Műveletek egyész számokkal

Általános tudnivalók

- Írásbeli összeadás vagy kivonás esetén figyeljünk, hogy az azonos helyi értékű számjegyek kerüljenek egymás alá
- Ha valamihez egy negatív számot adunk hozzá, az olyan mintha kivonnánk

  $3 + (-1) = 3 - 1 = \mathbf{2}$

- Negatív szám kivonása esetén gyakorlatilag összeadást végzünk
  $5 - (-2) = 5 + 2 = \mathbf{7}$
- A műveletek sorrendje: Először mindig a zárójelen belüli műveleteket végezzük el, ha ez kész (vagy nincs zárójel), akkor a szorzást és az osztást, ezután pedig az összeadást és a kivonást. Ha több ugyanolyan típusú művelet van (pl.: van egy szorzás és egy osztás is), akkor sorrendben balról jobbra haladva végezzük el a műveleteket
- Érdemes észben tartani az egyszerűsítés lehetőségét nagy számok osztásakor $12000: 400 = 120: 4$ → 4-gyel osztani kellemesebb, mint 400-zal

Oszthatósági szabályok

Egy szám osztható:

- 2-vel: Ha páros (utolsó számjegye 0 vagy 2 vagy 4 vagy 6 vagy 8)
- 3-mal: Ha számjegyeinek összege osztható 3-mal
- 4-gyel: Ha az utolsó két számjegyéből képzett kétjegyű szám osztható 4-gyel
- 5-tel: Ha az utolsó számjegye 0 vagy 5
- 6-tal: Ha 2-vel és 3-mal is osztható → Páros (utolsó számjegye 0 vagy 2 vagy 4 vagy 6 vagy 8) és számjegyeinek összege osztható 3-mal
- 7-tel: Van rá szabály, de nagyon macerás, itt írásban lehet megnézni, hogy osztható-e 7-tel
- 8-cal: Ha az utolsó három számjegyéből képzett háromjegyű szám osztható 8-cal
- 9-cel: Ha számjegyeinek összege osztható 9-cel
- 10-zel: Ha az utolsó számjegye 0

Kerekítés

- 10-esekre kerekítés: Az utolsó számjegyet vizsgáljuk 0-4-ig lefelé kerekítünk, 5-9-ig felfelé kerekítünk

- 100-asokra kerekítés: Az utolsó két számjegyet vizsgáljuk 0-49-ig lefelé kerekítünk, 50-99-ig felfelé kerekítünk
- 1000-eskre kerekítés: Az utolsó három számjegyet vizsgáljuk 0-499-ig lefelé kerekítünk, 500-999-ig felfelé kerekítünk

Műveletek törtekkel

Összeadás

- Azonos nevezőjű törtek esetén a számlálókat összeadjuk
  $\frac{3}{4}+\frac{2}{4}=\frac{3+2}{4}=\mathbf{\frac{5}{4}}$
- Ha az egyik nevező többszöröse a másiknak, bővítjük a törtet, majd összeadjuk a számlálókat
  $\frac{1}{2}+\frac{1}{4}=\frac{2\cdot 1}{2\cdot 2}+\frac{1}{4}=\frac{2}{4}+\frac{1}{4}=\frac{2+1}{4}=\mathbf{\frac{3}{4}}$
- Minden más esetben először közös nevezőt keresünk, utána összeadjuk a számlálókat
  $\frac{3}{5}+\frac{2}{3}=\frac{3\cdot 3}{3\cdot 5}+\frac{5\cdot 2}{5\cdot 3}=\frac{9}{15}+\frac{10}{15}=\frac{9+10}{15}=\mathbf{\frac{19}{15}}$
- Ha nem tudjuk a két nevezőt közös nevezőre hozni, akkor szorozzuk össze őket, ugyanis az így kapott szám biztosan osztható lesz mind a két számmal

Kivonás

- Ugyanúgy közös nevezőre hozunk, mint az összeadásnál, csak ezután a kivonás műveletet végezzük el

  $\frac{1}{2}-\frac{1}{4}=\frac{2\cdot 1}{2\cdot 2}-\frac{1}{4}=\frac{2}{4}-\frac{1}{4}=\frac{2-1}{4}=\mathbf{\frac{1}{4}}$

Szorzás

- Törtet törttel úgy szorzunk, hogy a számlálót a számlálóval, a nevezőt a nevezővel szorozzuk, keresztbe egyszerűsíthetünk (ha tudunk)

  $\frac{2}{3}\cdot\frac{6}{5}=\frac{2\cdot 6}{3\cdot 5}=\mathbf{\frac{12}{15}}$

  Vagy egyszerűsítéssel:

  $\frac{2}{3}\cdot\frac{6}{5}=\frac{2}{1}\cdot\frac{2}{5}=\frac{2\cdot 4}{1\cdot 5}=\mathbf{\frac{4}{5}}$

- Törtet egész számmal úgy szorzunk, hogy a számlálót megszorozzuk az egész számmal

$\frac{2}{5} \cdot 4 = \frac{2 \cdot 4}{5} = \mathbf{\frac{8}{5}}$

Osztás

- Törttel úgy osztunk, hogy a reciprokával szorzunk. Egy tört reciprokát úgy kapjuk meg, hogy felcseréljük egymással a tört számlálóját és nevezőjét

  $\frac{2}{5} : \frac{3}{2} = \frac{2}{5} \cdot \frac{2}{3} = \mathbf{\frac{4}{15}}$

  Akkor is, ha egész számot osztunk.

  $2 : \frac{2}{7} = 2 \cdot \frac{7}{2} = \frac{2 \cdot 7}{2} = \mathbf{\frac{14}{2}} = \mathbf{7}$

- Törtet egész számmal úgy osztunk, hogy a tört számlálóját elosztjuk az egész számmal

  $\frac{6}{7} : 2 = \frac{6:2}{7} = \mathbf{\frac{3}{7}}$

  Ha ez nem lehetséges, az egész számmal megszorozzuk a nevezőt

  $\frac{2}{3} : 5 = \frac{2}{3 \cdot 5} = \mathbf{\frac{2}{15}}$

  I. Megjegyzés: Az utolsó példát értelmezhetjük úgy is, hogy az 5 reciprokával szoroztuk meg a törtet

  $\frac{2}{3} : 5 = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{5} = \mathbf{\frac{2}{15}}$

  II. Megjegyzés: A törtek egyszerűsítési szabályait osztásnál is használhatjuk, pl. reciprokkal szorzás esetén a szorzás előtt. A példában a 22-t és a 33-at 11-gyel, míg a 27-et és a 36-ot 9-cel egyszerűsítettük

  $\frac{27}{22} : \frac{36}{33} = \frac{27}{22} \cdot \frac{33}{36} = \frac{27}{2} \cdot \frac{3}{36} = \frac{3}{2} \cdot \frac{3}{4} = \mathbf{\frac{9}{8}}$

Törtek összehasonlítása

- Ha ugyanaz a nevező, akkor az a nagyobb, amelyiknek nagyobb a számlálója
- Ha ugyanaz a számláló, akkor az a nagyobb, amelyiknek **kisebb** a nevezője
- Ha eltérő a számláló és a nevező is, akkor közös nevezőre hozzuk, és a számláló alapján döntünk
- Az egyik nagyobb, mint 1

Tizedes törtek és vegyes törtek

Vegyes törtek

Vegyes törtnek nevezzük azt az alakot, melyben egész szám és tört alak is szerepel

Pl.: $1\frac{1}{4}$

Törtalakba úgy tudjuk átírni a vegyestört alakot, hogy először szétszedjük egész részre és tört részre, aztán az egész számot átírjuk tört alakra, úgy, hogy a tört nevezője ugyanaz legyen, mint a tört rész nevezője

$2\frac{1}{4} = 2 + \frac{1}{4} = \frac{8}{4} = \mathbf{\frac{9}{4}}$

Tört alakból vegyes törtet csak az 1-nél nagyobb törtek esetében tudunk csinálni. A számlálót elosztjuk a nevezővel, az egész számot leírjuk, a maradékot pedig tört formában az egész szám mellé írjuk

$\frac{12}{5} = \mathbf{2\frac{2}{5}}$

Tört átírása tizedestört alakba

- A számlálót írásban elosztjuk a nevezővel. Amikor az osztandónál elérjük a tizedesvesszőt, kiírjuk azt az eredménynél is

  Pl.: A $\frac{3}{4}$ tizedestört alakja

3’	:	4	=	**0,**	**7**	**5**
3	0					
	2	0				
		0				

- Egyszerűbben is megoldhatjuk a problémát, ha a tört könnyen bővíthető tizedre vagy századra

  Pl.: Az $\frac{1}{5} = \mathbf{\frac{2}{10}}$ = ’’két tized’’ $= \mathbf{0,2}$

  Vagy $\frac{16}{50} = \mathbf{\frac{32}{100}}$ = ’’harminckét század’’$= \mathbf{0,32}$

  Ennél az átalakításai módszernél az 1-nél nagyobb törteket érdemes először vegyes tört alakba átírni, és utána váltani tizedestört alakba

  Pl.: $\frac{11}{5} = \frac{22}{10} = \mathbf{2\frac{2}{10}}$ = ’’kettő egész két tized’’$= \mathbf{2,2}$

Tizedes törtek összeadása, kivonása

Ugyanúgy végezzük, mint egész számoknál. Írásbeli művelet során fokozottan figyeljünk, hogy a helyi értékek ne csússzanak el. Ha helyesen írtuk fel az írásbeli műveletet, akkor a tizedesvesszők egymás alatt vannak.

Szorzás tizedes törtekkel

Az írásbeli szorzást pontosan úgy végezzük, mint egész számok esetében, csak a szorzás végén van egy plusz lépés: ahány tizedesjegy szerepelt a szorzótényezőkben, annyi tizedesjegye lesz az eredmények is, és ki kell tennünk a tizedesvesszőt.

	1			
3,	1	5	·	2
6,	**3**	**0**		

Osztás tizedes törtekkel

- Ha tizedes törtet osztunk egész számmal, akkor mindent ugyanúgy kell csinálni, mintha egész számot osztanánk. Amikor elérjük az osztandónál a tizedesvesszőt, kitesszük azt az eredménynél is
- Tizedestörttel nem tudunk osztani, ezért előbb bővíteni kell az osztót és az osztandót ugyanazzal a számmal (pl. 10-zel, 100-zal, 1000-rel, stb.), míg az osztó egész szám nem lesz

$0{,}045 : 0{,}15 = 4{,}5 : 15$

4,’	5’	:	1	5	=	**0,**	**3**
4	5						
	0						

Hatványozás

Definíció

$x^y = z \qquad pl.: 2^3 = 8$

Ahol

x: hatványalap

y: hatványkitevő

z: hatványérték

$$2^5 = \underbrace{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2}_{\text{5 db 2-es}} = 32$$

Azonosságok

Azonosság	Példák
$a^n \cdot a^m = a^{n+m}$	$2^3 \cdot 2^5 = 2^{3+5} = 2^8$ $x^4 \cdot x^7 = 2^{4+7} = x^{11}$
$\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$	$\frac{2^7}{2^2} = 2^{7-2} = 2^5$ $\frac{x^2}{x^4} = 2^{2-4} = x^{-2}$
$a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$	$2^x \cdot 3^x = (2 \cdot 3)^x = 6^x$ $x^2 \cdot y^2 = (x \cdot y)^2$

Prímtényezős felbontás és alkalmazásai

Prímszám: Olyan szám, mely pontosan két számmal osztható: eggyel és önmagával. A legkisebb prímszám a 2, mert az 1 csak egyetlen számmal osztható, 1-gyel.

Prímszámok: $\mathbf{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19}$

Prímtényezős felbontás lépései:

1. Lépés: Felírjuk a felbontandó számot és húzunk mögé egy hosszabb függőleges vonalat

2. Lépés: Megkeressük a lehető legkisebb prímszámot, mellyel osztható a szám, a függőleges vonal jobb oldalára írjuk és elvégezzük az osztást

3. Lépés: Az osztás eredményét az eredeti szám alá írjuk

4. Lépés: Az így kapott számmal újrakezdjük a 2. és 3. lépést, és ezt addig folytatjuk, míg 1-et nem kapunk a bal oldalon

5. Lépés: Az eredeti számot a függőleges vonal jobb oldalán látható számok szorzataként kaphatjuk meg, ez lesz a prímtényezős felbontásunk

140	**2**
70	**2**
35	**5**
7	**7**
1	

Így pl. a 140 prímtényezős felbontása $140 = \mathbf{2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 7} = \mathbf{2^2 \cdot 5 \cdot 7}$

Prímtényezős felbontás alkalmazásai

Legnagyobb közös osztó

- Elkészítjük a számok prímtényezős felbontását, és kiválasztjuk azokat a prímeket, melyek minden számnál szerepelnek
- Ezen prímeket az előforduló legkisebb hatványukon vesszük
- A kiválasztott prímtényezők szorzata adja meg a legnagyobb közös osztót.

Példafeladat a prímtényezős felbontás részletezése nélkül

Adjuk meg a 900 és a 945 legnagyobb közös osztóját!

$900 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5^2$

$945 = 3^3 \cdot 5 \cdot 7$

Legnagyobb közös osztó (LNKO) $= 3^2 \cdot 5 = 9 \cdot 5 = \mathbf{45}$

Legkisebb közös többszörös

- Elkészítjük a számok prímtényezős felbontását
- Minden prímtényezőt az előforduló legnagyobb hatványukon veszünk
- A szorzatuk megadja a legkisebb közös többszöröst

Példafeladat a prímtényezős felbontás részletezése nélkül

Adjuk meg a 147 és a 84 legkisebb közös többszörösét!

$147 = 3 \cdot 7^2$

$84 = 2^2 \cdot 3 \cdot 7$

Legkisebb közös többszörös (LKKT) $= 2^2 \cdot 3 \cdot 7^2 = \mathbf{588}$

Normálalak

Normálalakra hozás lépései 10-nél nagyobb szám esetén:

<u>1. Lépés</u>: Az utolsó szám mögé írjuk a tizedesvesszőt

<u>2. Lépés</u>: Számjegyenként egyesével visszük balra a tizedesvesszőt, amíg az első számjegyig nem érünk. Közben számoljuk, hogy hányszor raktuk arrébb a tizedesvesszőt

<u>3. Lépés</u>: Leírjuk az eredeti számot úgy, hogy az első szám után kitesszük a tizedesvesszőt (a végén lévő 0-kat nem muszáj leírni)

<u>4. Lépés</u>: Ahányszor arrébb vittük a tizedesvesszőt a 2. lépésben, a 10-et annyiadikra emeljük

$62450000 = \mathbf{6{,}245 \cdot 10^7}$

Mértékegységek és átváltásuk

Hossz

1 cm = 10 mm

1 dm = 10 cm = 100 mm

1 m = 10 dm = 100 cm = 1000 mm

1 km = 1000 m

Terület, Felszín

$1\ cm^2 = 100\ mm^2$

$1\ dm^2 = 100\ cm^2 = 10\ 000\ mm^2$

$1\ m^2 = 100\ dm^2 = 10\ 000\ cm^2$

Trükk: Elég megtanulni a hossz átváltásokat, és ahány 0 volt ott egy átváltásnál, felszínnél 2-szer annyi 0 lesz. Pl.: hossznál 1 m = 100 cm, 2 db nulla van az 1-es mögött, felszínnél $1\ m^2 = 10\ 000\ cm^2$, 2 helyett $2 \cdot 2 = 4$ db nulla van az 1 -es mögött

Térfogat

$1\ cm^3 = 1000\ mm^3$

$1\ dm^3 = 1000\ cm^3 = 1\ 000\ 000\ mm^3$

$1\ m^3 = 1000\ dm^3 = 1\ 000\ 000\ cm^3$

Trükk: Elég megtanulni a hossz átváltásokat, és ahány 0 volt ott egy átváltásnál, térfogatnál 3-szor annyi 0 lesz.Pl.: hossznál 1 m= 100 cm, 2 db nulla van az 1-es mögött, térfogatnál $1\ m^3 = 1\ 000\ 000\ cm^3$, 2 helyett $3 \cdot 2 = 6$ db nulla van az 1 -es mögött.

Súly

1 dkg = 10 g

1 kg = 100 dkg = 1000 g

1 t = 1000 kg

Kapcsolat űrtartalom és térfogat között

$\mathbf{1\ \mathit{liter} = 1\ \mathit{dm}^3}$

Űrtartalom

1 l = 10 dl

1 hl = 100 l

Idő

1 perc = 60 másodperc

1 óra = 60 perc

1 óra = 3600 másodperc

1 nap = 24 óra

1 hét = 7 nap

Szög

$1° = 60'$

Logikai vagy sorbarendezési feladatok

- Tipikusan az „Írd le a lehetséges sorrendeket!” vagy „Sorold fel a feltételeknek megfelelő számokat!” mondatokkal találkozunk az ilyen feladatoknál.
- A feladat szövegének alapos áttanulmányozása után valamilyen felsorolási sorrendet kell felállítanunk. Ez biztosítja, hogy minden lehetséges kombinációt megtaláljunk, és magabiztosan kijelenthessük a végén, hogy egyetlen kombinációt sem hagytunk ki a felsorolásból.
- Számfelsorolós feladatoknál ez pl. lehet növekvő sorrend, más feladatoknál követhetjük az ABC sorrendet. A lényeg, hogy pontosan tudjuk, hogy mit csinálunk.
- Ha nehezen értelmezünk hosszabb szövegeket, készíthetünk magunknak rövid jegyzetet a feltételekről a feladat kidolgozásához.

Diagramok a feladatokban

Diagramos feladatok megoldásának menete:

- Először mindig értelmezzük a diagramot
- Nézzük meg mi van az x tengelyen (vízszintes tengely)
- Nézzük meg mi van az y tengelyen (függőleges tengely)
- Ha nem egyértelmű a diagram beosztása, akkor azzal kezdjünk, hogy bejelöljük az értékeket
- Ha le kell olvasni adatokat a diagramról (mindig le kell), nyugodtan írjuk az oszlopok fölé az értékeket
- Próbáljuk is megérteni, hogy mi történik a diagramon

Szögek kiszámítása összetett síkidomok esetében

Alapösszefüggések

1. Háromszög belső szögeinek összege 180°
2. Belső és külső szögek összege 180°
3. Egy egyenesen fekvő szögek összege 180°
4. Két egymást metsző egyenes esetén a szemközti szögek ugyanakkorák, az egymás melletti szögek összege 180°

Feladatmegoldás

1. Ha a szögek nincsenek berajzolva az ábrába rajzoljuk be őket (feladat szövegében szerepel, hogy $\alpha = 40°$, $\gamma = 75°$ és az ábrán csak α $és$ γ van bejelölve).
2. Nézzük meg van-e megadva két egyenes metszésénél valamelyik szög. Ha igen, akkor automatikusan írjuk be a vele szemben lévő szögre, ugyanazt az értékét, és számítsuk ki a mellette lévő szögek nagyságát is.
3. Ha az összes ilyet megcsináltuk, nézzük meg hogy van-e olyan háromszög, ahol 2 szög megvan adva, ha igen számítsuk ki a 3. szöget.
4. Ha elfogyott az összes ilyen háromszög, nézzük meg van-e egyenlőszárú háromszög, ahol egy szög ismert.

5. Ha nincs és nem tudunk tovább haladni, olvassuk el megint a feladat szövegét, abban lesz valószínűleg valamilyen plusz infó (pl.: szög felező egyenes, vagy két oldal egyenlő egymással → egyenlőszárú háromszög stb.).
6. Ha elakadtál, és nem tudsz tovább haladni sehogy sem, akkor tippelhetsz is a szögekre.
7. Ha tudsz ellenőrizd a számításokat.
8. ”Az ábra csak tájékoztató jellegű vázlat nem pontos méretű” → **NEM IGAZ**

Szöveges feladatok

Feladatmegoldás menete

1. lépés: Feladat szövegének elolvasása figyelmesen, szöveg értelmezése

2. lépés: Adatok kigyűjtése

3. lépés: Kérdés felírása

4. lépés: Ábra, táblázat készítése (ha szükséges)

5. lépés: Számítások felírása (egyenlet, nyitott mondat)

6. lépés: Becslés

7. lépés: Számítások elvégzése

8. lépés: A kapott eredmény összevetése a becsült értékkel

9. lépés: Szöveges válasz írása

Elsőfokú egyenletre visszavezethető szöveges feladatok

A fenti lépések néhány továbbival is kiegészülnek

- Mindig írjuk le, hogy mit jelöltünk ismeretlennel
- Célszerű azt választani ismeretlennek, amihez több másik értéket is hasonlít a feladat (Előnyös ha azt jelöljük x-szel, amire a feladat szövege kíváncsi, de nem mindig ez a legcélszerűbb, legegyszerűbb)
- A feladatmegoldás végén ellenőrizzük, hogy mit számoltunk ki, és mit jelöltünk ismeretlennel

Az egyenletmegoldás lépései

1. lépés: Zárójel felbontása (ha van)

2. lépés: Tört nevezőjének eltüntetése (ha van)

3. lépés: Összevonás oldalanként

4. lépés: x-es tagok egy oldalra

5. lépés: Számok a másik oldalra

6. lépés: Osztás x együtthatójával (ha van)

7. lépés: Ellenőrzés (ha szükséges)

Átlagszámítás

Átlagot úgy számolunk, hogy az adatok összegét elosztjuk az adatok darabszámával

$$\text{Á}tlag = \frac{adatok\ \text{összege}}{adatok\ darabszáma}$$

Példa: Számítsuk ki $1, 4, 7$ számok átlagát!

Adatok összege: $1 + 4 + 7 = \mathbf{12}$

Adatok száma: $\mathbf{3}$

$$\text{Á}\boldsymbol{tlag} = \frac{adatok\ \text{összege}}{adatok\ darabszáma} = \frac{12}{3} = \mathbf{4}$$

Arányosságok

<table>
<tr><th>Egyenes arányosság</th><th>Fordított arányosság</th></tr>
<tr>
<td>
$\cdot 2$
<table>
<tr><td>1 csoki</td><td>200 Ft</td></tr>
<tr><td>2 csoki</td><td>400 Ft</td></tr>
</table>
$\cdot 2$
</td>
<td>
$\cdot 2$
<table>
<tr><td>1 ember</td><td>6 óra</td></tr>
<tr><td>2 ember</td><td>3 óra</td></tr>
</table>
$: 2$
</td>
</tr>
<tr>
<td>Ha az egyik oszlopot <u>szorozzuk</u> egy számmal, a másikat is ugyanazzal a számmal <u>szorozzuk.</u>

Ha az egyik oszlopot <u>osztjuk</u> egy számmal, a másikat is ugyanazzal a számmal <u>osztjuk.</u>

Esetek nagy részében

Példák: bolt, vásárlás</td>
<td>Ha az egyik oszlopot <u>szorozzuk</u> egy számmal, a másikat ugyanazzal a számmal <u>osztjuk.</u>

Ha az egyik oszlopot <u>osztjuk</u> egy számmal, a másikat ugyanazzal a számmal <u>szorozzuk.</u>

Esetek kis részében

Példák: munka, takarítás, díszítés, kert ásás</td>
</tr>
</table>

Igaz/Hamis, Lehetetlen/Lehetséges/Biztos és ABCD egy választás

Igaz/Hamis

- **Ha nem tudod tippelj! Soha ne hagyd üresen.**
- Mindig a hamist keresd.
- Hiába találsz 10 igaz esetet, ha 1 hamist nem találod meg nem jó.
- Ha nem találsz egy olyan esetet sem, ahol hamis, akkor igaz.
- Figyelj nagyon a szavakra, azokon lesz a hangsúly Pl.:

Minden paralelogrammának két szimmetria tengelye van → **H** → a ”sima” paralelogrammának nincs egy szimmetria tengelye se

Van olyan paralelogramma, aminek két szimmetria tengelye van → **I** → a téglalap is paralelogrammának számít, és neki pont két szimmetria tengelye van.

- ❑ Prímszámos igaz / hamisok: Mindig a 2-t és egy másik prímszámot nézz meg Pl.:

Két prímszám összege mindig páros → **H** → Páratlan + Páratlan = Páros, Páratlan + Páros = Páratlan $2 + 3 = 5$

Két prímszám szorzata mindig páratlan → **H** → Páratlan · Páratlan = Páratlan, Páratlan · Páros = Páros $2 \cdot 3 = 6$

Két prímszám összege lehet prímszám → **I** → Páratlan + Páratlan = Páros → ami nem lehet prím, de $2 + 3 = 5$, ami prím, $2 + 5 = 7$, ami prím

Lehetetlen/Lehetséges/Biztos

- ❑ **Ha nem tudod tippelj! Soha ne hagyd üresen.**
- ❑ Válassz ki egy tetszőleges megoldást, nézd meg, hogy arra a megoldásra teljesül az állítás vagy nem
- ❑ Ha teljesül a tetszőleges állításra a megoldás, próbálj találni egy olyan megoldást amire nem teljesül, ha sikerült találni → **Lehetséges, de nem mindig teljesül,** ha nem sikerült ilyet találni → **Biztosan teljesül**
- ❑ Ha nem teljesül a tetszőleges állításra a megoldás, próbálj találni egy olyan megoldást amire teljesül, ha sikerült találni → **Lehetséges, de nem mindig teljesül,** ha nem sikerült ilyet találni → **Biztosan nem teljesül**
- ❑ Figyelj nagyon a szavakra, azokon is lehet a hangsúly
- ❑ Prímszámok ugyanúgy, mint igaz hamisnál

ABCD egy választás

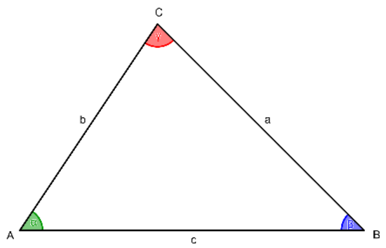
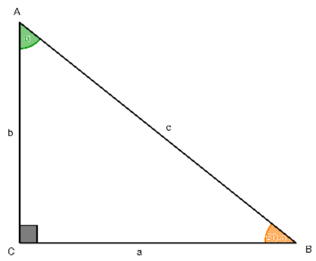
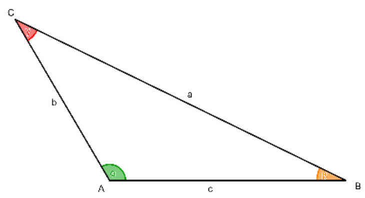
- ❑ **Ha nem tudod tippelj! Soha ne hagyd üresen.**
- ❑ Nem muszáj a jó megoldást megtalálni, elég, ha a többi megoldásról tudod, hogy rossz
- ❑ Ha két megoldást biztosan ki tudsz zárni a 4-ből, akkor már a maradék két megoldás közül, ha tippelsz is 50% esélyed van, hogy jó lesz.
- ❑ Figyelj nagyon a szavakra, azokon is lehet a hangsúly
- ❑ Prímszámok ugyanúgy, mint igaz hamisnál
- ❑ Ha négyszögekről, vagy háromszögekről van szó próbálj egy amorf alakzatot rajzolni

Síkgeometria

Háromszögek

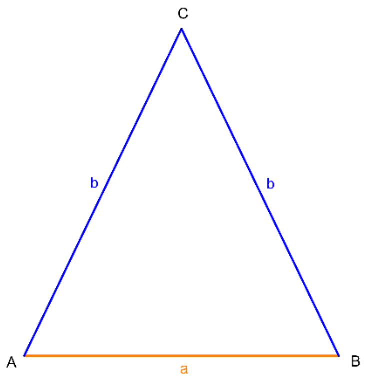
Egy háromszög belső szögeinek összege 180°

Háromszögek csoportosítása szögek szerint

Hegyesszögű háromszög	**Derékszögű háromszög**	**Tompaszögű háromszög**
		
3 hegyesszög	1 derékszög 2 hegyesszög	1 tompaszög 2 hegyesszög

Háromszögek csoportosítása specialitás szerint

Egyenlőszárú háromszög

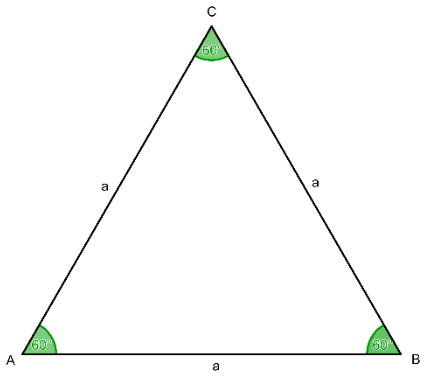


Van 2 egyenlő szára

Alapon fekvő szögei ugyanakkorák

1 szimmetriatengelye van

Szabályos háromszög



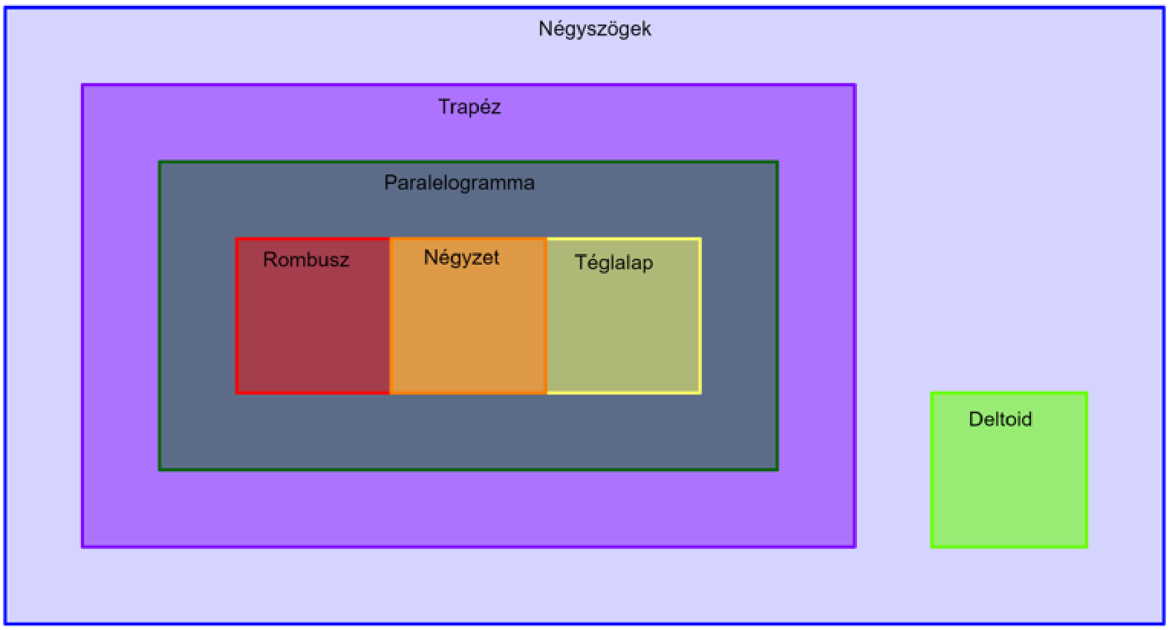
Minden oldala egyenlő

Minden szöge 60°

3 szimmetriatengelye van

Négyszögek

Belső szögek összege: 360°



Minden négyzet: téglalap is, rombusz is, paralelogramma is, trapéz is, **deltoid!** is.

Minden téglalap: paralelogramma is, trapéz is.

Minden rombusz: paralelogramma is, trapéz is.

Minden paralelogramma: trapéz is.

Trapéz

- Van egy párhuzamos oldalpárja
- Azonos száron fekvő szögei összege 180°

Speciális trapézok

Szimmetrikus trapéz (húrtrapéz)

- A két szára egyenlő hosszú
- Az átlói egyenlő hosszúak
- 1 szimmetria tengelye van
- Alapon fekvő szögei egyenlőek

Derékszögű trapéz

- Van 2 derékszöge
- Átlók nem egyenlő hosszúak
- Nincs szimmetria tengelye

Paralelogramma

- Szemközti oldalai párhuzamosak és ugyanolyan hosszúak
- Átlói felezik egymást
- Az egy oldalon fekvő szögeinek az összege 180°
- A szemközti szögei egyenlőek

Rombusz

- Van két párhuzamos oldalpárja és minden oldala egyenlő hosszúságú
- Átlói merőlegesek egymásra

Téglalap

- Van két párhuzamos oldalpárja és minden szöge derékszög
- 2 szimmetria tengelye van, az oldalak felezők pontjainál
- $\boldsymbol{K = 2 \cdot (a + b) = 2a + 2b}$
- $\boldsymbol{T = a \cdot b}$

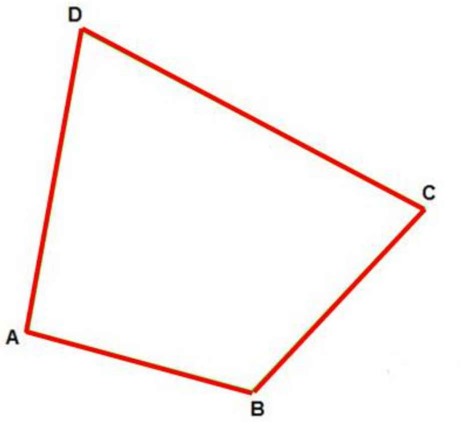
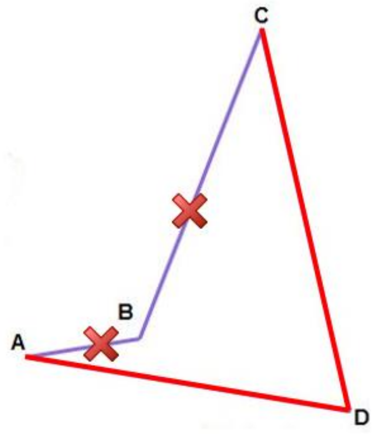
Deltoid

- Az egyik átlója szimmetriatengely, mely felezi azokat a szögeket, amiken átmegy, és a nem szimmetriatengely átlót is
- Szomszédos oldalai ugyanolyan hosszúak
- Szemközti szögei ugyanakkorák (a szimmetriatengely különböző oldalain lévők)
- Átlói merőlegesek egymásra

Négyzet

- Van két párhuzamos oldalpárja, minden oldala egyenlő hosszúságú és minden szöge derékszög
- Átlói felezik a szögeket, és merőlegesek egymásra
- Összesen 4 szimmetriatengelye van:
- a két oldalfelező és a két átló
- $\boldsymbol{K = 4 \cdot a}$
- $\boldsymbol{T = a \cdot a}$

Konvex és konkáv négyszögek

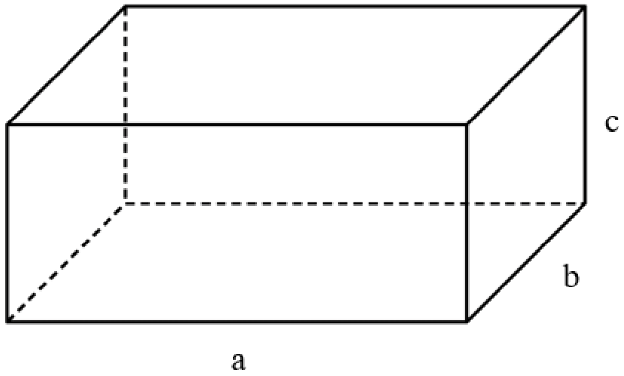
Konvex	Konkáv
	
Minden oldalát be tudjuk festeni	Nem tudjuk minden oldalát befesteni
vagy	vagy
Nem lehet benne elbújni	El lehet benne bújni

Kör

- Átmérő = 2 · Sugár
- $\boldsymbol{K = 2 \cdot r \cdot \pi}$
- $\boldsymbol{T = r^2 \cdot \pi}$

Térgeometria

Téglatest



- 3-féle oldal, minden oldalból 2 db (egymással szemben)
- Lapok: Téglalapok
- Alsó és felső lapok területe: $\boldsymbol{T_1 = a \cdot b}$
- Jobb és bal lapok területe: $\boldsymbol{T_2 = b \cdot c}$
- Szemközti és hátsó lapok területe: $\boldsymbol{T_3 = a \cdot c}$

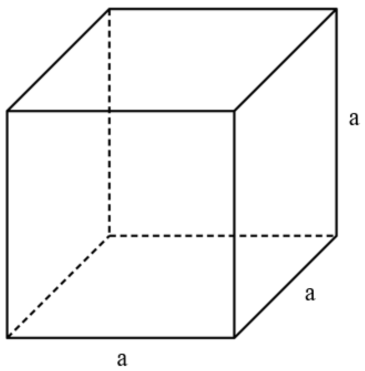
Felszín (A):

$\boldsymbol{A} = 2 \cdot T_1 + 2 \cdot T_2 + 2 \cdot T_3 = 2 \cdot a \cdot b + 2 \cdot b \cdot c + 2 \cdot a \cdot c = \boldsymbol{2 \cdot (a \cdot b + b \cdot c + a \cdot c)}$

Térfogat (V):

$\boldsymbol{V = a \cdot b \cdot c}$

Kocka



- 1-féle oldal → 6 db
- Lapok: Négyzetek
- Lapok területe: $\mathbf{T} = \boldsymbol{a} \cdot \boldsymbol{a} = \boldsymbol{a^2}$

Felszín (A):

$\boldsymbol{A = 6 \cdot T = 6 \cdot a^2}$

Térfogat (V):

$\boldsymbol{V = a \cdot a \cdot a = a^3}$

Összetett geometriai testek felszíne

1. <u>Módszer</u>
    - Megvizsgáljuk, hogy hányféle lapból áll, majd mindegyik laptípus területét kiszámoljuk
    - Megszámoljuk, hogy milyen típusú lapból hány határolja a testet
    - Összeszorozzuk a darabszámokat a területértékekkel, és így kiszámoljuk a test felszínét
2. <u>Módszer</u>
    - Megnézzük, hogy hányféle testből áll, majd mindegyik típusú testnek kiszámoljuk a felszínét
    - Megszámoljuk, hogy hány és milyen típusú testből áll a nagy test és összeszorozva a darabszámokat a kiszámolt felszínekkel, kiszámoljuk a test felszínét úgy, mintha különálló darabokból állna

- Megszámoljuk, hogy hány és milyen lapjai vannak ’’összeragasztva’’ az egész testnek
- Ezeket levonva a második pontban kiszámolt felszínéből megkapjuk a test valódi felszínét

3. <u>Módszer</u>
   - Egy testnek ugyanannyi lapja látszódik elölről, mint hátulról, ugyanannyi látszódik felülről, mint alulról és ugyanannyi lapja látszódik jobbról, mint balról
   - Kiszámoljuk az elölnézeti, felülnézeti és oldalnézeti területét a test felszínének
   - A kiszámított értékeket összeadjuk és megszorozzuk kettővel
   - Ha van U alak a testben, akkor van rejtett nézete is → azokat a felületeket nevezzük a rejtett nézethez tartozóknak, melyek sem elölről, sem felülről, sem oldalról nem látszódnak. Ezeket is hozzáadjuk az eddig kiszámolt felszínhez

Függvények

Három különböző jelölésük is lehet, de mindhárom ugyanazt jelenti

$f(x) = x + 1$

$y = x + 1$

$x \mapsto x + 1$

Az x a függvény helyét, az y a függvény értékét jelöli.

A feladatokban vagy x vagy y értéke meg lesz adva, és a hiányzót kell kiszámolnunk

<u>Példafeladatok</u>

Milyen értréket vesz fel az $f(x) = x + 3$ függvény az $x = 2$ helyen?

Itt az y-ra kíváncsi a feladat, amit egyszerű behelyettesítéssel kapunk meg $y = 2 + 3$

$\boldsymbol{y = 5}$

Milyen helyen veszi fel a $g(x) = 2x - 5$ függvény az $y = 9$ értéket?

Itt most az y van megadva és az x-re kíváncsi a feladat. Ez is csak behelyettesítés, csak most az y helyére írjuk be a megadott értéket

$9 = 2x - 5$

$14 = 2x$

$\mathbf{7 = x}$

Rajta van-e a $P(5; 12)$ pont a $h(x) = (x - 1) \cdot 3$ függvényen?

A pont első, vagyis x koordinátája lesz a függvény helye (x) és a pont második, vagyis y koordinátája lesz a függvény értéke (y). Meg kell vizsgálni, hogy az x helyére 5-öt helyettesítve valóban 12-t kapok-e. Ha igen, a pont rajta van a függvényen, ha nem, a pont nincs rajta a függvényen.
$(x - 1) \cdot 3 = (5 - 1) \cdot 3 = 4 \cdot 3 = \mathbf{12}$ → **Mivel 12-t kaptunk, ezért rajta van**