

Térgeometria

Jelölések térgeometriában

Téglatest, Hasáb, Kocka

Oldalak: a, b, c

Hasáb magassága: m, M, h, H

Átlók: d, e, f, g

Henger

Sugár: r, R

Átmérő: d, D

Magasság: m, M, h, H

Gúla, Csonkagúla

Alapélek: a, c

Oldalél: b

Test magasság: M, H

Oldallap (háromszög) magassága: m, h

Kúp, Csonkakúp

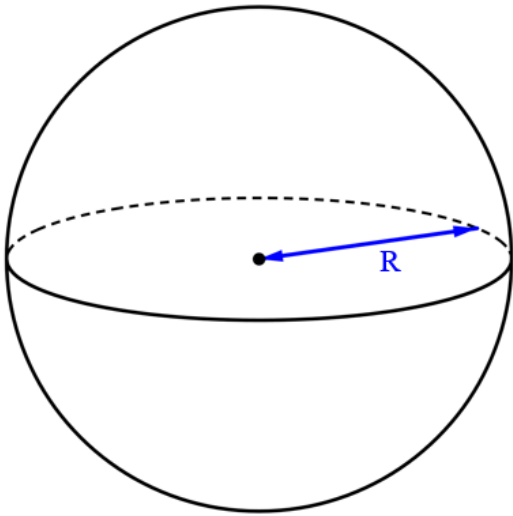
Sugarak: R, r

Átmérők: d, D

Alkotó: a

Test magasság: M, H

Gömb



Átmérő (D):

$$D = 2 \cdot R$$

Sugár (R):

$$R = \frac{D}{2}$$

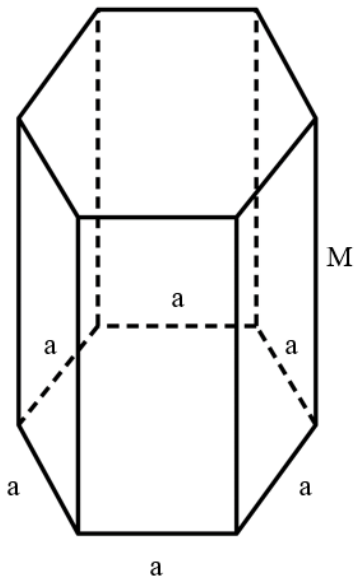
Felszín (A):

$$A = 4 \cdot R^2 \cdot \pi$$

Térfogat (V):

$$V = \frac{4 \cdot R^3 \cdot \pi}{3}$$

Hasáb



1. Elnevezés: Az alaplapon alapján (háromszög alapú, négyzet alapú, ötszög alapú, hatszög alapú...)
2. 2-féle oldal \rightarrow 2 db Alaplapon, annyi oldallapon, ahány csúcsa van az alaplapon (n)
3. Alaplapon: Szabályos sokszögek
4. Oldallapon: Téglalapon
5. Alaplapon területe: T_{alapon}
6. Oldallapon területe: $T_{oldal} = a \cdot M$
7. Palást: Oldallapon területének összege $\rightarrow T_{palást} = n \cdot T_{oldal}$

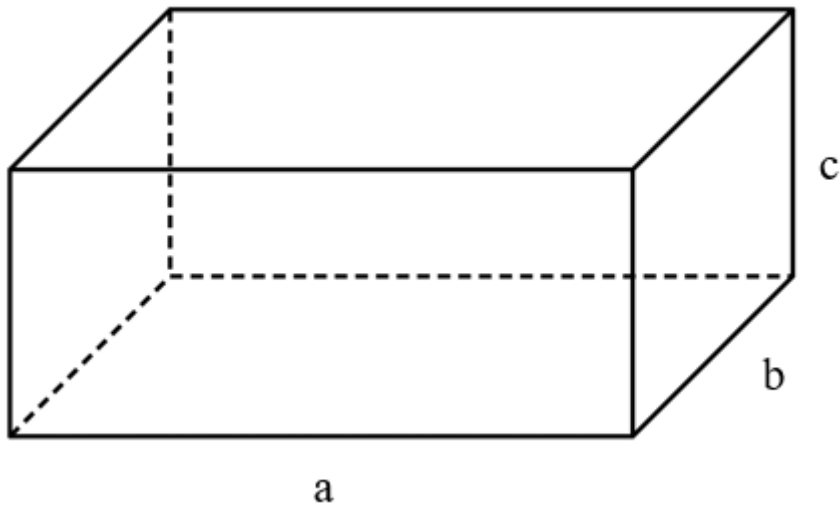
Felszín (A):

$$A = 2 \cdot T_{alapon} + T_{palást}$$

Térfogat (V):

$$V = T_{alapon} \cdot M$$

Téglatest



1. 3-féle oldal, minden oldalból 2 db (egymással szemben)
2. Lapok: Téglalapok
3. Alsó és felső lapok területe: $T_1 = a \cdot b$
4. Jobb és bal lapok területe: $T_2 = b \cdot c$
5. Szemközti és hátsó lapok területe: $T_3 = a \cdot c$

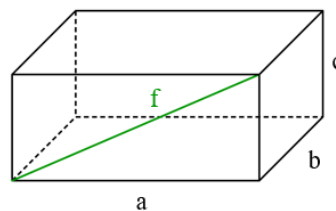
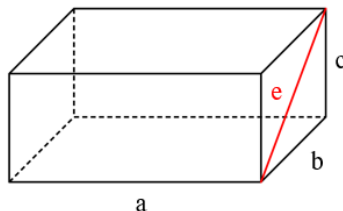
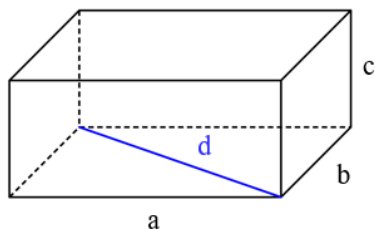
Felszín (A):

$$A = 2 \cdot T_1 + 2 \cdot T_2 + 2 \cdot T_3 = 2 \cdot a \cdot b + 2 \cdot b \cdot c + 2 \cdot a \cdot c = 2 \cdot (a \cdot b + b \cdot c + a \cdot c)$$

Térfogat (V):

$$V = a \cdot b \cdot c$$

Téglatest lapátlók



$$a^2 + b^2 = d^2$$

$$/\sqrt{\quad}$$

$$b^2 + c^2 = e^2$$

$$/\sqrt{\quad}$$

$$a^2 + c^2 = f^2$$

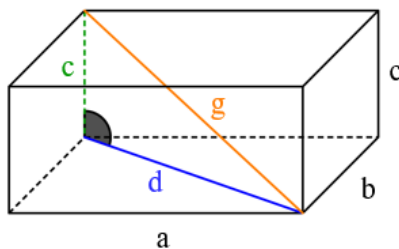
$$/\sqrt{\quad}$$

$$d = \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$e = \sqrt{b^2 + c^2}$$

$$f = \sqrt{a^2 + c^2}$$

Téglatest testátló



$$d^2 + c^2 = g^2$$

$$/d = \sqrt{a^2 + b^2}$$

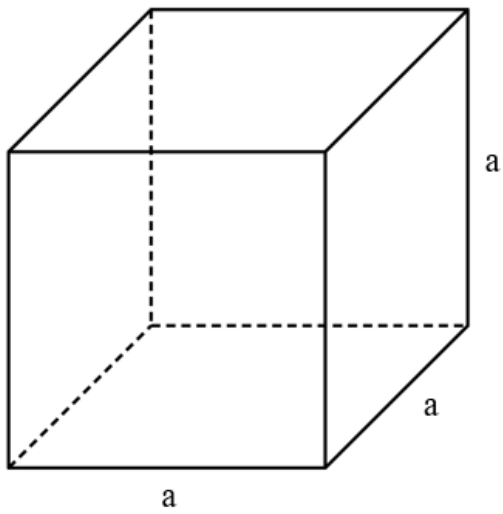
$$\left(\sqrt{a^2 + b^2}\right)^2 + c^2 = g^2$$

$$a^2 + b^2 + c^2 = g^2$$

$$/\sqrt{\quad}$$

$$\sqrt{a^2 + b^2 + c^2} = g$$

Kocka



1. 1-féle oldal \rightarrow 6 db
2. Lapok: Négyzetek
3. Lapok területe: $T = a \cdot a = a^2$

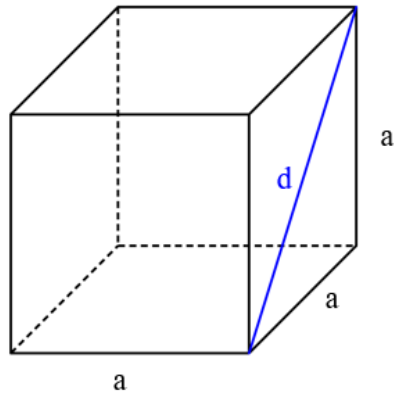
Felszín (A):

$$A = 6 \cdot T = 6 \cdot a^2$$

Térfogat (V):

$$V = a \cdot a \cdot a = a^3$$

Kocka lapátló



$$a^2 + a^2 = d^2$$

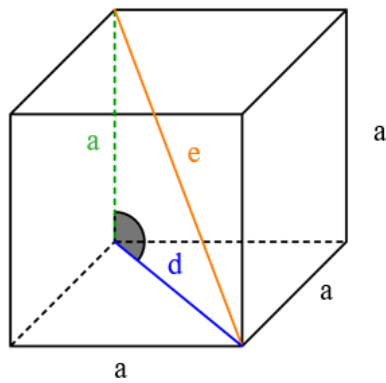
$$/d = \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$2a^2 = d^2$$

$$/\sqrt{\quad}$$

$$d = \sqrt{2} \cdot a$$

Kocka testátló



$$d^2 + a^2 = e^2$$

$$/d = \sqrt{2} \cdot a$$

$$(\sqrt{2} \cdot a)^2 + a^2 = e^2$$

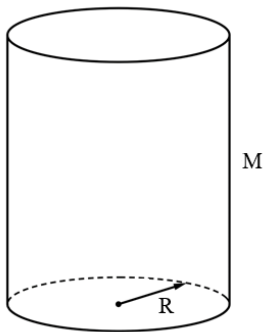
$$2a^2 + a^2 = e^2$$

$$3a^2 = e^2$$

$$/\sqrt{\quad}$$

$$e = \sqrt{3} \cdot a$$

Henger



1. 2-féle oldal \rightarrow 2 Alaplap, 1 Palást
2. Alaplapok: Körök
3. Palást (oldallap): Téglalap
4. Alaplapok területe: $T_{alap} = R^2 \cdot \pi$
5. Palást területe: $T_{palást} = K \cdot M = 2 \cdot R \cdot \pi \cdot M$

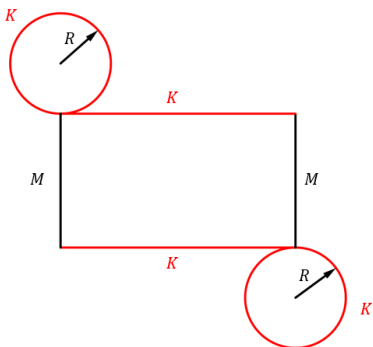
Felszín (A):

$$A = 2 \cdot T_{alap} + T_{palást} = 2 \cdot R^2 \cdot \pi + 2 \cdot R \cdot \pi \cdot M$$

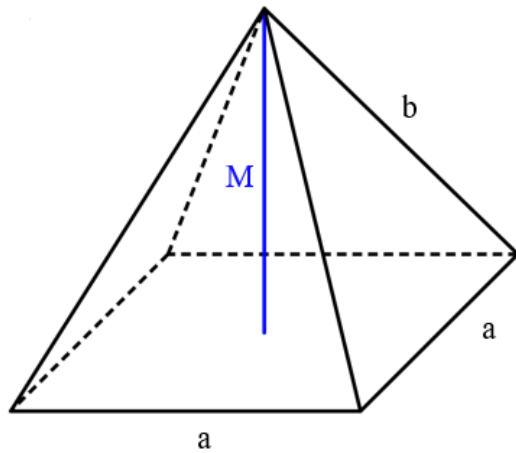
Térfogat (V):

$$V = T_{alap} \cdot M = R^2 \cdot \pi \cdot M$$

Henger kiterítve



Gúla



1. Elnevezés: az alaplapon alapján (háromszög alapú, **négyszög alapú**, ötszög alapú, hatszög alapú...)
2. 2-féle oldal \rightarrow 1 db Alaplapon, annyi oldallapon, ahány csúcsa van az alaplapon (n)
3. Alaplapon: Szabályos sokszög (általában négyzet)
4. Oldallapon: Egyenlőszárú háromszögek (csak speciális esetben szabályos háromszög)
5. Alaplapon területe: T_{alapon} (Négyzetnél: $T_{alapon} = a^2$)
6. Oldallapon (egyenlőszárú háromszögek) területe: $T_{oldal} = \frac{a \cdot m}{2}$
7. Palást: Oldallapon területének összege $\rightarrow T_{palást} = n \cdot T_{oldal}$

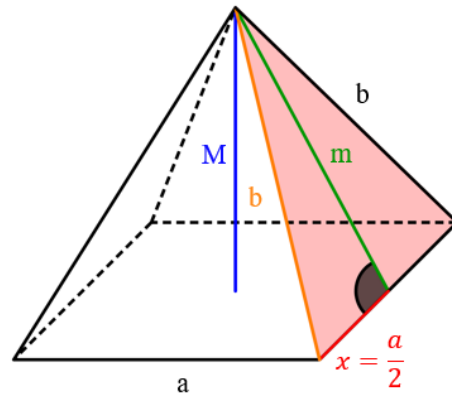
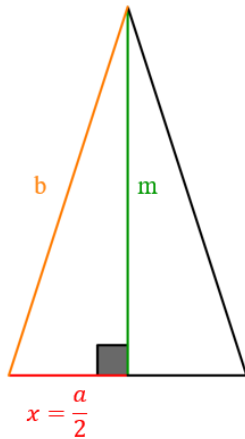
Felshín (A):

$$A = T_{alapon} + T_{palást}$$

Térfogat (V):

$$V = \frac{T_{alapon} \cdot M}{3}$$

Gúla oldallapjának magassága



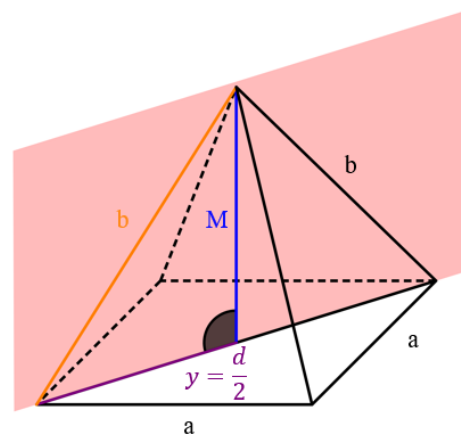
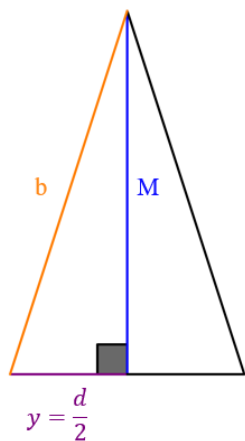
Pitagorasz-tétel:

$$x^2 + m^2 = b^2 \quad /-x^2$$

$$m^2 = b^2 - x^2 \quad / \sqrt{\quad}$$

$$m = \sqrt{b^2 - x^2}$$

Gúla metszete az oldalélek mentén



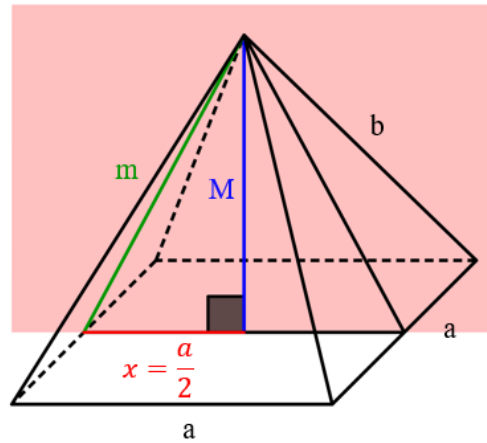
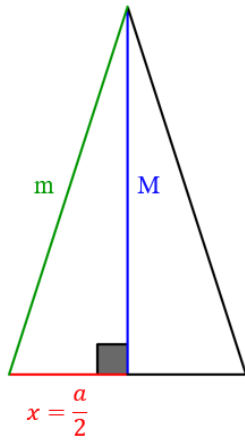
Pitagorasz-tétel:

$$y^2 + M^2 = b^2 \quad /-y^2$$

$$M^2 = b^2 - y^2 \quad / \sqrt{\quad}$$

$$M = \sqrt{b^2 - y^2}$$

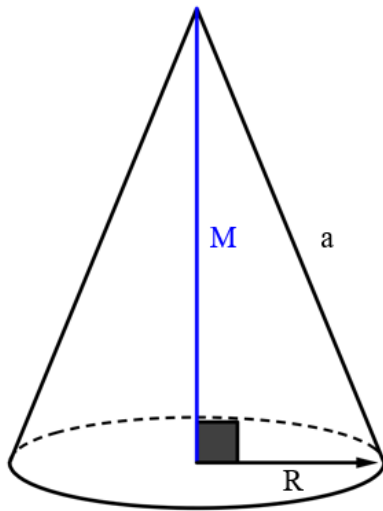
Gúla metszete az alaplap felénél



Pitagorasz-tétel:

$$x^2 + M^2 = m^2$$

Kúp



1. 2-féle oldal → 1 db Alaplap, 1 db oldallap
2. Alaplap: Kör
3. Oldallap: Körcikk
4. Alaplap területe: $T_{alap} = R^2 \cdot \pi$
5. Palást (Oldallap) területe: $T_{palást} = R \cdot \pi \cdot a$

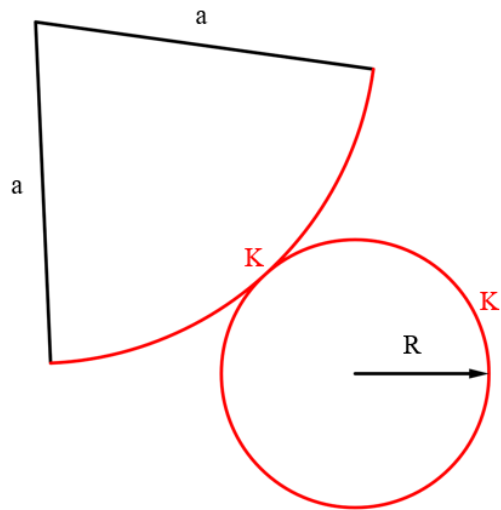
Felszín (A):

$$A = T_{alap} + T_{palást} = R^2 \cdot \pi + R \cdot \pi \cdot a$$

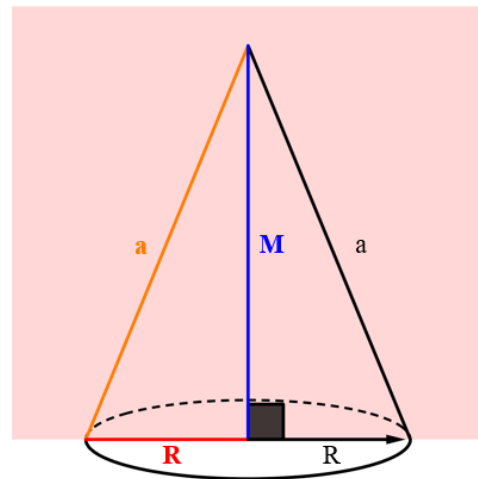
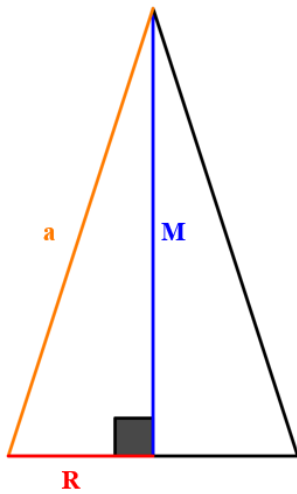
Térfogat (V):

$$V = \frac{T_{alap} \cdot M}{3} = \frac{R^2 \cdot \pi \cdot M}{3}$$

Kúp kiterítve



Kúp metszete



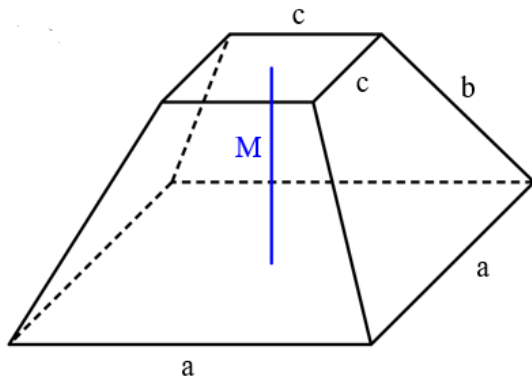
Pitagorasz-tétel:

$$R^2 + M^2 = a^2 \quad / -R^2$$

$$M^2 = a^2 - R^2 \quad / \sqrt{\quad}$$

$$M = \sqrt{a^2 - R^2}$$

Csonkagúla



1. Elnevezés: az alaplapon alapján (háromszög alapú, **négyzet alapú**, ötszög alapú, hatszög alapú...)
2. 3-féle oldal \rightarrow 2 db Alaplap (1 nagy, 1 kicsi), annyi oldallap, ahány csúcsa van az alaplaponak (n)
3. Alaplapok: Szabályos sokszögek (általában négyzetek)
4. Oldallapok: Szimmetrikus trapézok
5. Nagyobb alaplap területe: T (négyzetnél: $T = a^2$)
6. Kisebb alaplap területe: t (négyzetnél: $t = c^2$)
7. Oldallapok (szimmetrikus trapézok) területe: $T_{oldal} = \frac{a+c}{2} \cdot m$
8. Palást: Oldallapok területének összege $\rightarrow T_{palást} = n \cdot T_{oldal}$

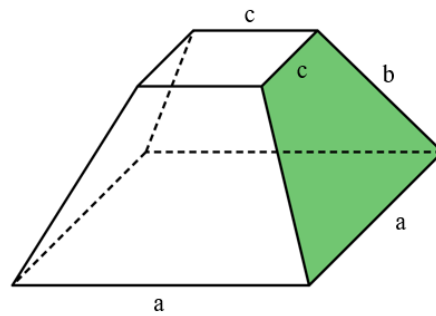
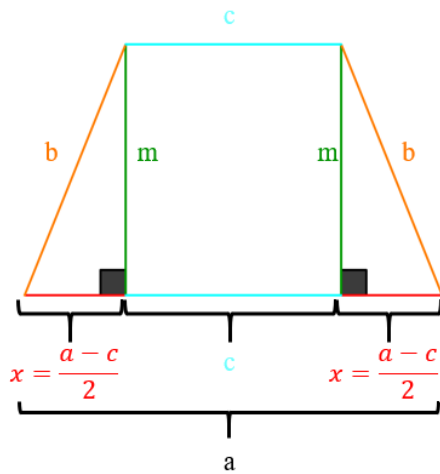
Felszín (A):

$$A = t + T + T_{palást}$$

Térfogat (V):

$$V = \frac{(t + \sqrt{t \cdot T} + T) \cdot M}{3}$$

Csonkagúla oldallapjának magassága



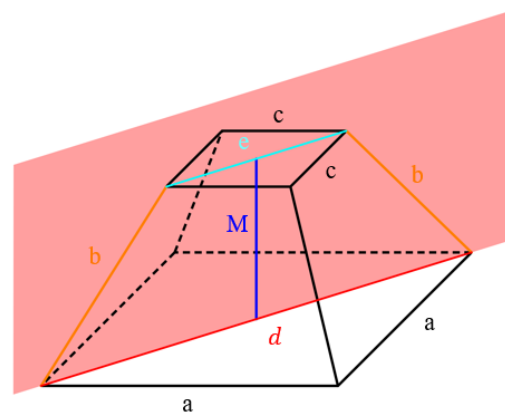
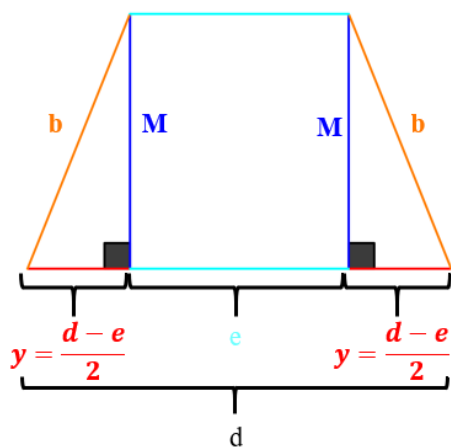
Pitagorasz-tétel:

$$x^2 + m^2 = b^2 \quad / -x^2$$

$$m^2 = b^2 - x^2 \quad / \sqrt{\quad}$$

$$m = \sqrt{b^2 - x^2}$$

Csonkagúla metszete az oldalélek mentén



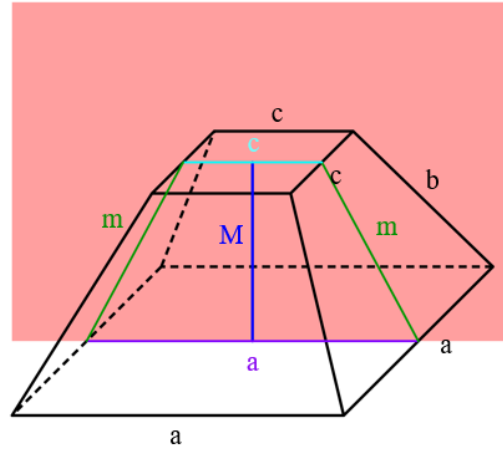
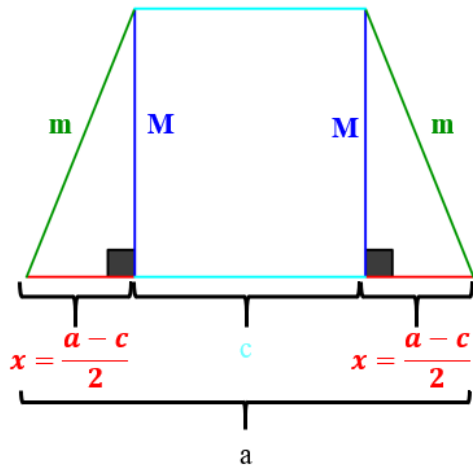
Pitagorasz-tétel:

$$y^2 + M^2 = b^2 \quad / -y^2$$

$$M^2 = b^2 - y^2 \quad / \sqrt{\quad}$$

$$M = \sqrt{b^2 - y^2}$$

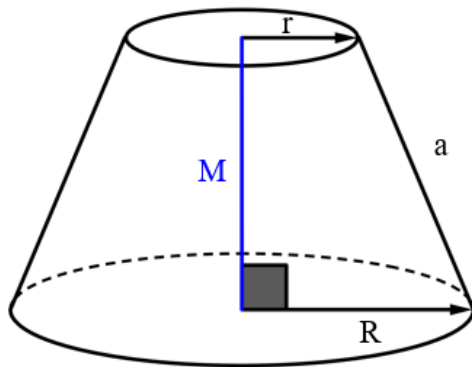
Csonkagúla metszete az alaplap felénél



Pitagorasz-tétel:

$$x^2 + M^2 = m^2$$

Csonkakúp



1. 3-féle oldal \rightarrow 2 db Alaplap (1 nagy, 1 kicsi), 1 oldallap
2. Alaplapok: Körök
3. Oldallap: Körcikkyszerű
4. Kisebb alaplap (fed(ő)lap) területe: $t = r^2 \cdot \pi$
5. Nagyobb alaplap (alaplap) területe: $T = R^2 \cdot \pi$
6. Palást (Oldallap) területe: $T_{\text{palást}} = (r + R) \cdot \pi \cdot a$

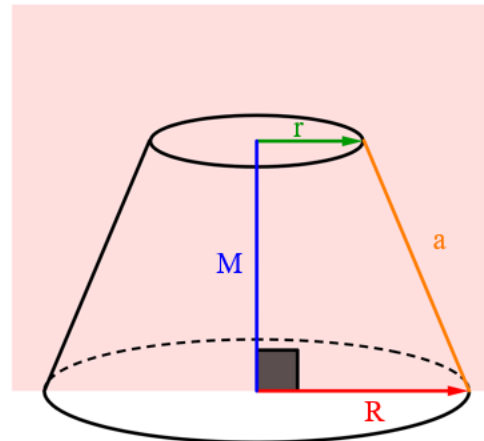
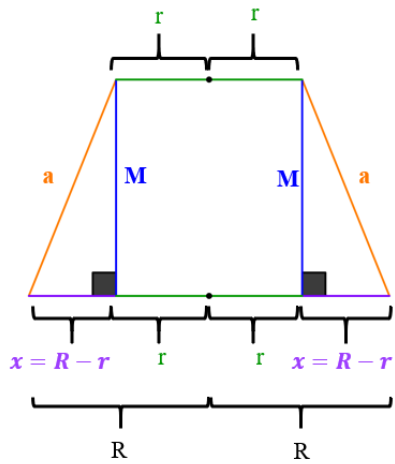
Felszín (A):

$$A = t + T + T_{\text{palást}} = r^2 \cdot \pi + R^2 \cdot \pi + (r + R) \cdot \pi \cdot a$$

Térfogat (V):

$$V = \frac{(r^2 + r \cdot R + R^2) \cdot \pi \cdot M}{3}$$

Csonkakúp metszet



Pitagorasz-tétel:

$$x^2 + M^2 = a^2$$