

Deriválás alkalmazásai

Érintő egyenes egyenlete

- 1) Határozzuk meg az alábbi függvények érintő egyenesének egyenletét az x_0 pontban!

$$f(x) = \frac{x^3}{3}$$

$$x_0 = -1$$

$$f(x) = 2x + \frac{18}{x+5}$$

$$x_0 = 1$$

$$f(x) = \sqrt{x^2 + 16x}$$

$$x_0 = 2$$

$$f(x) = x^2 \cdot \ln x$$

$$x_0 = 1$$

$$f(x) = \frac{x}{2} \cdot e^x$$

$$x_0 = 0$$

Tovább a feladathoz

- 2) Határozzuk meg az alábbi függvények szorzatának érintő egyenesének egyenletét az x_0 pontban!

$$f(x) = \log_2(x - 1)$$

$$g(x) = \frac{3 - x}{x + 4}$$

$$x_0 = 2$$

Tovább a feladathoz

L'Hospital szabály

- 3) Számítsuk ki az alábbi függvény határértékét szorzattá alakítással és L'Hospital szabállyal is!

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 + 3x - 10}$$

Tovább a feladathoz

Gazdasági feladatok

- 4) Valamely árucikk eladásából származó bevételt az $R(x) = \frac{x-1}{x+1}$, a költséget pedig a $C(x) = \ln(3 + x)$ függvény írja le millió Ft-ban, x pedig a termelt mennyiséget jelenti ezer darabban - $x \in (0,5)$. Hány termék forgalmazása esetén lesz a profit maximális? Mekkora lesz ekkor a költség? Hogyan változik a bevétel, ha a termelt mennyiséget 3000 darabról 3030 darabra növeljük?

Tovább a feladathoz

- 5) Határozzuk meg az alábbi függvény rugalmasságát, majd értelmezzük az eredményt!

$$R(x) = (5 - 4x^3)^5$$

$$x_0 = 2$$

Tovább a feladathoz

- 6) Adott egy cég által gyártott termék $K(x) = 4x^3 + 6x^2 + x + 1500$ ($x > 0$) költségfüggvénye és $B(x) = 865x$ ($x > 0$) bevételfüggvénye, ahol x az előállított mennyiséget jelenti (ezer darabban), míg $K(x)$ és $B(x)$ pedig millió forintban értendő. Határozza meg azt a termékmennyiséget, amely az értékesítése után a cég nyeresége maximális! Adja meg a maximális bevétel nagyságát is!

Tovább a feladathoz

- 7) Egy termék keresletét a $D(p) = e^{-0.02p^2+10}$ függvény írja le, ahol $p > 0$ az egységárat (100 Ft/kg), $D(p)$, a keresletet (100 kg) jelenti.

Melyik állítás igaz?

- A keresletelaszticitás minden p egységár mellett 0,16%.
- A keresleti függvény zérushelye 100 Ft/kg.
- Az árbevétel 500 Ft/kg-ig szigorúan monoton csökken.
- 500 Ft/kg egységár mellett lesz az árbevétel maximális.

Tovább a feladathoz

- 8) Egy vállalkozás új terméket szeretne a piacra bevezetni. Az előzetes piackutatás alapján a termék árbevétele és a profitja a következő függvények szerint alakul: $R(x) = \ln x$ és $\pi(x) = \frac{5x-2}{x}$, ahol $x > 0$ és a termelt mennyiséget jelenti 1000 darabban. Az árbevétel és a profit millió forintban értendő.

Mely állítás igaz, és mely hamis?

- Ezer db-ra kerekítve 2000 db eladása esetén lesz a költség minimális.
- Ezer db-ra kerekítve 2000 db eladása esetén lesz a profit maximális.
- A profitfüggvény szigorúan monoton csökken.

Tovább a feladathoz

Taylor polinom

- 9) Határozzuk meg az alábbi függvény 3-ad rendű Taylor polinomját $a = 0$ körül, és közelítsük a függvény értékét 0; 0,1; 0,5 körül!

$$f(x) = \frac{x}{x-1}$$

Tovább a feladathoz

Való életbeli példák

- 10) Az egységnyi oldalú szabályos háromszögnek levágjuk az egyik sarkát úgy, hogy a levágott rész egy $x \in (0, 1)$ oldalú szabályos háromszög.

Milyen x -re maximális a $T(x)/K(x)$ mennyiség, ahol $T(x)$ a megmaradt trapéz területe, $K(x)$ pedig a kerülete? (Bizonyítás nélkül elfogadjuk, hogy a vizsgált függvénynek maximuma van a vizsgált szakaszon.)

Tovább a feladathoz

- 11) Egy folyó menti strand kialakításához 2000 méter kerítést akarnak felhasználni. Mekkora a maximálisan bekeríthető terület, ha téglalap alakú kerítést készítenek, és csak 3 oldalt kerítenek?

Tovább a feladathoz