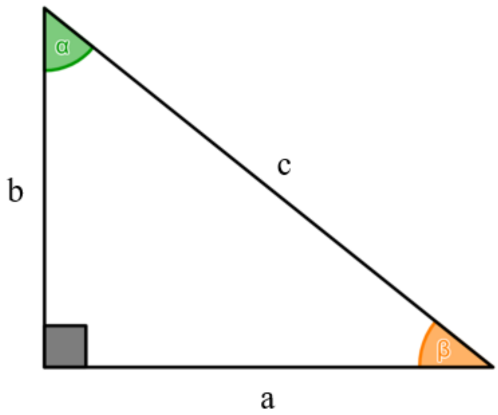
Trigonometria

Szögfüggvények

Szinusz (sin)

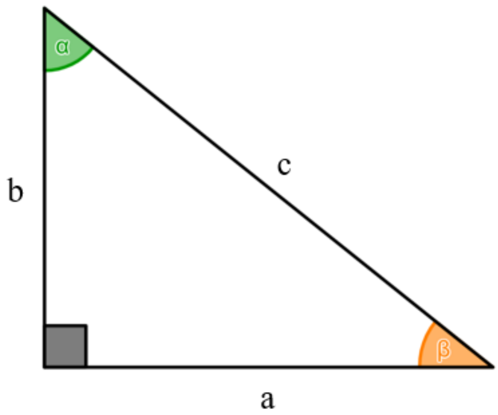


$$\sin\alpha = \frac{szöggel\ szemközti\ befogó}{átfogó}$$

$$\sin\alpha = \frac{a}{c}$$

$$\sin\beta = \frac{b}{c}$$

Koszinusz (cos)

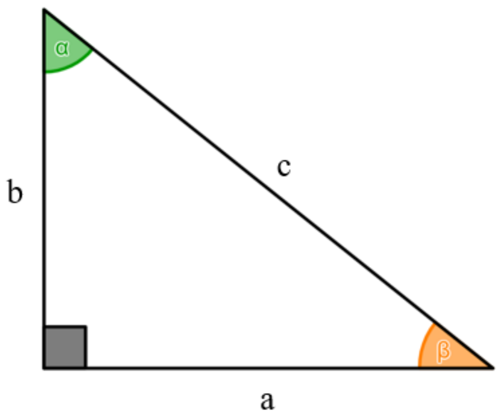


$$\cos\alpha = \frac{szög\ melletti\ befogó}{átfogó}$$

$$\cos\alpha = \frac{b}{c}$$

$$\cos\beta = \frac{a}{c}$$

Tangens (tg, tan)



$$\mathrm{tg}\,\alpha = \frac{szöggel\ szemközti\ befogó}{szög\ melletti\ befogó}$$

$$\mathrm{tg}\,\alpha = \frac{a}{b}$$

$$\mathrm{tg}\,\beta = \frac{b}{a}$$

Szögfüggvények nevezetes szögértékei

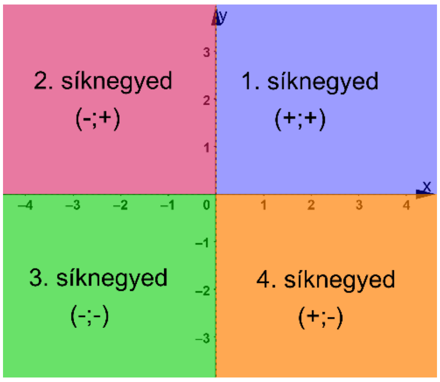
α	$0°$	$30°$	$45°$	$60°$	$90°$
$\sin\alpha$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos\alpha$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0

α	$0°$	$30°$	$45°$	$60°$	$90°$
$\sin\alpha$	$\frac{\sqrt{0}}{2}$	$\frac{\sqrt{1}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{4}}{2}$
$\cos\alpha$	$\frac{\sqrt{4}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{1}}{2}$	$\frac{\sqrt{0}}{2}$

α	$0°$	$30°$	$45°$	$60°$	$90°$
$\mathrm{tg}\,\alpha$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	$-$
$\mathrm{ctg}\,\alpha$	$-$	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	0

α	$0°$	$30°$	$45°$	$60°$	$90°$	$120°$	$135°$	$150°$	$180°$
$\sin\alpha$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
$\cos\alpha$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	-1
$\mathrm{tg}\,\alpha$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	$-$	$-\sqrt{3}$	-1	$-\frac{\sqrt{3}}{3}$	0

α	$210°$	$225°$	$240°$	$270°$	$300°$	$315°$	$330°$	$360°$
$\sin\alpha$	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	-1	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{1}{2}$	0
$\cos\alpha$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\mathrm{tg}\,\alpha$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	$-$	$-\sqrt{3}$	1	$-\frac{\sqrt{3}}{3}$	0



$$\mathrm{tg}\,\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$$

$$\mathrm{tg}\,\alpha = \frac{1}{\mathrm{ctg}\,\alpha}$$

$$\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$$

$$\sin\alpha = \cos(\alpha - 90°)$$

$$\cos\alpha = \sin(\alpha + 90°)$$

Szögek átváltása, radián

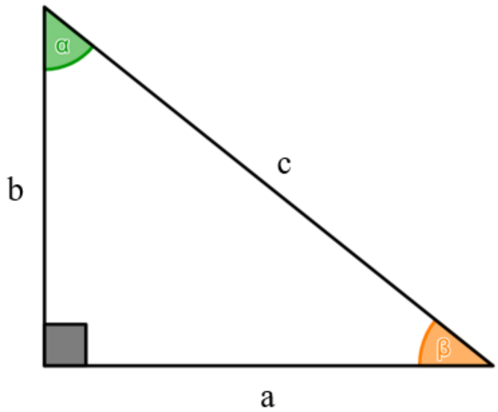
Fok (°)	Radián (rad)
$360°$	2π
$180°$	π
$90°$	$\frac{\pi}{2}$
$60°$	$\frac{\pi}{3}$
$45°$	$\frac{\pi}{4}$
$30°$	$\frac{\pi}{6}$
$0°$	0

Átváltás fokból radiánba ($° \to rad$)	**Átváltás radiánból fokba** ($rad \to °$)
$\boldsymbol{\alpha° \cdot \frac{2\pi}{360} = \alpha_{rad}}$ $\alpha° \cdot \frac{\pi}{180} = \alpha_{\mathrm{rad}}$	$\boldsymbol{\alpha_{rad} \cdot \frac{360}{2\pi} = \alpha°}$ $\alpha_{\mathrm{rad}} \cdot \frac{180}{\pi} = \alpha°$
Váltószám: $\boldsymbol{\frac{2\pi}{360} = \frac{\pi}{180}}$ $\boldsymbol{1\ radián \sim 57,3°}$	

$\alpha°$	$0°$	$30°$	$45°$	$60°$	$90°$	$120°$	$135°$	$150°$	$180°$	$210°$	$225°$	$240°$	$270°$	$300°$	$315°$	$330°$	$360°$
α_{rad}	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{5\pi}{6}$	π	$\frac{7\pi}{6}$	$\frac{5\pi}{4}$	$\frac{4\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{2}$	$\frac{5\pi}{3}$	$\frac{7\pi}{4}$	$\frac{11\pi}{6}$	2π

Szinusztétel, koszinusztétel

Szinusztétel

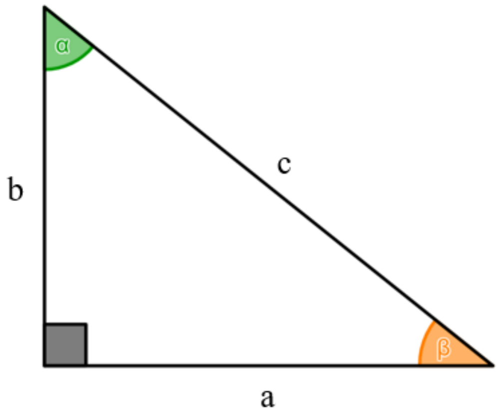


$$\boldsymbol{\frac{a}{b} = \frac{sin\,\alpha}{sin\,\beta}}$$

$$\boldsymbol{\frac{a}{c} = \frac{sin\,\alpha}{sin\,\gamma}}$$

$$\boldsymbol{\frac{b}{c} = \frac{sin\,\beta}{sin\,\gamma}}$$

Koszinusztétel



$$\boldsymbol{c^2 = a^2 + b^2 - 2 \cdot a \cdot b \cdot cos\,\gamma}$$

$$\boldsymbol{b^2 = a^2 + c^2 - 2 \cdot a \cdot c \cdot cos\,\beta}$$

$$\boldsymbol{a^2 = b^2 + c^2 - 2 \cdot b \cdot c \cdot cos\,\alpha}$$

Addíciós tételek

$$\boldsymbol{\sin(\alpha \pm \beta) = \sin\alpha \cdot \cos\beta \pm \cos\alpha \cdot \sin\beta}$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin\alpha \cdot \cos\beta + \cos\alpha \cdot \sin\beta$$

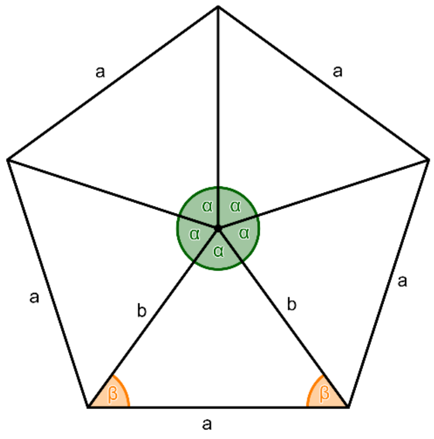
$$\sin(\alpha - \beta) = \sin\alpha \cdot \cos\beta - \cos\alpha \cdot \sin\beta$$

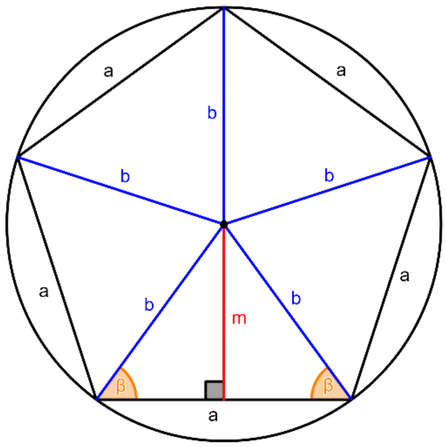
$$\boldsymbol{\cos(\alpha \pm \beta) = \cos\alpha \cdot \cos\beta \mp \sin\alpha \cdot \sin\beta}$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos\alpha \cdot \cos\beta - \sin\alpha \cdot \sin\beta$$

$$\cos(\alpha - \beta) = \cos\alpha \cdot \cos\beta + \sin\alpha \cdot \sin\beta$$

Szabályos ötszög





5 oldal és 5 csúcs

Minden oldala és szöge egyenlő

Egyenlőszárú háromszögekre bontható

$$\alpha = \frac{360°}{5} = 72°$$

$$\beta = \frac{180° - \alpha}{2} = 54°$$

Belső szög: $2 \cdot \beta = 108°$

Külső szög: $\frac{360°}{5} = 72°$

Kerület: $K = 5 \cdot a$

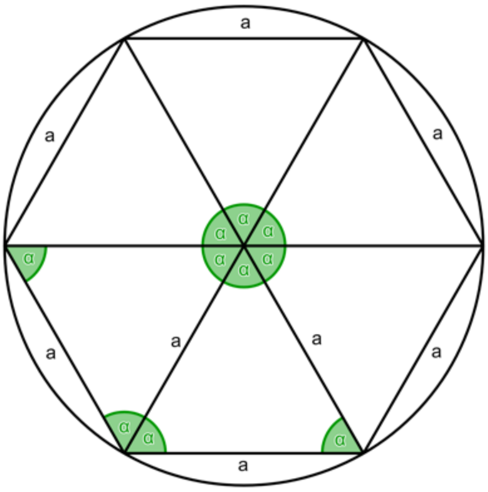
Terület: $T_{ötszög} = 5 \cdot T_{háromszög}$

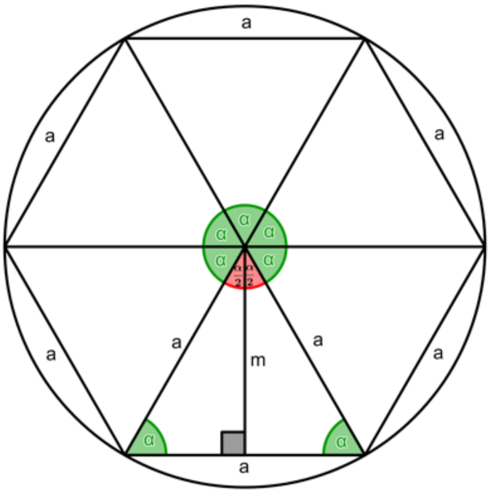
$$T_{háromszög} = \frac{a \cdot m}{2} = \frac{b \cdot b \cdot \sin\alpha}{2}$$

A köré írt kör sugara: $r = b$

Szimmetria tengelyek száma: 5

Szabályos hatszög





6 oldal és 6 csúcs

Minden oldala és szöge egyenlő

Szabályos háromszögekre bontható

$$\alpha = \frac{360°}{6} = 60°$$

$$\beta = \frac{180° - \alpha}{2} = 60°$$

Belső szög: $2 \cdot \beta = 120°$

Külső szög: $\frac{360°}{6} = 60°$

Kerület: $K = 6 \cdot a$

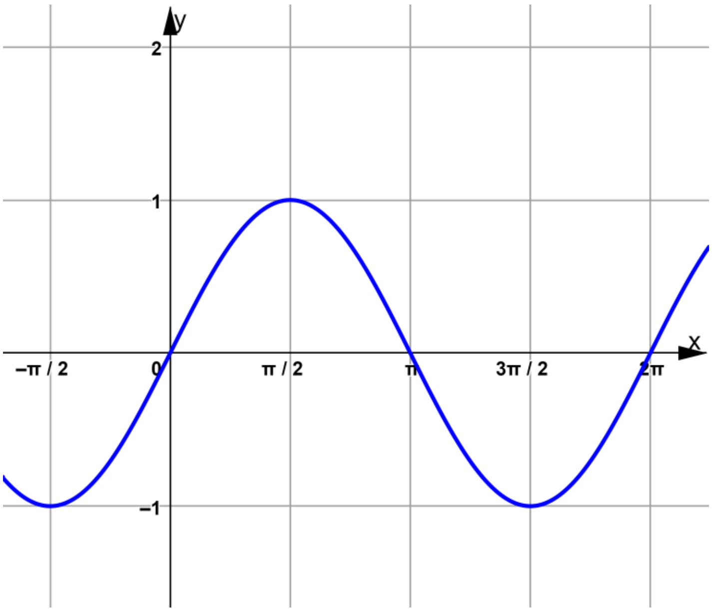
Terület: $T_{ötszög} = 6 \cdot T_{háromszög}$

$$T_{háromszög} = \frac{a \cdot m}{2} = \frac{a \cdot a \cdot sin\, \alpha}{2}$$

A köré írt kör sugara: $r = a$

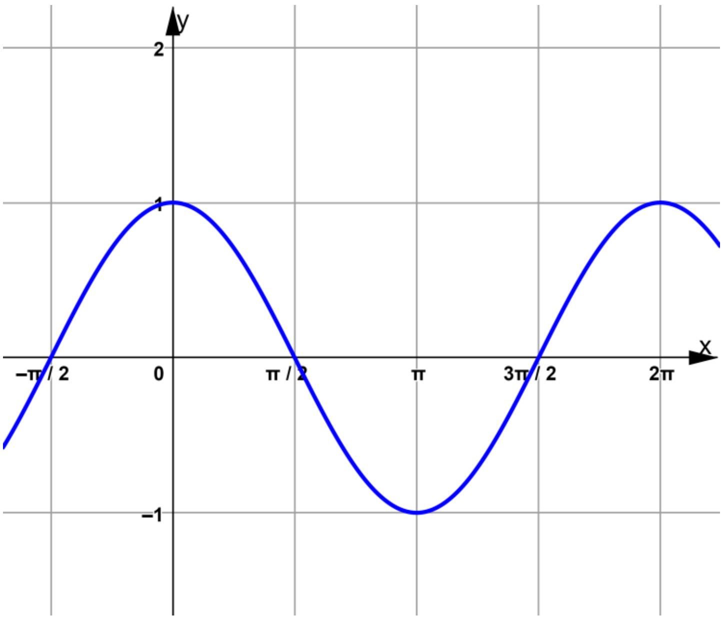
Szimmetria tengelyek száma: 6

Szinusz függvény



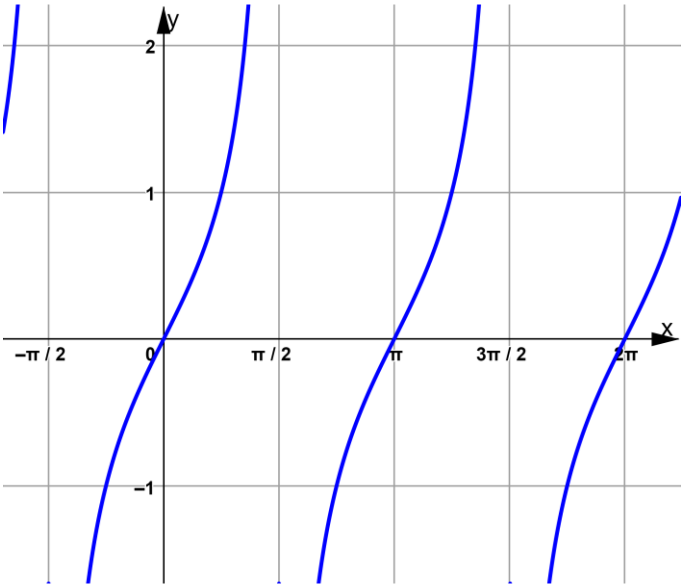
x	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
$\sin x$	0	1	0	-1	0

Koszinusz függvény



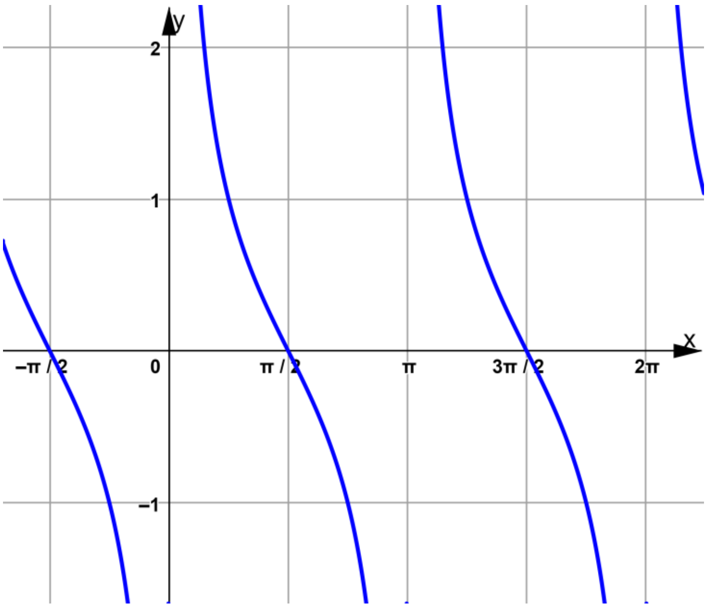
x	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
$\cos x$	1	0	-1	0	1

Tangens függvény



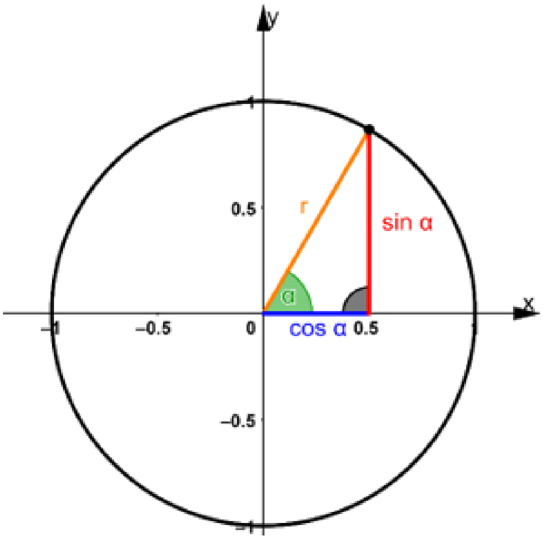
x	$-\frac{\pi}{2}$	$-\frac{\pi}{4}$	0	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{2}$
$\mathrm{t}g\,x$	–	-1	0	1	–

Kotangens függvény



x	$-\frac{\pi}{2}$	$-\frac{\pi}{4}$	0	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{2}$
$\mathrm{ct}g\,x$	0	-1	–	1	0

Egységkör



- Kör középpontja: $origó$ $(0; 0)$
- Sugara: $r = 1$ egység
- $\cos\alpha$ lesz az x koordináta
- $\sin\alpha$ lesz az y koordináta
- Sin egyenletnél vízszintesen húzzuk be
- Cos egyenletnél függőlegesen húzzuk be
- Mindig 2 megoldás
- Kivéve $\sin x = \pm 1$ $\cos x = \pm 1$ → ott csak 1
- Megoldások után mindig odaírjuk a periódust is
- 1. síknegyedben maga a szög
- 2. síknegyedben 180°-ból vonjuk ki
- 3. síknegyedben 180°-hoz adjuk hozzá
- 4. síknegyedben 360°-ból vonjuk ki

Trigonometrikus egyenlet megoldásainak száma, periódusok

	Sin				Cos			
Alesetek	$\sin x < -1$ vagy $\sin x > 1$	$\sin x = \cdots$	$\sin x = 0$	$\sin x = 1$ $\sin x = -1$	$\cos x < -1$ vagy $\cos x > 1$	$\cos x = \cdots$	$\cos x = 0$	$\cos x = 1$ $\cos x = -1$
Megoldások száma	0	2	1 (2)	1	0	2	1 (2)	1
Periódus		$\boldsymbol{k \cdot 2\pi}$	$\boldsymbol{k \cdot \pi}$	$\boldsymbol{k \cdot 2\pi}$		$\boldsymbol{k \cdot 2\pi}$	$\boldsymbol{k \cdot \pi}$	$\boldsymbol{k \cdot 2\pi}$

	Tg (Ctg)	
Alesetek	$\operatorname{tg} x = \cdots$	$\operatorname{tg} x = \frac{\pi}{2} + k \cdot \pi$
Megoldások száma	1	0
Periódus	$\boldsymbol{k \cdot \pi}$	