

# MATEMATIKA

## KÖZÉPSZINTŰ ÍRÁSBELI VIZSGA

### I.

Időtartam: 45 perc

## Fontos tudnivalók

1. A feladatok megoldására 45 percet fordíthat, az idő leteltével a munkát be kell fejeznie.
2. A megoldások sorrendje tetszőleges.
3. A feladatok megoldásához szöveges adatok tárolására és megjelenítésére nem alkalmas zsebszámológépet és bármilyen négyjegyű függvénytáblázatot használhat, más elektronikus vagy írásos segédeszköz használata tilos!
4. **A feladatok végeredményét az erre a célra szolgáló keretbe írja**, a megoldást csak akkor kell részleteznie, ha erre a feladat szövege utasítást ad!
5. A dolgozatot tollal írja, az ábrákat ceruzával is rajzolhatja. Az ábrákon kívül a ceruzával írt részeket a javító tanár nem értékelheti. Ha valamilyen megoldást vagy megoldásrészletet áthúz, akkor az nem értékelhető.
6. Minden feladatnak csak egy megoldása értékelhető. Több megoldási próbálkozás esetén egyértelműen jelölje, hogy melyiket tartja érvényesnek!
7. Kérjük, hogy **a szürkített téglalapokba semmit ne írjon!**

1. Adottak a következő halmazok:

$$A = \{1; 2; 4; 5; 9; 10; 14; 15\}$$

$$B = \{2; 3; 5; 9; 10; 11; 19\}$$

$$C = \{1; 2; 7; 8; 9; 14; 19\}$$

Elemei felsorolásával adja meg a  $B \cap A$  és  $(B \cup C) \setminus A$  halmazokat!

$B \cap A = \{ \quad \quad \quad \}$	1 pont	
$(B \cup C) \setminus A = \{ \quad \quad \quad \}$	2 pont	

2. Hány éle van egy kilencpontú teljes gráfnak?

	2 pont	
--	--------	--

3. Tekintsük a következő állítást: *Minden zokninak van párja.*

Az alábbi állítások közül válassza ki azokat, amelyek tagadásai ennek az állításnak!

A: Nincs olyan zokni, aminek van párja.

B: Semelyik zokninak sincs párja.

C: Nem minden zokninak van párja.

D: Van olyan zokni, aminek nincs párja.

	2 pont	
--	--------	--

4. Egy mértani sorozat harmadik tagja 0,8, hányadosa 2. Adja meg a sorozat hetedik tagját és az első kilenc tagjának az összegét! Megoldását részletezze!

	2 pont	
A hetedik tag:	1 pont	
Az első kilenc tag összege:	1 pont	

5. Egyszerűsítse a következő törtet:  $\frac{x^2+4x+4}{x^2-4}$ , ahol  $x \neq \pm 2$ !

A tört egyszerűsített alakja:	3 pont	
-------------------------------	--------	--

6. Egy 120 g-os sütiben 54 g töltelék van. A süti tömegének hány százaléka töltelék?

A süti %-a töltelék.	2 pont	
----------------------	--------	--

7. Egy derékszögű háromszög egyik befogója 7 cm hosszú, ezzel szemközti szöge  $43^\circ$ -os. Számítsa ki a másik befogó hosszát! Megoldását részletezze!

		2 pont	
A másik befogó hossza:	cm	1 pont	

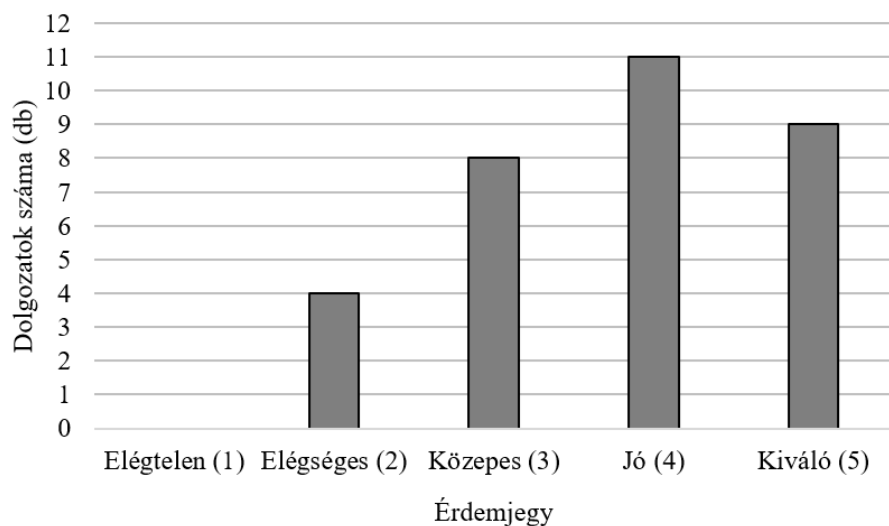
8. Egy henger átmérője 4 dm, magassága 1,2 m. Hány négyzetméter a test felszíne?

A henger felszíne:	$m^2$	2 pont	
--------------------	-------	--------	--

9. Számítsa ki a  $P(4; -2)$  és  $D(0; 3)$  pontok távolságát!

	2 pont	
--	--------	--

10. Az alábbi diagramon egy magyar dolgozat eredményeit foglaltuk össze. Adja meg az adathalmaz móduszát, mediánját és terjedelmét!

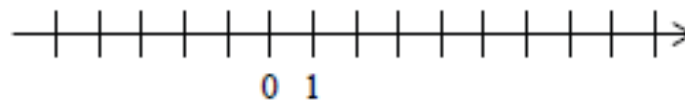


Módusz:	1 pont	
Medián:	1 pont	
Terjedelem:	1 pont	

11. Háromféle színű gyöngyünk van: piros, kék és zöld (mindegyikből sok). 4 gyöngyöt szeretnénk egymás után felfűzni. Hányféleképpen tehetjük ezt meg?

	2 pont	
--	--------	--

12. Ábrázolja a számegyenesen a valós számok halmazán értelmezett  $x^2 < 16$  egyenlőtlenség megoldását!



2 pont	
--------	--

		pontszám	
		maximális	elért
I. rész	1. feladat	3	
	2. feladat	2	
	3. feladat	2	
	4. feladat	4	
	5. feladat	3	
	6. feladat	2	
	7. feladat	3	
	8. feladat	2	
	9. feladat	2	
	10. feladat	3	
	11. feladat	2	
	12. feladat	2	
	<b>ÖSSZESEN</b>		<b>30</b>



# MATEMATIKA

## KÖZÉPSZINTŰ ÍRÁSBELI VIZSGA

### II.

Időtartam: 135 perc



## Fontos tudnivalók

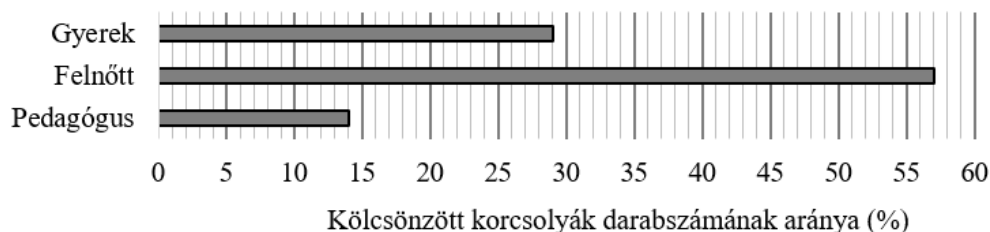
1. A feladatok megoldására 135 percet fordíthat, az idő leteltével a munkát be kell fejeznie.
2. A feladatok megoldási sorrendje tetszőleges.
3. A **B** részben kitűzött három feladat közül csak kettőt kell megoldania. **A nem választott feladat sorszámát írja be a dolgozat befejezésekor az alábbi négyzetbe!** Ha a javító tanár számára *nem derül ki egyértelműen*, hogy melyik feladat értékelését nem kéri, akkor a kitűzött sorrend szerinti legutolsó feladatra nem kap pontot.



4. A feladatok megoldásához szöveges adatok tárolására és megjelenítésére nem alkalmas zsebszámológépet és bármilyen négyjegyű függvénytáblázatot használhat, más elektronikus vagy írásos segédeszköz használata tilos!
5. **A megoldások gondolatmenetét minden esetben írja le, mert a feladatra adható pontszám jelentős része erre jár!**
6. **Ügyeljen arra, hogy a lényegesebb részszámítások is nyomon követhetők legyenek!**
7. A gondolatmenet kifejtése során **a zsebszámológép használata – további matematikai indoklás nélkül – a következő műveletek elvégzésére fogadható el:** összeadás, kivonás, szorzás, osztás, hatványozás, gyökvonás,  $n!$ ,  $\binom{n}{k}$  kiszámítása, a függvénytáblázatban fellelhető táblázatok helyettesítése ( $\sin$ ,  $\cos$ ,  $\operatorname{tg}$ ,  $\log$  és ezek inverzei), a  $\pi$  és az  $e$  szám közelítő értékének megadása, nullára rendezett másodfokú egyenlet gyökeinek meghatározása. További matematikai indoklás nélkül használhatók a számológépek bizonyos statisztikai mutatók kiszámítására (átlag, szórás) abban az esetben, ha a feladat szövege kifejezetten nem követeli meg az ezzel kapcsolatos részletszámítások bemutatását is. **Egyéb esetekben a géppel elvégzett számítások indoklás nélküli lépéseknek számítanak, azokért nem jár pont**
8. A feladatok megoldásánál használt tételek közül az iskolában tanult, névvel ellátott tételeket (pl. Pitagorasz-tétel, magasságtétel) nem kell pontosan megfogalmazva kimondania, elég csak a tétel megnevezését említenie, *de alkalmazhatóságát röviden indokolnia kell.*
9. A feladatok végeredményét (a feltett kérdésre adandó választ) szöveges megfogalmazásban is közölje!
10. A dolgozatot tollal írja, az ábrákat ceruzával is rajzolhatja. Az ábrákon kívül a ceruzával írt részeket a javító tanár nem értékelheti. Ha valamilyen megoldást vagy megoldásrészletet áthúz, akkor az nem értékelhető.
11. Minden feladatnak csak egy megoldása értékelhető. Több megoldási próbálkozás esetén **egyértelműen jelölje**, hogy melyiket tartja érvényesnek!
12. Kérjük, hogy **a szürkített téglalapokba semmit ne írjon!**

**A**

- 13.** Egy budapesti jégpálya különböző szolgáltatásokat nyújt. Többek között lehet korcsolyát bérelni, melynek 3 különböző árkategóriája van: gyerek, felnőtt és pedagógus. A diagramon azt ábrázoltuk, hogy milyen eloszlásban kölcsönöztek októberben az emberek korcsolyát.



A kölcsönzés díja gyerekeknek 2300 Ft, felnőtteknek 3000 Ft, pedagógusoknak 2700 Ft. A jégpálya korcsolyabérlésből származó bevétele októberben 1 338 900 Ft volt.

- a) Mekkora volt a bevétel a gyerekek és a pedagógusok által kölcsönzött korcsolyákból külön-külön, ha 277 (nem pedagógus) felnőtt kölcsönzött korcsolyát?

A tapasztalatok szerint októberben folyamatosan nő a korcsolyázni érkezők száma. A pálya rendbehozatalának, a kölcsönzött korcsolyák élezésének az együttes ideje emiatt napról-napra ugyanannyi perccel nő. A pálya október 15-én nyitott ki, és minden ezutáni októberi napon nyitva volt. Október 16-án és 17-én összesen 77 percig, október 20-án pedig 49 percig tartott a két fenti tevékenység elvégzése.

- b) Októberben összesen hány percbe telik a fenti munkák elvégzése?

a)	6 pont	
b)	7 pont	
<b>Ö.:</b>	13 pont	



- 14. a)** Oldja meg az alábbi egyenlőtlenséget a valós számok halmazán!

$$x^2 + 2x - 3 < 0$$

Andrisnak kétféle építőkockája van: piros és kék. Minden piros pontosan ugyanolyan, és minden kék is pontosan ugyanolyan, de a piros kockák különböznek a kékektől. Andris először három kék és egy piros kockát tett a mérlegre, ami így 217 g-ot mutatott. Ha viszont két kéket és három pirosat mért le egyszerre, a mérleg 329 g-ot mutatott.

- b)** Mekkora tömegű egy kék és egy piros kocka külön-külön?

<b>a)</b>	5 pont	
<b>b)</b>	6 pont	
<b>Ö.:</b>	11 pont	



- 15.** Egy középiskolásokból létrejött 5 fős társaság 8 alkalomból álló vetítéssorozatot szervezett a környezetvédelem témakörében. Az első vetítésre 52-en jöttek el, az utolsóra viszont már csak 19-en.
- a) Két vetítési alkalom között mindig ugyanannyi százalékkal csökkent a nézők száma. Hány százalék ez az alkalmankénti csökkenés? Válaszát egész százalékra kerekítve adja meg!
- b) A vetített videó hossza az alkalmak előrehaladtával mindig 5%-kal volt nagyobb. Ha a második videó 37 perces volt, akkor hány perces volt a 6. videó? Válaszát egész percre kerekítve adja meg!

a)	8 pont	
b)	4 pont	
<b>Ö.:</b>	12 pont	





## B

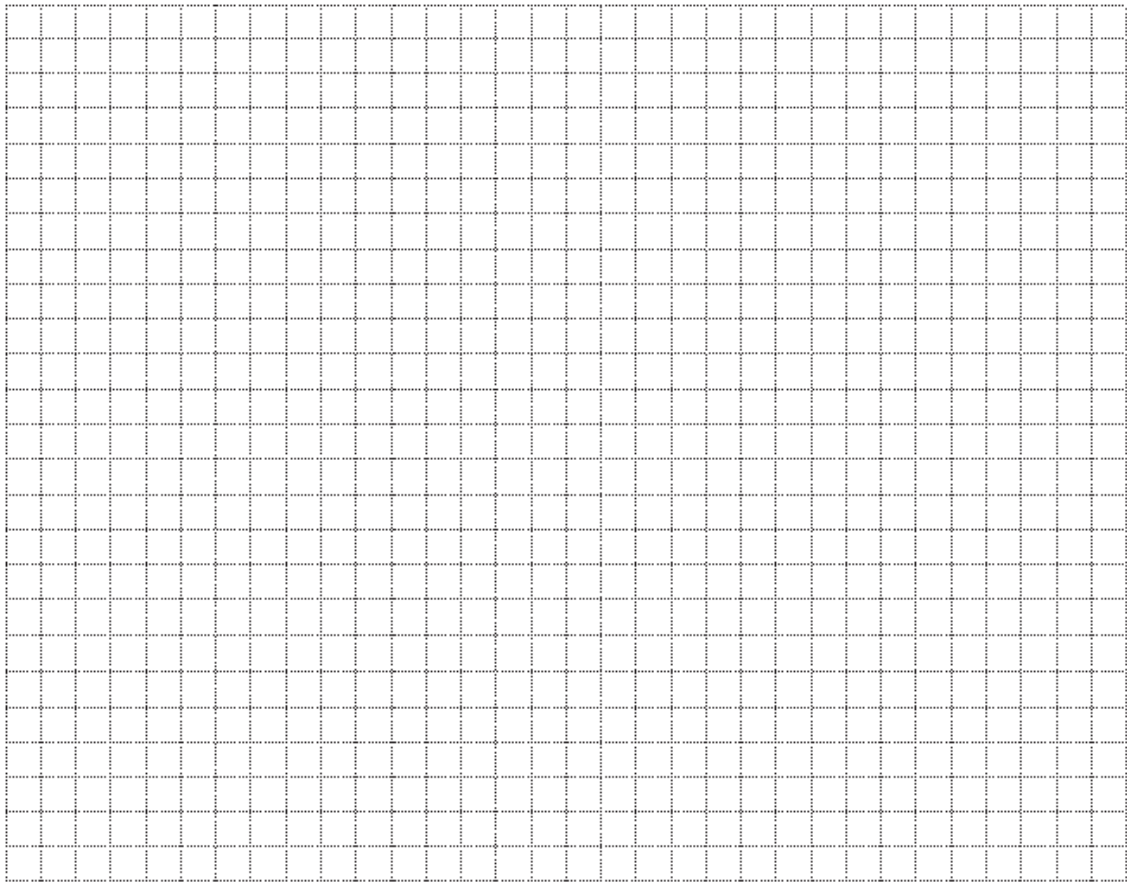
**A 16-18. feladatok közül tetszése szerint választott kettőt kell megoldania.**

**A kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon lévő üres négyzetbe!**

**16.** Az  $ABC$  háromszög két csúcsa  $A(1; -1)$  és  $C(-1; 5)$ . A  $BC$  oldal egyenesének egyenlete  $x + 4y = 19$ , az  $AB$  oldal egyenesének egyenlete  $-5x + 2y = -7$ .

- a) Határozza meg a  $B$  csúcs koordinátáit!
- b) Határozza meg a  $B$  csúcshoz tartozó súlyvonal hosszát!
- c) Számítsa ki, hogy mekkora  $B$  csúcshoz tartozó súlyvonal és az  $AB$  oldal által bezárt szög!

<b>a)</b>	7 pont	
<b>b)</b>	4 pont	
<b>c)</b>	6 pont	
<b>Ö.:</b>	17 pont	



**A 16-18. feladatok közül tetszése szerint választott kettőt kell megoldania.**

**A kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon lévő üres négyzetbe!**

**17.** Egy üreges, minden pontján 2 mm-es falvastagságú, gömb alakú cicajáték műanyagból készül, melyben van egy fakocka. A játék külső átmérője 4,8 cm. Azt szeretnénk, hogy a fakocka zörögni tudjon a gömbben, emiatt a kocka testátlójának hossza legalább 4 mm-rel kisebb kell, hogy legyen, mint a gömb belső átmérője.

- a) Hány  $\text{cm}^3$ -nyi műanyag kell egy ilyen cicajáték elkészítéséhez?
- b) Mekkora a térfogata a legnagyobb fakockának, amit a cicajátékba tehetünk?

Válaszait egy tizedre kerekítve adja meg!

A cicajáték minőségellenőrzése során megállapították, hogy a játékok 4%-ában túl nagy a fakocka. Egy új ellenőrzés során véletlenszerűen kiválasztanak 15 cicajátékot a nagy mennyiségben legyártott termékekből.

- c) Mekkora annak a valószínűsége, hogy legfeljebb 1 játékban túl nagy a fakocka?

a)	4 pont	
b)	6 pont	
c)	7 pont	
<b>Ö.:</b>	17 pont	



**A 16-18. feladatok közül tetszése szerint választott kettőt kell megoldania.**

**A kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon lévő üres négyzetbe!**

**18.** Egy 47 fős turistacsoportból 8-an mentek el bújárkodni, és 35-en nézték meg a múzeumot. 5 ember mindkét programon részt vett. Azok közül, akik elmentek a helyi étterembe, 4-en bújárkodtak is, és 27-en a múzeumba is elmentek. Összesen 3 fő vett részt mindhárom tevékenységen. 5-en egyik programon sem vettek részt.

a) Adja meg annak a valószínűségét, hogy véletlenszerűen kiválasztva egy turistát, az a turista volt étteremben! Válaszát 3 tizedesjegyre kerekítve adja meg!

A csoport idegenvezetője szeretne egy összeállítást készíteni néhány élménybeszámoló-ról. Szeretne kiválasztani 3 olyan embert, aki nem bújárkodott és nem ment múzeumba, illetve 2 olyan embert, aki volt a múzeumban és étteremben is. Úgy akarja összeszerkeszteni a beszámolókat, hogy azon két ember beszámolója, akik voltak a múzeumban és étteremben is, ne egymás után legyen.

b) Hányféle ilyen élménybeszámoló-összeállítás készülhet?

Az idegenvezetőket értékelni lehet egy online felületen. Ennek a turistacsoportnak az idegenvezetője eddig 3 pozitív és 2 negatív értékelést kapott.

c) Adja meg annak a valószínűségét, hogy az értékelések közül véletlenszerűen elolvasva kettőt a két negatív értékelést olvassuk el!

a)	7 pont	
b)	7 pont	
c)	3 pont	
<b>Ö.:</b>	17 pont	



	a feladat sorszám	pontszám		
		maximális	elért	összesen
II. A rész	13.	13		
	14.	11		
	15.	12		
II. B rész		17		
		17		
		← nem választott feladat		
<b>ÖSSZESEN</b>		<b>70</b>		

	pontszám	
	maximális	elért
I. rész	30	
II. rész	70	
<b>Az írásbeli vizsgarész pontszáma</b>	<b>100</b>	