

MATEMATIKA

KÖZÉPSZINTŰ ÍRÁSBELI VIZSGA

I.

Időtartam: 45 perc

Fontos tudnivalók

1. A feladatok megoldására 45 percet fordíthat, az idő leteltével a munkát be kell fejeznie.
2. A megoldások sorrendje tetszőleges.
3. A feladatok megoldásához szöveges adatok tárolására és megjelenítésére nem alkalmas zsebszámológépet és bármilyen négyjegyű függvénytáblázatot használhat, más elektronikus vagy írásos segédeszköz használata tilos!
4. **A feladatok végeredményét az erre a célra szolgáló keretbe írja**, a megoldást csak akkor kell részleteznie, ha erre a feladat szövege utasítást ad!
5. A dolgozatot tollal írja, az ábrákat ceruzával is rajzolhatja. Az ábrákon kívül a ceruzával írt részeket a javító tanár nem értékelheti. Ha valamilyen megoldást vagy megoldásrészletet áthúz, akkor az nem értékelhető.
6. Minden feladatnak csak egy megoldása értékelhető. Több megoldási próbálkozás esetén egyértelműen jelölje, hogy melyiket tartja érvényesnek!
7. Kérjük, hogy **a szürkített téglalapokba semmit ne írjon!**

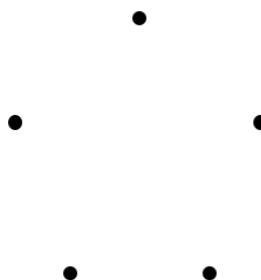
1. Az A halmaz a 7-tel osztható, kétjegyű, pozitív egészek halmaza, a B halmaz pedig a 4-re végződő, kétjegyű, pozitív egészek halmaza. Adja meg elemeik felsorolásával az alábbi halmazokat:

A ; B ; $A \cap B$; $B \setminus A$

| | | |
|---|--------|--|
| $A = \{ \quad \quad \quad \}$ | 1 pont | |
| $B = \{ \quad \quad \quad \}$ | 1 pont | |
| $A \cap B = \{ \quad \quad \quad \}$ | 1 pont | |
| $B \setminus A = \{ \quad \quad \quad \}$ | 1 pont | |

2. Egy 5 fős társaságból 4 embert megkérdeztünk, hogy hány embert ismer ebből a társaságból. A válaszaik a következők voltak: 4, 4, 2, 3. (Minden ismeretség kölcsönös.)

- a) Ábrázolja gráffal a társaság ismeretségét!
b) Hány embert ismer a társaságból az 5. ember?



| | | |
|--|--------|--|
| | 2 pont | |
| b) Az ötödik személy ismerőseinek száma a társaságban: | 1 pont | |

3. Adja meg a következő állítások logikai értékét (igaz vagy hamis)!
- A) A $\{2; 2; 2; 3; 5; 6; 6\}$ mediánja 2.
- B) Két különböző szám mértani közepe nem lehet 0.
- C) Ha egy nyolcszög minden szöge ugyanakkora, akkor a nyolcszög szabályos.

| | | |
|----|--------|--|
| A) | 2 pont | |
| B) | | |
| C) | | |

4. Ha most május van, akkor milyen hónap lesz 73 hónap múlva?

| | | |
|--|--------|--|
| | 2 pont | |
|--|--------|--|

5. Melyik számjegy állhat a $\overline{4620Y8}$ hatjegyű számban az Y helyén, ha a hatjegyű szám osztható 6-tal?

| | | |
|-------------------------|--------|--|
| Y lehetséges értékei: | 3 pont | |
|-------------------------|--------|--|

6. Oldja meg az egyenletet a valós számok halmazán!

$$2x^2 - 32 = 0$$

| | | |
|--|--------|--|
| | 2 pont | |
|--|--------|--|

7. Egy 280 000 Ft-os telefon akciós ára 240 800 Ft. Hány százalékos az akció?

| | | |
|---------------------|--------|--|
| Az akció %-os volt. | 2 pont | |
|---------------------|--------|--|

8. Adja meg radiánban 135° -os szög nagyságát!

| | | |
|--|--------|--|
| | 2 pont | |
|--|--------|--|

9. Hányszorosára nő egy gömb felszíne, ha sugarának hosszát kétszeresére növeljük?

| | | |
|--|--------|--|
| | 2 pont | |
|--|--------|--|

10. Adja meg a $0,6x + 3y = 6$ egyenletű egyenes meredekségét, valamint azon pontját, ahol az egyenes metszi az y tengelyt!

| | | |
|--|--------|--|
| Az egyenes meredeksége: | 1 pont | |
| A metszéspont koordinátái: $M(\quad ; \quad)$ | 2 pont | |

- 11.** Egy cégnél hatan dolgoznak: öt beosztott és egy főnök. A főnök havi jövedelme 790 000 Ft, a beosztottaké 310 000 Ft. Hány forint a cég hat dolgozójának átlagos havi jövedelme?

| | | |
|--|--------|--|
| A cég dolgozóinak átlagos havi jövedelme: Ft | 2 pont | |
|--|--------|--|

- 12.** A 2, 4, 7 és 8 számjegyek mindegyikének egyszeri felhasználásával minden különböző négyjegyű számot leírtunk. Mekkora a valószínűsége annak, hogy ha ezek közül véletlenszerűen kiválasztunk egyet, akkor az a szám páratlan lesz?

Válaszát indokolja!

| | | |
|--------------------------|--------|--|
| | 2 pont | |
| A keresett valószínűség: | 1 pont | |

| | | pontszám | |
|-----------------|-------------|-----------|-------|
| | | maximális | elért |
| I. rész | 1. feladat | 4 | |
| | 2. feladat | 3 | |
| | 3. feladat | 2 | |
| | 4. feladat | 2 | |
| | 5. feladat | 3 | |
| | 6. feladat | 2 | |
| | 7. feladat | 2 | |
| | 8. feladat | 2 | |
| | 9. feladat | 2 | |
| | 10. feladat | 3 | |
| | 11. feladat | 2 | |
| | 12. feladat | 3 | |
| ÖSSZESEN | | 30 | |

MATEMATIKA

KÖZÉPSZINTŰ ÍRÁSBELI VIZSGA

II.

Időtartam: 135 perc

Fontos tudnivalók

1. A feladatok megoldására 135 percet fordíthat, az idő leteltével a munkát be kell fejeznie.
2. A feladatok megoldási sorrendje tetszőleges.
3. A **B** részben kitűzött három feladat közül csak kettőt kell megoldania. **A nem választott feladat sorszámát írja be a dolgozat befejezésekor az alábbi négyzetbe!** Ha a javító tanár számára *nem derül ki egyértelműen*, hogy melyik feladat értékelését nem kéri, akkor a kitűzött sorrend szerinti legutolsó feladatra nem kap pontot.



4. A feladatok megoldásához szöveges adatok tárolására és megjelenítésére nem alkalmas zsebszámológépet és bármilyen négyjegyű függvénytáblázatot használhat, más elektronikus vagy írásos segédeszköz használata tilos!
5. **A megoldások gondolatmenetét minden esetben írja le, mert a feladatra adható pontszám jelentős része erre jár!**
6. **Ügyeljen arra, hogy a lényegesebb részsámítások is nyomon követhetők legyenek!**
7. A gondolatmenet kifejtése során **a zsebszámológép használata – további matematikai indoklás nélkül – a következő műveletek elvégzésére fogadható el:** összeadás, kivonás, szorzás, osztás, hatványozás, gyökvonás, $n!$, $\binom{n}{k}$ kiszámítása, a függvénytáblázatban fellelhető táblázatok helyettesítése (\sin , \cos , tg , \log és ezek inverzei), a π és az e szám közelítő értékének megadása, nullára rendezett másodfokú egyenlet gyökeinek meghatározása. További matematikai indoklás nélkül használhatók a számológépek bizonyos statisztikai mutatók kiszámítására (átlag, szórás) abban az esetben, ha a feladat szövege kifejezetten nem követeli meg az ezzel kapcsolatos részletsámítások bemutatását is. **Egyéb esetekben a géppel elvégzett számítások indoklás nélküli lépéseknek számítanak, azokért nem jár pont**
8. A feladatok megoldásánál használt tételek közül az iskolában tanult, névvel ellátott tételeket (pl. Pitagorasz-tétel, magasságtétel) nem kell pontosan megfogalmazva kimondania, elég csak a tétel megnevezését említenie, *de alkalmazhatóságát röviden indokolnia kell.*
9. A feladatok végeredményét (a feltett kérdésre adandó választ) szöveges megfogalmazásban is közölje!
10. A dolgozatot tollal írja, az ábrákat ceruzával is rajzolhatja. Az ábrákon kívül a ceruzával írt részeket a javító tanár nem értékelheti. Ha valamilyen megoldást vagy megoldásrészletet áthúz, akkor az nem értékelhető.
11. Minden feladatnak csak egy megoldása értékelhető. Több megoldási próbálkozás esetén **egyértelműen jelölje**, hogy melyiket tartja érvényesnek!
12. Kérjük, hogy **a szürkített téglalapokba semmit ne írjon!**

A

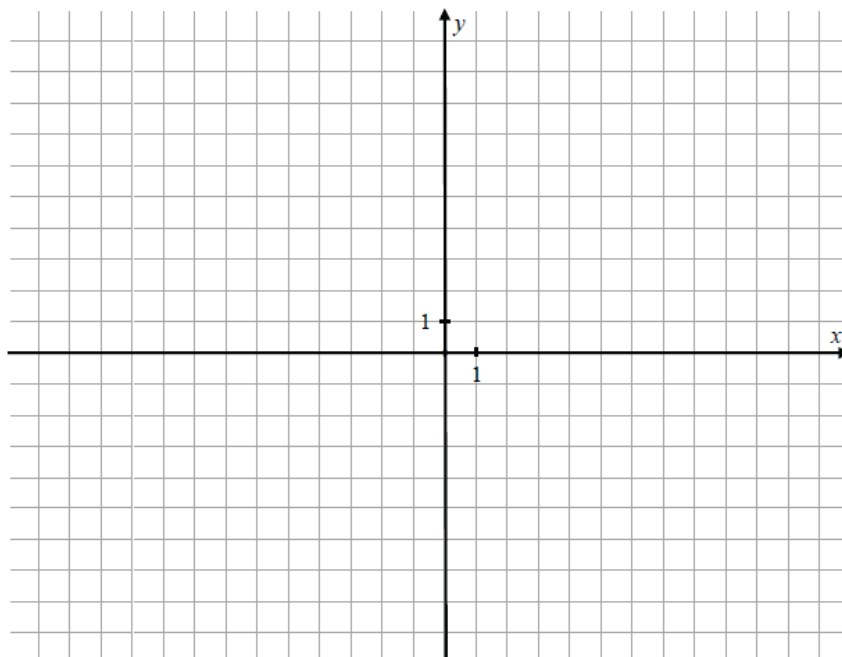
13. A $g(x)$ függvény értelmezési tartománya $[-5; 1]$, hozzárendelési szabálya:

$$g: x \mapsto (x + 2)^2 - 1.$$

- a) Ábrázolja a $g(x)$ függvényt!
- b) Adja meg a függvény szélsőértékének helyét és értékét, illetve az összes zérushelyét!
- c) Oldja meg a következő egyenletet az $x \in \mathbb{R}$ alaphalmazon:

$$(x + 2)^2 - 1 = x + 7.$$

| | | |
|------------|---------|--|
| a) | 3 pont | |
| b) | 4 pont | |
| c) | 5 pont | |
| Ö.: | 12 pont | |



- 14. a)** Egy háromszög két oldalának hossza 4,5 cm és 6,3 cm, és ezen két oldal által bezárt szög nagysága 75° . Számítsa ki, hogy milyen hosszú a háromszög harmadik oldala!
- b)** Adja meg az alábbi állítások logikai értékét (igaz vagy hamis)!
- I) A $k(x) = \operatorname{tg}(2x)$ értelmezési tartománya $x \in] - \infty; \infty[$.
- II) Az $r(x) = \sin(x) + 1$, valós számok halmazán értelmezett függvény értékkészlete: $[-1; 1]$.
- III) A valós számok halmazán értelmezett $m(x) = \cos\left(\frac{1}{2}x\right)$ páros függvény.
- IV) Létezik olyan derékszögű háromszög, amelyben az egyik belső szög tangense -1 .
- c)** Oldja meg a következő egyenletet: $2 \sin x = 1$ ($x \in \mathbb{R}$)!

| | | |
|------------|---------|--|
| a) | 3 pont | |
| b) | 3 pont | |
| c) | 5 pont | |
| Ö.: | 11 pont | |

- 15.** Gábor 150 000 Ft-ot szeretne elhelyezni egy megtakarítási számlán. Hosszas keresgélés után két lehetőségre szűkítette le az ajánlatokat:

„A Jövőnek” számla: Havonta fix 3000 Ft-ot kamatozik négy éven át.

„Előre” számla: A számlán lévő teljes összeg havonta 1,6%-ot kamatozik négy éven át.

- a)** Melyik számlát válassza Gábor, ha négy év múlva szeretné kivenni a pénzt, és azt az ajánlatot szeretné választani, amelyikkel nagyobb összeget tud majd felvenni?

Gábor a munkahelyének konyháján szokott ebédelni, ahol a menü ára változó. Sosem kerül kevesebbe, mint 2200 Ft, de sosem kerül többbe, mint 2500 Ft. Gábor feljegyezte, hogy áprilisban melyik nap mennyibe került a menü, és csinált egy összesített táblázatot az adatokból.

| | | | | |
|-----------------------------------|------|------|------|------|
| Napi menü ára (Ft) | 2200 | 2300 | 2400 | 2500 |
| Hány napon került ennyibe a menü? | 4 | 5 | | |

- b)** Számítsa ki a táblázatból hiányzó két értéket, ha tudjuk, hogy Gábor áprilisban 20-szor vásárolt menüt, és átlagosan 2360 Ft-ot költött rá!

| | | |
|------------|---------|--|
| a) | 7 pont | |
| b) | 6 pont | |
| Ö.: | 13 pont | |

B

A 16-18. feladatok közül tetszése szerint választott kettőt kell megoldania.

A kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon lévő üres négyzetbe!

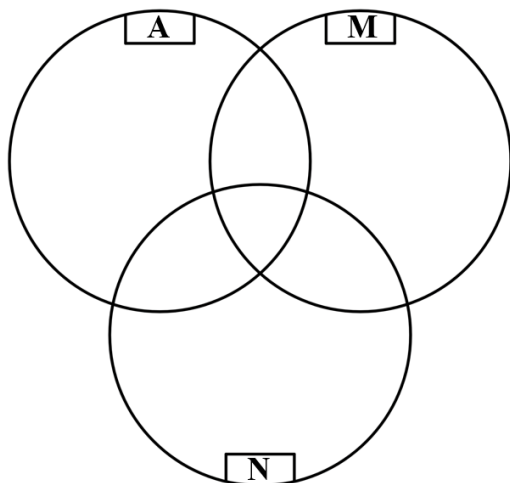
16. Egy általános- és középiskola diákjai közül 300 tanuló jár magántanárhoz. Ezen diákok közül angolra a tanulók 55%-a, matematikára a tanulók 42%-a, németre pedig 24%-a jár. Angolra és matematikára a tanulók 28%-a, matematikára és németre 8%-a, a két nyelv-órára 10%-a, mindháromra pedig 2%-a jár.

- a) Hányan járnak matematikára és németre?
- b) A halmazábra az egyes különórákon részt vevő diákok létszámát szemlélteti. Írja be a halmazábra mindegyik tartományába az oda tartozó tanulók számát!
- c) A 300 diák hány százaléka vesz részt pontosan kétféle különórán?

Az iskola 11. évfolyamára 128 tanuló jár. Közöttük háromszor annyian nem érettségiznek angolból a tanév végén, mint ahányan igen. Angol magánoktatásra az idén érettségizők öt nyolcada, az idén nem érettségizőknek pedig a negyede jár. Találomra kiválasztunk 3 diákot erről az évfolyamról.

- d) Mekkora a valószínűsége annak, hogy egyikük sem jár angol magánórákra, és hár-
muk közül pontosan az egyikük érettségizik idén angolból?

Válaszát 4 tizedesjegyre kerekítve adja meg!



| | | |
|------------|---------|--|
| a) | 2 pont | |
| b) | 6 pont | |
| c) | 2 pont | |
| d) | 7 pont | |
| Ö.: | 17 pont | |

A 16-18. feladatok közül tetszése szerint választott kettőt kell megoldania.

A kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon lévő üres négyzetbe!

17. Egy osztály hét tanulója egy 1 km^2 területű (képzeletbeli) körön belül lakik, így viszonylag gyakran előfordul, hogy (előre nem tervezetten) találkoznak az utcán. Az elmúlt héten Anna kettő, Bence és Csenge három-három, Dávid egy, a többiek (Elemér, Feri és Géza) pedig öt osztálytársukkal találkoztak így az utcán.

a) Rajzolja le a múlt heti véletlen találkozások egy lehetséges gráfját!

b) Lehetséges-e, hogy Anna a múlt héten Dáviddal találkozott? (Igen válasz esetén rajzoljon egy megfelelő gráfot, nem válasz esetén választását részletesen indokolja!)

Csenge megfigyelései szerint 17% a valószínűsége annak, hogy iskolába menet meglátja az utcán egy osztálytársát.

c) Mekkora a valószínűsége annak, hogy négy egymást követő tanítási napon Csenge legfeljebb egy napon látja meg egy osztálytársát iskolába menet?

| | | |
|------------|---------|--|
| a) | 4 pont | |
| b) | 6 pont | |
| c) | 7 pont | |
| Ö.: | 17 pont | |

A 16-18. feladatok közül tetszése szerint választott kettőt kell megoldania.

A kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon lévő üres négyzetbe!

- 18.** Egy új tv sorozat nézettsége az előrejelzések szerint nőni fog, minden héten 185 nézővel. Jelenleg a sorozatot 1270-en nézik.

a) Várhatóan hány hét múlva lesz a nézettség legalább 130%-kal magasabb, mint most?

A sorozat egy-egy részét a nézők egy internetes felületen egy 1-től 100-ig terjedő skálán pontozhatják. Sajnos az egymást követő epizódok pontszáma folyamatosan csökken, méghozzá az előző epizód pontszámának 5%-ával.

b) Várhatóan hány hét múlva lesz az epizód pontszáma a jelenlegi epizód pontszámának a 74%-a?

A tv sorozat díszletébe új kelléket kell elhelyezni, amit a forgatás előtt kékre kell festenie a kellékesnek. A kellék egy négyzet alapú csonka gúla, melynek alaplapja 484 cm^2 -es, fedőlele feleakkora, mint az alaplele, magassága pedig 6 cm. A csonkagúla alaplapja lesz a földön, azt nem kell lefesteni.

c) Adja meg, hogy a kelléknek hány cm^2 -nyi felületét kell kékre festeni!

| | | |
|------------|---------|--|
| a) | 4 pont | |
| b) | 5 pont | |
| c) | 8 pont | |
| Ö.: | 17 pont | |

| | a feladat sorszám | pontszám | | |
|-----------------|----------------------|--------------------------|-------|----------|
| | | maximális | elért | összesen |
| II. A rész | 13. | 12 | | |
| | 14. | 11 | | |
| | 15. | 13 | | |
| II. B rész | | 17 | | |
| | | 17 | | |
| | | ← nem választott feladat | | |
| ÖSSZESEN | | 70 | | |

| | pontszám | |
|---|------------|-------|
| | maximális | elért |
| I. rész | 30 | |
| II. rész | 70 | |
| Az írásbeli vizsgarész pontszáma | 100 | |
