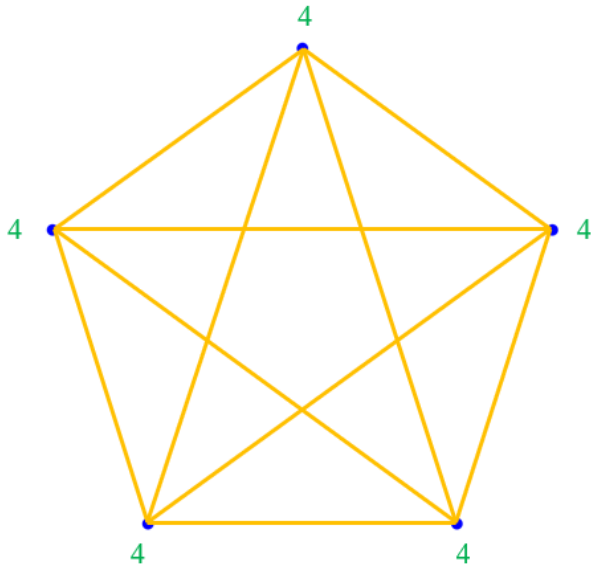


Kombinatorika

Gráfok részei



Csúcs (pont)

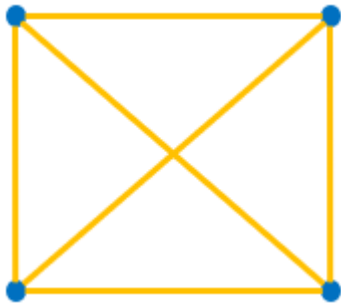
Él: A csúcsokat összekötő vonalak

Fokszám: A csúcsból kiinduló élek száma

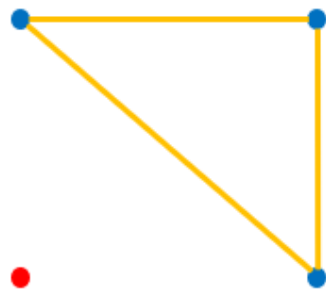
Fokszámok összege = $2 \cdot$ élek száma

n csúcsú gráf éleinek a száma: $\frac{n \cdot (n - 1)}{2}$

Gráfok típusai



Teljes gráf: Ha bármely két pontja össze van kötve egy éllel.



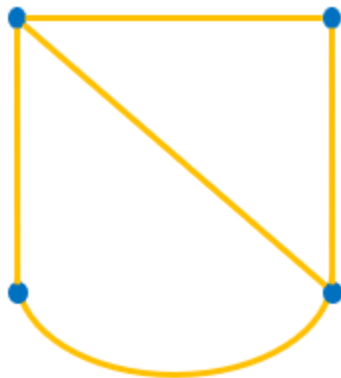
Izolált pont: Ha egy pontban nincs él.



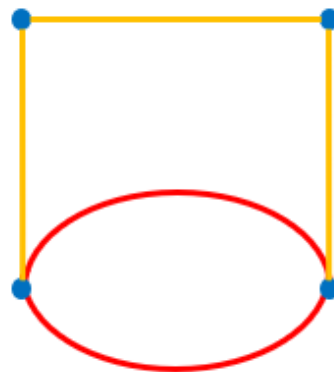
Többszörös él: Ha két pont között egynél több élt húzunk.



Hurok: Olyan él, amelynek a két végpontja ugyanaz a pont.



Egyszerű gráf: Ha nincs benne hurok vagy többszörös él.



Nem egyszerű gráf: Ha van benne hurok vagy többszörös él.

Kiválasztás

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k! \cdot (n - k)!}$$

Számológépen: $n \rightarrow nCr \rightarrow k$

Példa:

$$\binom{6}{2} = 15$$

$$\binom{6}{2} = \frac{6!}{2! \cdot (6 - 2)!} = \frac{6!}{2! \cdot 4!} = \frac{6 \cdot 5 \cdot \cancel{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}}{2 \cdot 1 \cdot \cancel{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}} = \frac{6 \cdot 5}{2 \cdot 1} = 15$$

Számológépen:



Típuspéldák

	Variáció	Permutáció	Kombináció
<p>Miről ismerhető fel?</p>	<ul style="list-style-type: none"> Jelszavak Számkombinációk Számkártyák Dobogós helyezések alakulása Fagylalt gombócok variálása 	<ul style="list-style-type: none"> Sorba rendezés Ülésrend padon, asztalon, moziban, stb... Fagylalt gombócok sorrendje Felvonuláson résztvevők sorrendje 	<ul style="list-style-type: none"> Kiválasztás Dobogós helyezett kiválasztása Ajándékok kiosztása Jegy lyukasztás Sokszögek átlóinak száma Kártyák húzása Lottó szelvény kitöltése

Valószínűségszámítás

$$P = \frac{\text{kedvező elemi események}}{\text{összes elemi esemény}}$$

Visszatevéses mintavétel

Jelölések:

Hibás / Selejtes / Rossz

$$P_{\text{hibás}} = P_{\text{selejtes}} = P_{\text{rossz}}$$

Jó / Hibátlan

$$P_{\text{jó}} = P_{\text{hibátlan}}$$

P_{selejtes}

$$P_{\text{jó}} = 1 - P_{\text{selejtes}}$$

$$P_{\text{selejt}} = \binom{\text{húzások száma}}{\text{jó/rossz húzások száma}} \cdot P_{\text{rossz}}^{\text{rossz húzások száma}} \cdot P_{\text{jó}}^{\text{jó húzások száma}}$$

Visszatevés nélküli mintavétel

$$\text{Kedvező esetek száma: } \binom{\text{jó darab száma}}{\text{jó húzások száma}} \cdot \binom{\text{rossz darab száma}}{\text{rossz húzások száma}}$$

$$\text{Összes eset száma: } \binom{\text{összes darab szám}}{\text{húzások száma}}$$

Visszatevéses és visszatevés nélküli feladatok felismerése

	Visszatevéses	Visszatevés nélküli
Példák	Alkatrészek 11-es rúgás Fej vagy írás	Cukorka (Ennivaló) Lottó Kártyák
Kulcsszavak	Jó Rossz Hibás Selejt	
	20 alkatrészből 2 hibás. Mennyi a valószínűsége, hogy ha 5 alkatrészt választunk, akkor 2 hibás lesz közte?	
	$P_{\text{hibás}} = \frac{2}{20} = 0,1$ $P_{\text{jó}} = 1 - P_{\text{hibás}} = 1 - 0,1 = 0,9$ $P_2 = \binom{5}{2} \cdot 0,1^2 \cdot 0,9^3 = 0,0729$	<p>Összes eset: $\binom{20}{5} = 15\,504$</p> <p>Kedvező esetek: $\binom{2}{2} \cdot \binom{18}{3} = 1 \cdot 816 = 816$</p> $P_2 = \frac{\text{kedvező esetek}}{\text{összes eset}} = \frac{816}{15\,504} = 0,0526$