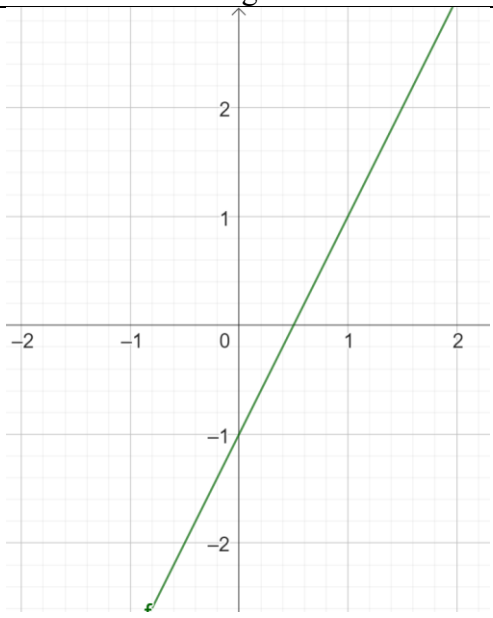
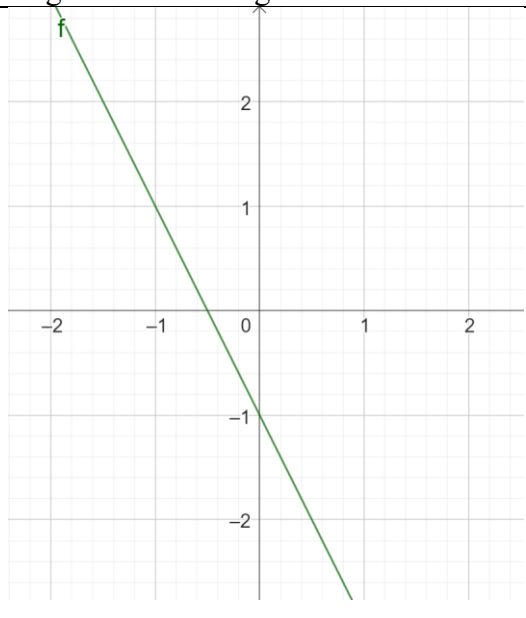


Teszt:

Függvények

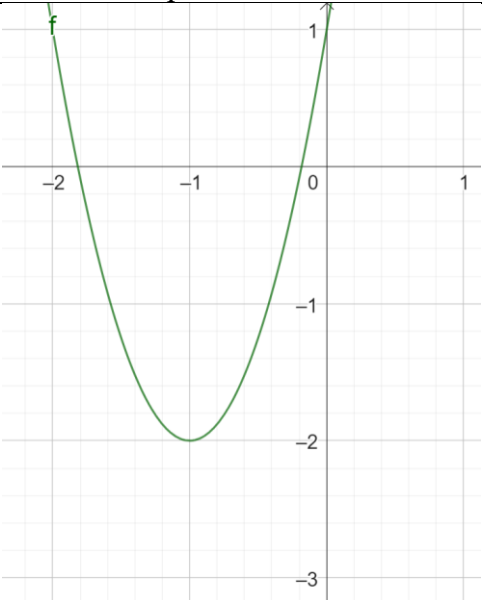
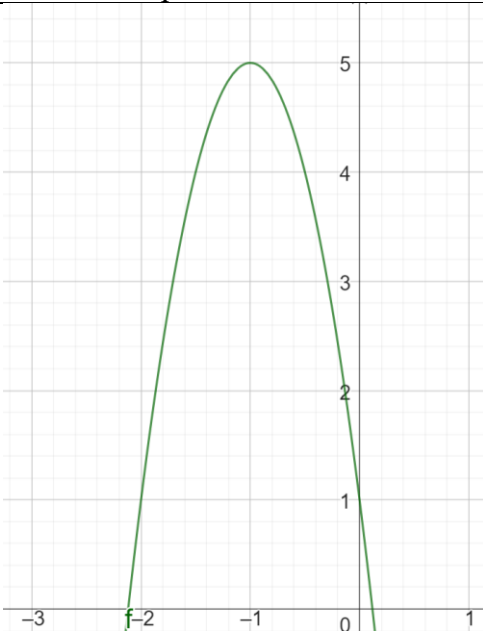
Lineáris (elsőfokú) függvények

Meredekséget mindig az x előtt szám határozza meg, ha x előtt pozitív szám van, akkor lesz pozitív meredekségű, ha negatív, akkor lesz negatív meredekségű

Pozitív meredekségű	Negatív meredekségű
	
Pl.: $f(x) = -1 + 2x$	Pl.: $f(x) = -1 - 2x$
Tulajdonságok: Nincs minimum, Nincs maximum Végig növekvő	Tulajdonságok: Nincs minimum, Nincs maximum Végig csökkenő

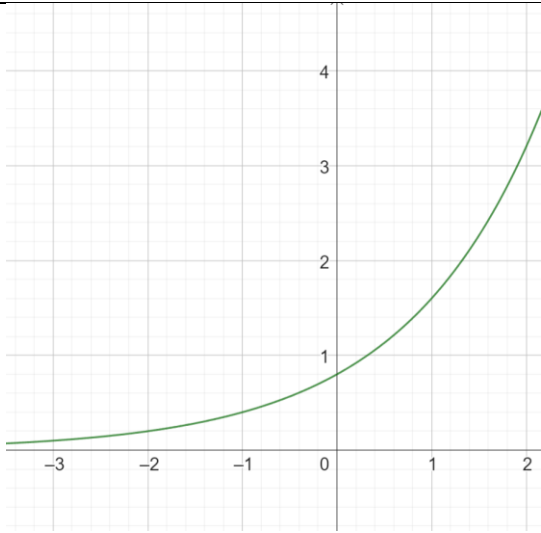
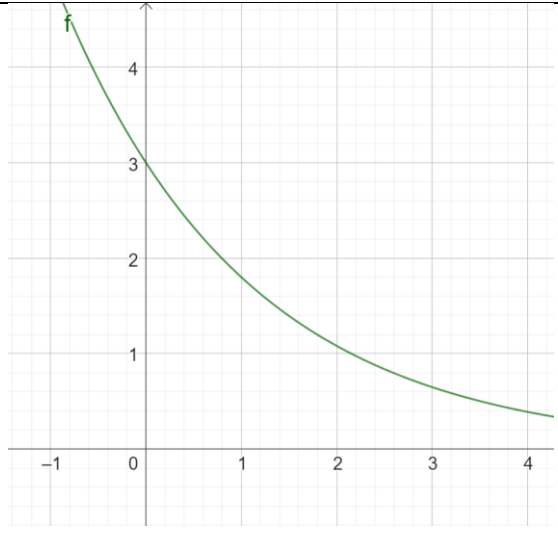
Másodfokú függvények

Azt, hogy a parabola felfelé vagy lefelé néz az határozza meg, hogy a négyzetes tag előtt (x^2) pozitív vagy negatív szám van. Ha pozitív szám van előtte, akkor felfelé néz a parabola. ha negatív szám van előtte, akkor lefelé néz a parabola.

Felfelé néző parabola	Lefelé néző parabola
	
Pl.: $f(x) = 3x^2 + 6x + 1$	Pl.: $f(x) = -4x^2 - 8x + 1$
Tulajdonságok: Minimum A bal oldal részen csökken (Példánál -1-ig) A jobb oldali részen nő (Példánál -1-től)	Tulajdonságok: Maximum A bal oldal részen nő (Példánál -1-ig) A jobb oldali részen csökken (Példánál -1-től)

Exponenciális függvények

Az, hogy az exponenciális függvény növekvő, vagy csökkenő az határozza meg, hogy a **hatvány alapja** 1-nél kisebb, vagy 1-nél nagyobb. Ha 1-nél kisebb a **hatvány alap**, akkor csökkeni fog, ha 1-nél nagyobb a **hatvány alap**, akkor növekedni fog. Az előtte lévő szorzó tényező nem befolyásol semmit.

Növekvő	Csökkenő
	
Pl.: $f(x) = 0,8 \cdot 2^x$	Pl.: $f(x) = 3 \cdot 0,6^x$
Tulajdonságok: Nincs minimum, Nincs maximum Végig növekvő	Tulajdonságok: Nincs minimum, Nincs maximum Végig csökkenő

Melyik egyenes párhuzamos a megadottal?

Akkor lesz két egyenes párhuzamos, ha a bal oldalon az egyik egyenes x és y előtti szorzótényezője, valahányszorosa a másik egyenes x és y előtti szorzótényezőjének (Legtöbbször a jó válasznál a kétszerese, vagy a -2-szerese szokott lenni)

Kamatos kamat feladat

n – évek száma

p – kamatláb

q – kamattényező

T_0 – berakott pénz

T_n – n év után bankba levő pénz

1. lépés q meghatározása:

$$q = \frac{100 + p}{100}$$

Ha $p = 4,8\%$

$$q = \frac{100 + 4,8}{100} = \frac{104,8}{100} = 1,048$$

2. lépés képlet felírása:

$$T_n = T_0 \cdot q^n$$

Ha $n = 6$, $T_6 = 33\,121\text{ Ft}$, $p = 4,8\%$ és T_0 a kérdés

$$T_6 = T_0 \cdot q^6$$

$$33\,121 = T_0 \cdot 1,048^6 \rightarrow T_0 = \frac{33\,121}{1,048^6} = 24\,999,75\text{ Ft} \rightarrow \text{egészre kerekítve } 25\,000\text{ Ft}$$

Beírásnál figyelni kell, hogy 25000 -ként írjuk be szóköz nélkül

Gyökös feladat

$$\sqrt[m]{a^n} = a^{\frac{n}{m}}$$

A gyökös kifejezés előtti szorzótényezővel nem csinálunk semmit, az marad. A **hatvány kitevő** megy a tört számlálójába (felülre), a **gyökkitevő** megy a tört nevezőjébe (alulra).

Példa:

$$3 \cdot \sqrt[8]{x^9} = 3 \cdot x^{\frac{9}{8}}$$

Bevétel, költség, profit

Átlag függvények esetén mindig a mennyiséggel osztjuk a függvényt (Leggyakoribb az átlagköltség függvény, de lehetne átlag bevétel, és átlag profit függvény is)

$$\text{Átlagköltség: } AC = \frac{C}{q}$$

Határfüggvények esetén mindig deriválunk (Leggyakoribb a határprofit, de van határbevétel és határköltség függvény is)

Deriválás jelölése: '

Határprofit: Pr'

Határbevétel: R'

Határköltség: C'

Határprofit értelmezése:

Ha 10 kg esetén a határprofitra 31 jön ki: Ha 10 kg-ról 11 kg-ra növeljük a termelést a profit 31€-val fog megnőni.

Ha 5 kg esetén a határprofitra -13 jön ki: Ha 5 kg -ról 6 kg-ra növeljük a termelést a profit 13€-val csökken le.

Bevétel függvény:

Úgy kapjuk, hogy az egységár függvényt (p) szorozzuk a mennyiséggel (x vagy q)

Jelölése:

Angolosan: R

Magyarosan: B

$$B = p(x) \cdot x$$

Költség függvény:

Úgy kapjuk, hogy a változó költséget szorozzuk a mennyiséggel (x vagy q), és ehhez hozzáadjuk a fix költséget

Jelölése:

Angolosan: C

Magyarosan: K

Példa: változó költség 30 € a fix költség 600 €

$$K(x) = 30x + 600$$

Átlagköltség függvény:

$$AC = \frac{C}{x} \text{ vagy } \frac{C}{q}, \text{ attól függően mivel jelöltük a mennyiséget}$$

Profit függvény:

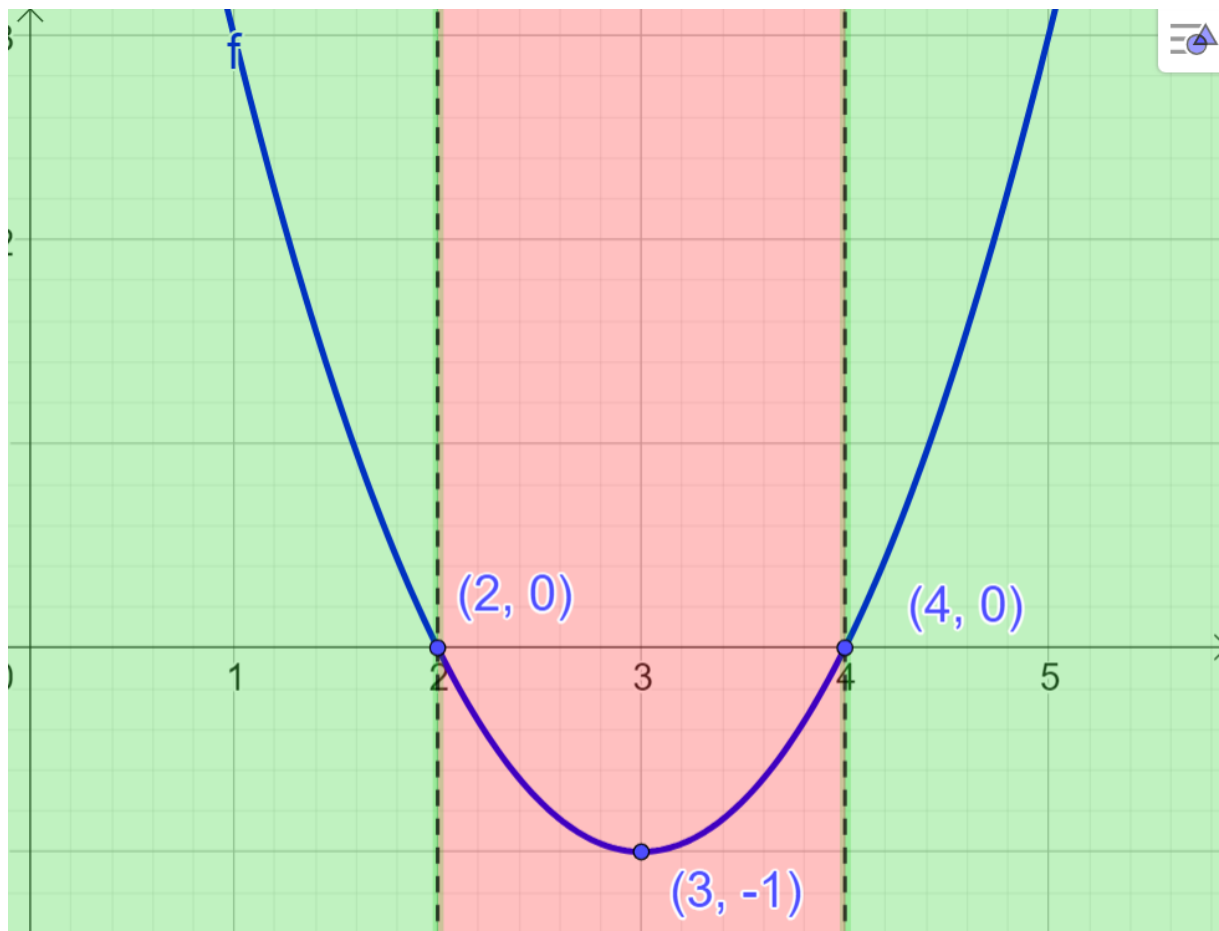
A bevétel függvény (B vagy R) és a költség függvény (C vagy K) különbsége

Jelölése: pr vagy Pr (érdemes lehet a Pr jelölést használni (nagy P-vel), mert az egységár függvény p -vel (kis p-vel) van jelölve, és ebbe néha belekavarodik a Geogebra)

$$Pr = R - C$$

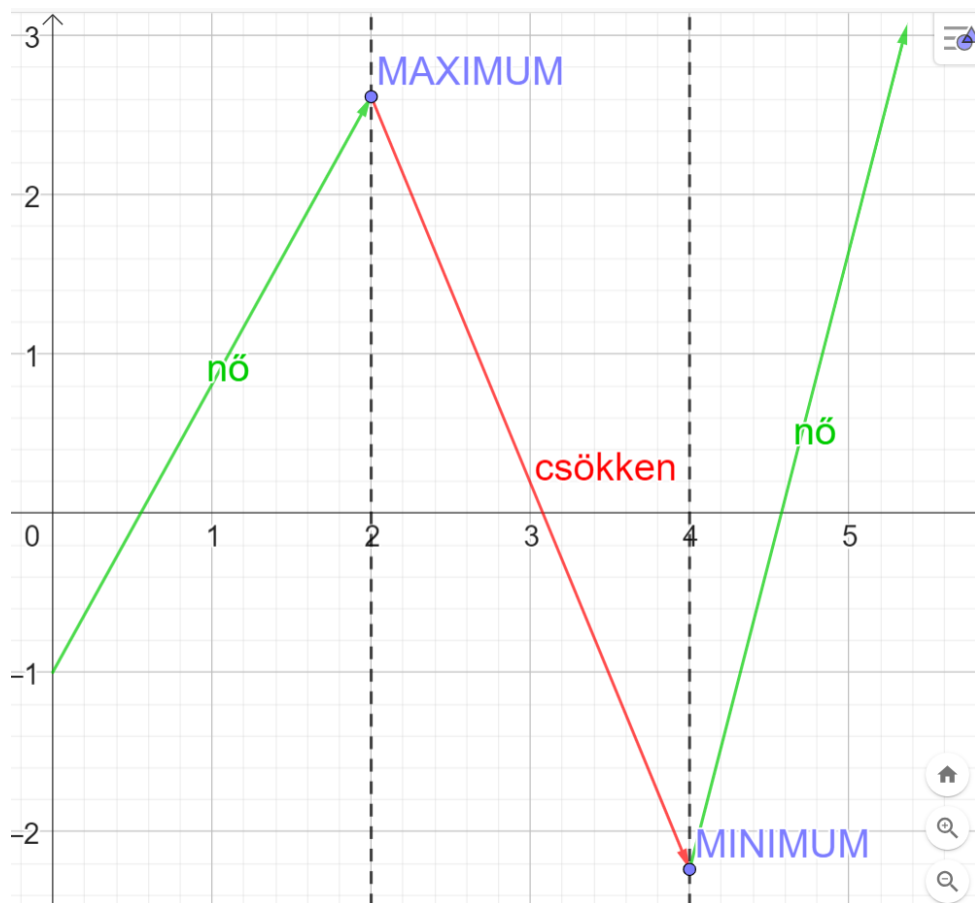
$$PR = B - K$$

Függvény deriváltja van megadva:



Ahol a derivált függvény az x tengely alatt van az eredeti függvény ott lesz csökkenő (Példánál a pirossal jelölt rész 2 és 4 között)

Ahol a derivált függvény az x tengely fölött van az az eredeti függvény ott lesz növekvő (Példánál 0 és 2 között, valamint 4-től nagyobb termelés esetén) (azért 0 és 2 között, mert negatív termelés nem lehetséges)



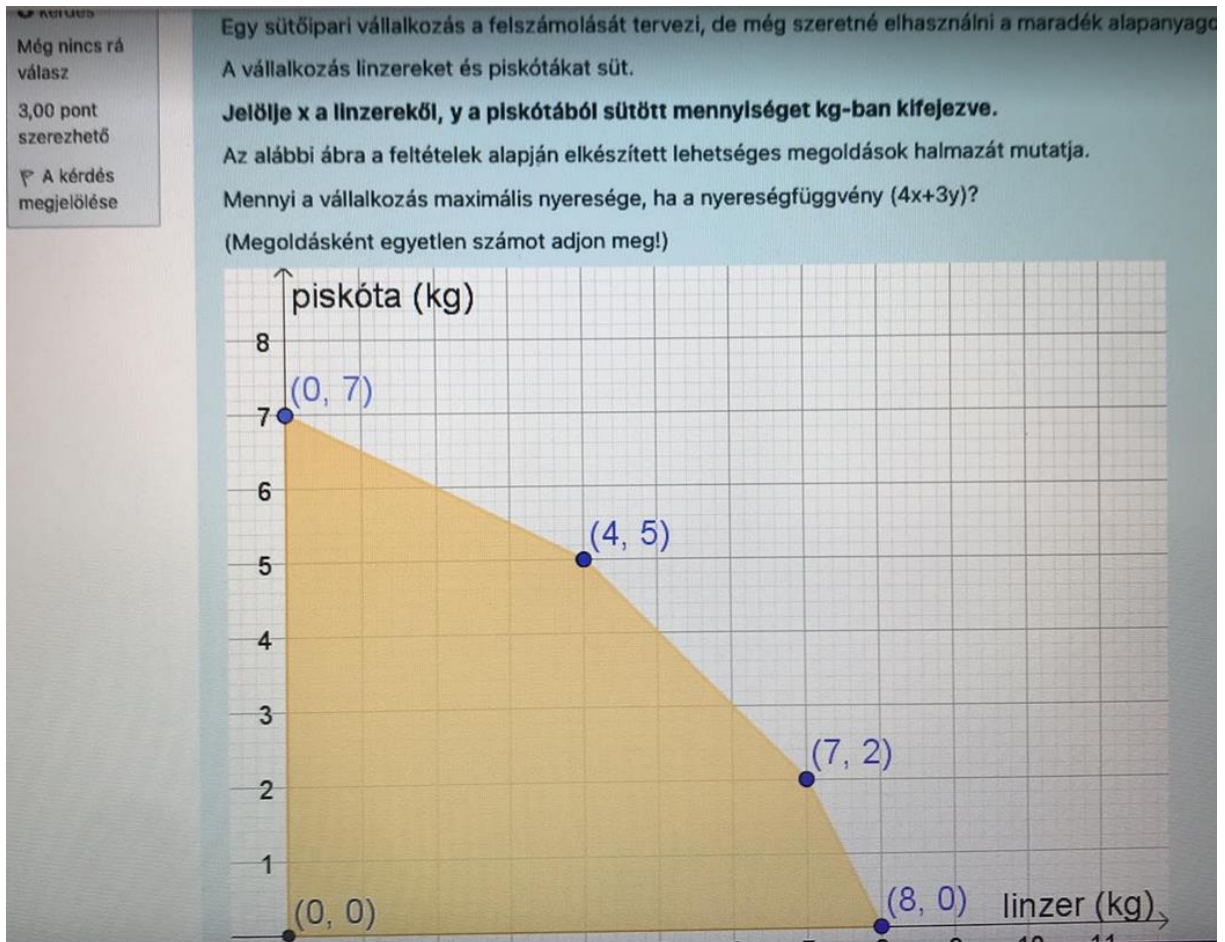
Az eredeti függvény így fog kinézni (nyilván nem egyenesekből fog állni, hanem görbe vonalakból, csak szemléltetéskén van egyenessel bejelölve)

Ez tetszőlegesen van felvéve, tehát a nyilak kezdő és vég pontjai random helyeken vannak, senki ne kezdje el keresni, hogy az első nyíl miért a $(0, -1)$ pontból és miért a $(2, 2,5)$ pontba mutat

2 kg termelésnél lesz maximum (ahol a derivált függvény átmegy az x tengelyen és az eredeti függvény előtte nőtt utána csökkent)

4 kg termelésnél lesz minimum (ahol a derivált függvény átmegy az x tengelyesen és az eredeti függvény előtte csökkent utána nőtt)

Ilyen típusú feladatok



Ha így van megadva, akkor a 4 bejelölt pont $(0,0)$ -t nem kell) x és y koordinátáit kell behelyettesíteni a nyereség vagy költség függvénybe (attól függően melyik van megadva). x helyére a pont x (1.) koordinátáját helyettesítjük y helyére a pont y (2.) koordinátáját helyettesítjük. Így kapunk 4 számot, a 4 szám közül a legnagyobbat vagy a legkisebbet írjuk be (attól függően, hogy a feladat minimumra vagy maximumra kíváncsi).

Ilyen típusú feladatok

1 kérdés

Még nincs rá
válasz

3,00 pont
szerezhető

A kérdés
megjelölése

Egy fesztiválra énekkarokat és tánccsoportokat szeretnének meghívni. Minden csoport igényli, hogy a fesztivál előtt néhány órát próbálhassanak egy teremben.

Jelölje x az énekkari csoportok számát, míg y tánccsoportok számát.

A szervezők három terem szeretnének bérelni. A terem bérlésénél egy minimum óraszámot mindenképpen ki kell fizetni. A terem bérlésének idejére (óra) az alábbi feltételek vannak:

kicsi terem bérlésének ideje: $x+2y \geq 15$

közepes terem bérlésének ideje: $x+y \geq 10$

nagy terem bérlésének ideje: $2x+3y \geq 30$

Melyik terem bérlésének idejére teljesül a feltétel a (5,6) pontban?

Válasszon ki egyet:

- ☐ a. Csak a nagy teremre.
- ☐ b. Csak a közepes teremre.
- ☐ c. Egyik teremre sem.
- ☐ d. Csak a kis és közepes teremre.
- ☐ e. Mindegyik teremre.
- ☐ f. Csak a közepes és nagy teremre.
- ☐ g. Csak a kis és nagy teremre.
- ☐ h. Csak a kis teremre.

Ennél pedig x és y helyére mind a 3 terem (feltétel) esetén behelyettesítjük a megadott pont x (1.) és y (2.) koordinátáját és amelyekre teljesül az egyenlőtlenség az lesz a jó válasz.

Ilyen típusú feladatok

5 kérdés

Még nincs rá válasz

3,00 pont
szerezhető

🚩 A kérdés
megjelölése

Egy természetvédelmi területen a szarvasok állománya a $P(x)$ függvény szerint változott, ahol x a 2000. év óta eltelt évek számát mutatja. Hogyan változott a szarvasok állománya évente?

$$P(x) = 600 \cdot 0,98^x$$

Válasszon ki egyet:

- ☐ a. évente 600 egyeddel nőtt.
- ☐ b. évente 0,98 %-kal csökkent
- ☐ c. évente 9,8 %-kal csökkent
- ☐ d. évente 9,8 %-kal nőtt
- ☐ e. évente 98 egyeddel nőtt
- ☐ f. évente 2 %-kal csökkent
- ☐ g. évente 0,98 %-kal nőtt

$0,98^x$ függvény jelentése: Mindig a 0,98-szorosára változik → Mindig a 98%-át vesszük ($0,98 \cdot 100 = 98\%$), ez azt jelenti, hogy 2%-kal csökken minden évben ($100\% - 2\% = 98\%$)

Ha $1,03^x$ -en lenne

$1,03^x$ függvény jelentése: Mindig az 1,03-szorosára változik → Mindig a 103%-át vesszük ($1,03 \cdot 100 = 103\%$), ez azt jelenti, hogy 3%-kal nő minden évben ($100\% + 3\% = 103\%$)

Geogebra:

Az 1., 2. és 3. feladatot GeoGebrával a 4. feladatot Excelben oldja meg.

Minden ggb feladatról készítsen egy külön ggb file-t, és töltsse fel a megadott helyre.

A 4. feladathoz tartozó excel file-t megtalálja a Moodle-ben a feladatokat tartalmazó „teszt” alatt. Ebben az excel táblában oldja meg a 4. feladatot. A 4. feladathoz talál kiegészítő információkat az alábbiakban.

A feltöltött dokumentumok neve: **név_feladat száma_dátum**

(A névhez saját nevét írja, feladat száma 1, 2, 3 vagy 4, a dátumhoz a vizsga idejét írja!)

Az alábbi feladatokban a képletekben szereplő k helyére azt a számot írják, ahány karakterből áll az első becézetlen keresztnévük (pl.: Kiss Zsuzsanna Petra esetén $k = 9$)

k értéke a keresztnév betűinek száma lesz

1. (20 pont) Egy termék árának alakulása a kereslet függvényében:

$$p(x) = (70 + k) \cdot e^{-0,015x}$$

(x a termelt és eladott mennyiség kg-ban, p az egységár €-ban adott)

A termék előállításának változó költsége 30 €/kg, míg a fix költsége 400 €.

(A geogebrás megoldáshoz a **tengelyarányt 1:10** arányúnak célszerű beállítani!)

a) Írja fel a **bevételefüggvényt** a termelés függvényében!

b) Határozza meg az **összköltségfüggvényt** a termelés függvényében!

c) Határozza meg a **profit függvényt** a termelés függvényében! **Ábrázolja a profit függvényt!**

d) Mely kereslet esetén maximális a profit? Mekkora ebben az esetben az egységár és a profit értéke?

e) Mekkora termelés lesz pozitív a profit?

e) Mekkora a határprofit értéke, ha a termelés $(k \cdot 10)$ kg? Értelmezze a végeredményt?

Lépések:

Tengelyarány beállítása

$k = \dots$ érték beírása paraméterként (opcionális)

Objektumtípus szerinti rendezés (opcionális)

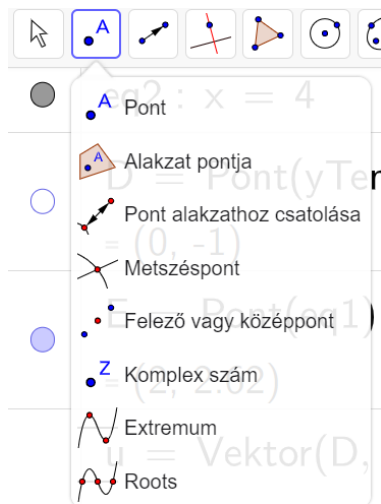
p függvény beírása (Classic 5-nél figyelve, hogy az x is a kitevőbe legyen, ha olyan a függvény)

Bevétel függvény beírása: $B(x) = p(x) \cdot x$

Összköltség függvény beírása: $K(x) = \text{változó költség} \cdot x + \text{fix költség}$

Profit függvény beírása: $Pr(x) = B(x) - K(x)$

Maximum keresése (Extremum, vagy maximum függvénnyel)



A maximum x koordinátája lesz a kérdéses termelés, aminél maximális a profit, a y koordinátája pedig a maximális profit

Egységár kiszámítása: $p(A)$ (Ha a maximum pont A-val van jelölve)

e) feladat variációk:

Ha az a kérdés, hogy mikor lesz pozitív a profit (más megfogalmazás: nyereséges a vállalat), akkor a Roots paranccsal találjuk meg azt a két pontot, ahol 0 a profit, ez a két érték között lesz pozitív a profit (nyereséges a vállalat)

Ha az a kérdés, hogy mikor lesz a profit pl. 400 € feletti, akkor beírjuk az $f(x)=400$ függvényt és a metszéspont parancsra kattintva rákattintunk az $f(x)$ és a $Pr(x)$ profit függvényre. Két metszéspont lesz, ez a két érték közötti termelésnél lesz a profit 400€ feletti.

Ha határprofit a kérdés:

Pl.: Határprofit 10 kg termelés esetén

$Pr'(10)=...$ ('-t ne felejtsük el Pr mögé írni)

Ha kapunk $Pr'(10)$ -re 16-ot.

Értelmezés: Ha a termelést 10 kg-ról 11 kg-ra növeljük a profit 16 €-val fog növekedni.

Szöveges válasz írása

2. (15 pont) Tapasztalatok szerint $(60+40 \cdot k)$ fő látogatja naponta az uszodát, ha 4 €-ot kérnek a belépő jegyért. Úgy becslik, hogy minden további 1 €-os áremelésnél 20-szal csökken az uszoda vendégeinek száma. Milyen áron adják a jegyeket, hogy a maximális bevételt ériék el? Hány darabot adnak el ekkor, és mennyi a maximális bevétel?

A geogebra megoldáshoz a tengelyarány: 1:100

Ha nem geogebra-val oldja meg, akkor írjon levezetést! A papíros megoldásról készítsen fényképet, és azt töltsse fel.

Lépések:

Tengelyarány beállítása

$k = \dots$ érték beírása paraméterként (opcionális)

Objektumtípus szerinti rendezés (opcionális)

Két pont felvétele:

$A = (\text{belépőjegy ára}, \text{látogatók száma})$

$B = (\text{belépőjegy emelt ára}, \text{látogatók csökkentett száma})$

Görbeillesztés Egyenes(A,B) begépelése

A kapott egyenes átírása függvényre (Látogatók(x) függvény)

Bevétel függvény beírása: $\text{Bevétel}(x) = \text{Látogatók}(x) \cdot x$

Maximális bevétel keresése (Extremum vagy Maximum függvény)

A kapott pont x koordinátája lesz a jegy ára, az y koordináta pedig a maximális bevétel

Látogatók kiszámítása maximális bevétel esetén: $\text{Látogatók}(A)$ (Ha a maximum pont A-val van jelölve)

Szöveges válasz írása

3. (20 pont) Egy vadrezervátumban az őzeket kétféle tápanyagkeverékkel etetnek.
 Az „A” keverékben kilogrammonként 6 mg A vitamin, 2 mg B vitamin és 1 mg D vitamin van.
 A „B” keverékben kilogrammonként 5 mg A vitamin, 3 mg B vitamin, és 2 mg D vitamin van.
 Egy őznek a heti vitamin szükséglete $15 \cdot k$ A vitamin, $7 \cdot k$ B vitamin, és $4 \cdot k$ D vitamin.
 Az „A” keverék ára 110 Ft/kg, a „B” keverék ára $(10+20 \cdot k)$ Ft/kg.
 Mennyi „A” illetve „B” keveréket adjanak az őznek, hogy biztosítsák a heti vitamin szükségletét, de az etetés a lehető legkevesebbe kerüljön?
 Mennyi a költség ebben az esetben?
Oldja meg a feladatot a geogebra segítségével! Tengelyarány 1:1.

x: A keverék mennyisége (kg)

y: B keverék mennyisége (kg)

	A keverék	B keverék	Szükséglet
A vitamin (mg)	6	5	$15 \cdot k$
B vitamin (mg)	2	3	$7 \cdot k$
D vitamin (mg)	1	2	$4 \cdot k$
Ár (Ft/kg)	110	$10+20 \cdot k$	

$$x, y \geq 0$$

$$6x + 5y \geq 15k$$

$$2x + 3y \geq 7k$$

$$1x + 2y \geq 4k$$

$$110x + (10 + 20 \cdot k)y \rightarrow \min$$

Lépések:

Geogebra-ba beírni:

$$x \geq 0$$

$$y \geq 0$$

$$6x + 5y \geq 15k$$

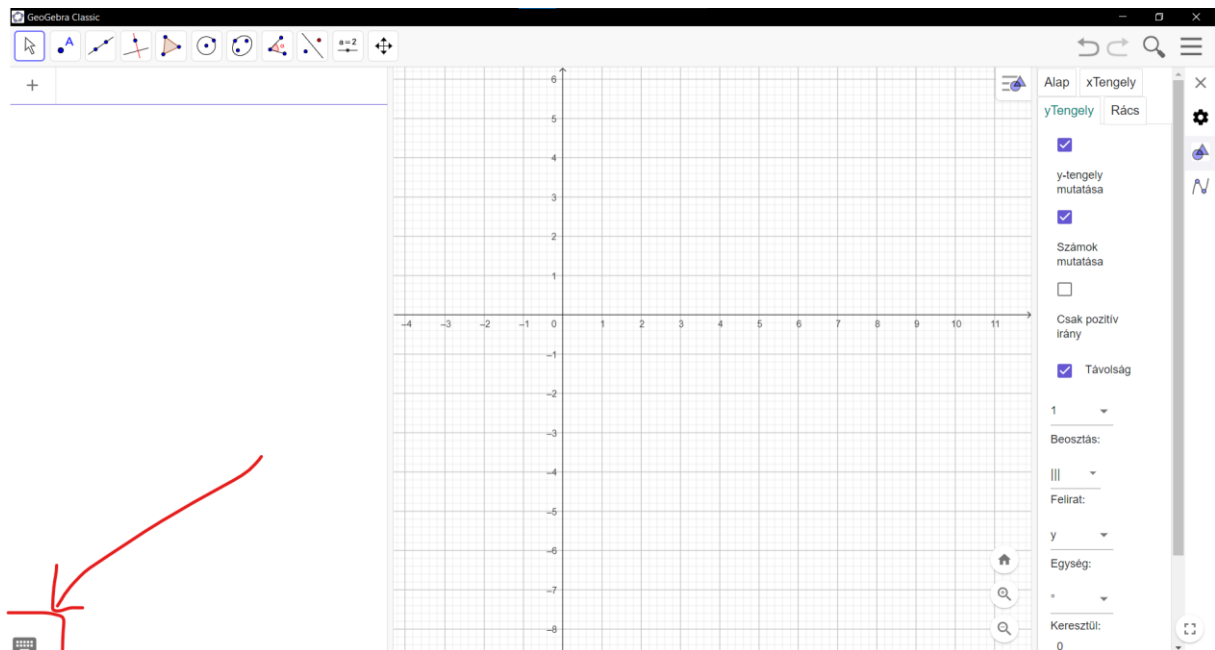
$$2x + 3y \geq 7k$$

$$1x + 2y \geq 4k$$

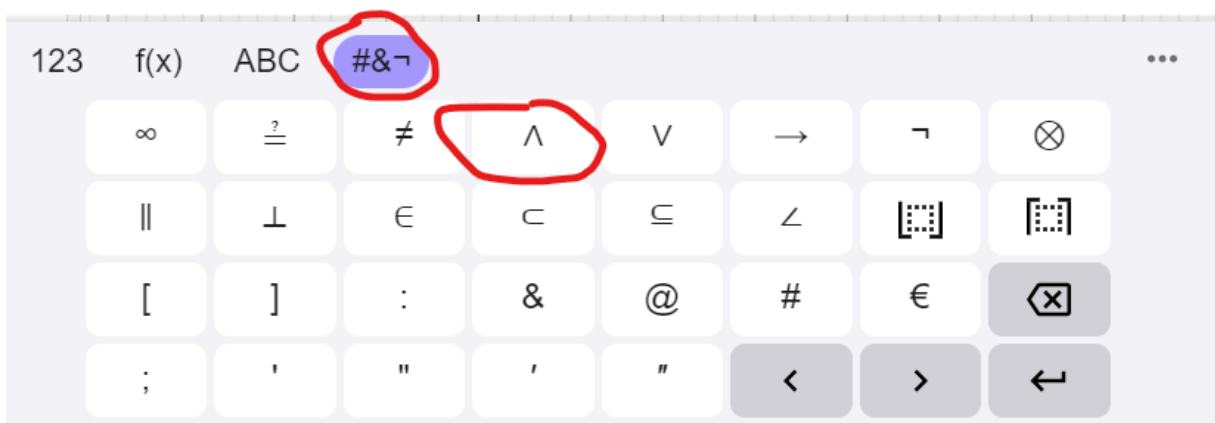
(Geogebra a, b, c, d, e-vel fogja ezeket jelölni)

Megoldás halmaza: $f: a \wedge b \wedge c \wedge d \wedge e$

$\wedge$ jel: Jobb alsó sarokban billentyűzet ikon



Utolsó fül:



Csúcsponatok kiírása (A, B, C, D)

Ha nem olvasható le (nem egész számok a koordináták, akkor megkeressük azt a két feltételt, amik metszéséből kijön a pont felírjuk az egyenes egyenletét ($\geq$ helyett csak simán = jellel)

Pl:

$$6x+5y \geq 15k$$

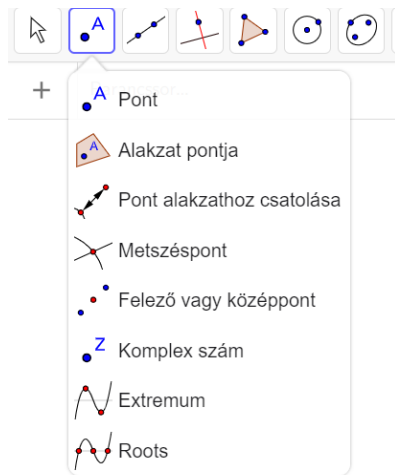
$$2x+3y \geq 7k$$

Ha ez a két feltétel metszésénél van a pont, akkor felírjuk a

$$6x+5y=15k$$

$$2x+3y=7k$$

egyeneseket, és a metszéspont paranccsal megkapjuk a metszéspontot:



Ha megvannak a metszéspontok (általában 3 vagy 4 szokott lenni), akkor a metszéspontok x és y koordinátáit behelyettesítjük a költség/nyereség függvénybe (attól függ melyik van megadva), így kapunk 4 számot, a 4 szám közül kiválasztjuk a legkisebbet, vagy a legnagyobbat (attól függően, hogy a feladat maximumra vagy minimumra kíváncsi) és az lesz a jó megoldás.

Ha pl.: a nyereség függvény $200x+300y$ volt (Egyik terméknél 200 Ft volt egy termék nyeresége, másik terméknél 300 Ft volt egy termék nyeresége)

És a B pont **(10,25)** volt és ezzel jött ki a legnagyobb szám a behelyettesítés után, akkor:

Egyik termékből 10, másik termékből 25 db-ot kell eladni a maximális nyereséghez a maximális nyereség 9500 Ft lesz ($200 \cdot \mathbf{10} + 300 \cdot \mathbf{25}$)

Ellenőrzés: $200x+300y=9500$ (bal oldalon x és y , a jobb oldalon pedig a maximális/minimális érték (attól függően mit kérdezett a feladat))

És látni fogjuk, hogy az egyenes valóban átmegy-e a ponton és ez-e a legfentebbi (maximum esetén), vagy leglentebbi egyenes (minimum esetén), ami még a halmazba van

Szöveges válasz írása

2. (20 pont) Az Alfa vállalatnak 2000-ben (30+k) millió Ft volt a nyeresége, és utána minden évben 2 %-kal tudta növelni a nyereség értékét.

A B vállalat nyeresége 2000-ben **60 millió Ft** volt, és utána minden évben ($k \cdot 0,3$) millió Ft-tal csökkent a nyeresége.

(A geogebra megoldáshoz a **tengelyarányt 1:10** arányúnak célszerű beállítani!)

a) Írja fel az Alfa vállalat nyereségének változását az idő függvényében! (Az x jelölje a 2000. után eltelt évek számát!) Ábrázolja a függvényt!

b) Írja fel a Béta vállalat nyereségének alakulását az idő függvényében! Ábrázolja a függvényt!

c) Állapítsa meg, hogy 2020-ban az Alfa vállalat bevétele hány %-kal volt több a Béta vállalat bevételeinél?

d) Hány év múlva volt a két vállalat nyeresége azonos?

Lépések:

Tengelyarány beállítása

$k = \dots$ érték beírása paraméterként (opcionális)

Objektumtípus szerinti rendezés (opcionális)

Függvények felírása

Százalékos

Ha a vállalat nyeresége 2000-ben **40 millió Ft** volt és nő évi 3%-kal:

$$100\% + 3\% = 103\% \rightarrow 103/100 = \mathbf{1,03}$$

$$\mathbf{40} \cdot \mathbf{1,03}^x$$

Ha a vállalat nyeresége 2000-ben **50 millió Ft** volt és csökken évi 4%-kal:

$$100\% - 4\% = 96\% \rightarrow 96/100 = \mathbf{0,96}$$

$$\mathbf{50} \cdot \mathbf{0,96}^x$$

Minden évben nőtt/csökkent valamennyi millió Ft-tal

Ha a vállalat nyeresége 2000-ben **35 millió Ft** volt és évente **3 millió Ft-tal nőtt**:

$$\mathbf{35} + \mathbf{3x}$$

Ha a vállalat nyeresége 2000-ben **65 millió Ft** volt évente **5 millió Ft-tal csökkent**:

$$\mathbf{65} - \mathbf{5x}$$

(milliót ilyenkor nem kell beírni, tehát 65 millió 65-ként van beírva nem 65000000-ként)

Az a kérdés, hogy 2017-ben (ez csak egy példa) melyik vállalatnak nagyobb a nyereség mennyivel, hány százalékkal nagyobb?

Alfa(17)

Béta(17)

kiszámítása (fontos, hogy x az 2000 óta eltelt éveket jelöli, tehát **ne** Alfa(2017) és Béta(2017) legyen beírva)

Kaptunk két értéket.

Ha az a kérdés melyik vállalaté nagyobb és mennyivel: A nagyobból kivonjuk a kisebbet.

Ha az a kérdés hány %-kal, akkor a nagyobból kivonjuk a kisebbet ezt elosztjuk a kisebbel és szorozzuk 100-zal (% miatt)

Ha az a kérdés, hogy mikor lesz a két vállalat nyeresége azonos, akkor a metszéspont parancsra kattintás után rákattintunk a két függvényre, és megkapjuk a metszéspontot

A metszéspont x (1.) koordinátája lesz az, hogy hány év múlva lesz azonos a nyereség az y (2.) koordináta pedig az azonos nyereség lesz. Mindig figyeljünk rá, hogy mit kérdez a feladat, ha pl.: a metszéspont x (1.) koordinátájára 12,54 jön ki, akkor, ha az a kérdés, hogy hány év múlva lesz azonos a nyereség, akkor 12,54 év lesz a válasz, ha az a kérdés mikor, akkor pedig 2013 lesz a válasz (2000+13). Évnél megadható nem egész évként is, évszámnál viszont egész évszámot szoktunk megadni, ilyenkor mindig felfelé kerekítünk.

Szöveges válasz írása

3. (15 pont) Egy termék kereslete az ár függvényében: $q(x) = \sqrt{20 \cdot k - 3 \cdot k \cdot x}$

, ahol x értéke €-ban, a q értéke ezer darabban értendő. (A gyököt az sqrt(x) függvénnyel lehet beírni a ggb-ba.)

A termék kínálata 1 €-os ár esetén 1 ezer darab, 3 €-os ár esetén $(4 - 0,2 \cdot k)$ ezer darab. A kínálat és az ár között lineáris kapcsolat van.

a) Határozza meg a kínálatot az ár függvényében!

b) Határozza meg az egyensúlyi árat és keresletet!

c) Mennyi lenne a bevétel, ha a terméket az egyensúlyi áron értékesítenék?

d) 4 € ár esetén a kereslet vagy a kínálat a nagyobb, és mennyivel?

Lépések:

Tengelyarány beállítása

k=... érték beírása paraméterként (opcionális)

Objektumtípus szerinti rendezés (opcionális)

q(x) beírása

A és B pontok beírása

A=(termék kínálatának ára;termék kínálata)

B=(termék kínálatának másik ára;termék kínálatának másik értéke)

Kínálat függvény felírása:

GörbeillesztésEgyenes(A,B) (ez egyenes lesz nem függvény)

Kínálat(x)= a Görbeillesztéssel kapott függvény (ezt csak be kell másolni)

Egyensúlyi ár és Egyensúlyi mennyiség meghatározása: Metszéspont parancs kereslet és kínálat függvényre kattintás. A metszéspont x (1.) koordinátája lesz az egyensúlyi ár, a metszéspont y (2.) koordinátája lesz az egyensúlyi mennyiség.

Bevétel függvény: Bevétel(x)=q(x)*x

Ha azt kérdezi mennyi a bevétel, ha egyensúlyi áron értékesítünk:

Bevétel(C) (Ha a metszéspont C-vel van jelölve (A-t és B-t a pontok felvételénél elhasználtuk))

Ha azt kérdezik mekkora lesz a maximális bevétel:

Extremum vagy Maximum függvény

A kapott pont x (1.) koordinátája lesz az az egységár, ahol maximális a bevétel, az y (2.) koordináta lesz a maximális bevétel.

Ha azt kérdezi, hogy bizonyos ár esetén a kereslet vagy kínálat a nagyobb:

Pl. 4€-nál

q(4)

Kínálat(4)

A nagyobból kivonjuk a kisebbet, és annnyival lesz nagyobb (ha százalékosan kérdezi, akkor ugyanúgy, mint alfa és béta vállalat feladatnál)

Szöveges válasz írása

2. (15 pont) Az őstermelő a paprika termesztésével kapcsolatos költségeit vizsgálta.

A termelés mennyiségétől függő költségét az alábbi függvény adja meg. A termelés kg-ban, a költség krajcárban értendő:

$$0,01(x^2) + 20 \cdot k \cdot x + 100 \cdot (k^2)$$

Mekkora termelés esetén legkisebb az 1 kg paprikára jutó átlagos költség?
Mekkora ez az átlagköltség, és mekkora az összköltség?

Lépések:

Tengelyarány beállítása

k=... érték beírása paraméterként (opcionális)

Objektumtípus szerinti rendezés (opcionális)

Költség függvény beírása: $C(x) = 0,01x^2 + 20 \cdot k \cdot x + 100 \cdot k^2$

Átlagköltség függvény beírása: $AC(x) = \frac{C(x)}{x}$

Minimum keresése (Extremum, vagy Minimum függvénnel) (Ha hülyeséget ír ki, akkor kezdj el addig kinagyítani, amíg ki nem ír valami értelmeset, ilyen 4-500 fele szokott lenni a minimum)

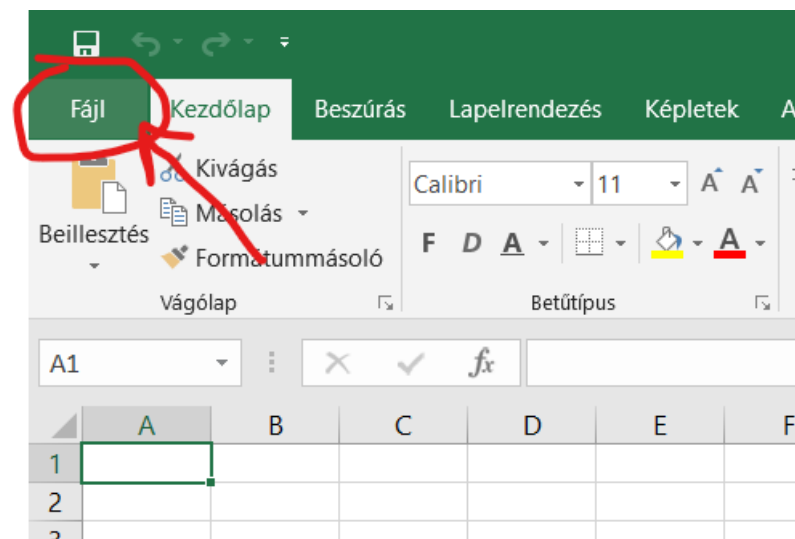
Összköltség meghatározása: C(A) (Ha a minimum pont A-val lett jelölve)

Szöveges válasz írása

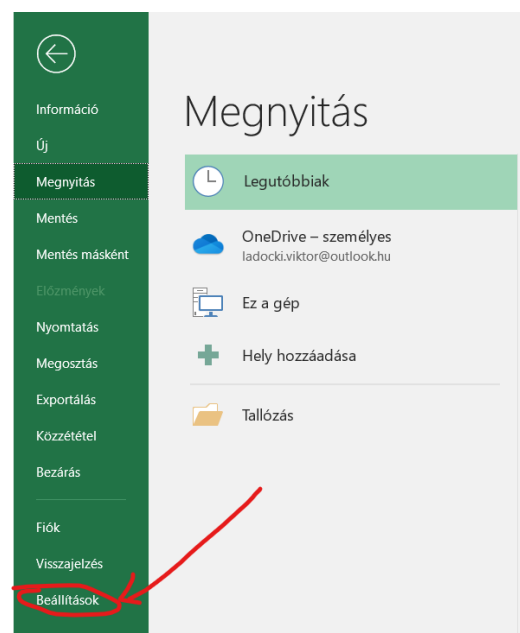
Solver:

Solver beállítása:

Fájl



Beállítások:



Bővítmények:

Az Excel beállításai

Általános
Képletek
Adatok
Nyelvi ellenőrzés
Mentés
Nyelv
Könnyű kezelés
Speciális
Menüsálg testreszabása
Gyorselérési eszköztár
Bővítmények
Adatvédelmi központ

☒ Optimalizálás a legjobb megjelenésre
☐ Optimalizálás a kompatibilitásra (újra kell indítani az alkalmazást)

☒ Minipult megjelenítése kijelöléskor
☒ Gyorselemzési lehetőségek megjelenítése a kijelöléshez
☒ Élő minta engedélyezése

Elemleírási stílus: Funkciók ismertetése az elemleírásokban

Új munkafüzet létrehozása

Alapértelmezett betűtípus: Szövegtörzs betűtípusa
Betűméret: 11
Új lapok alapértelmezett nézete: Normál nézet
Felveendő lapok száma: 1

A Microsoft Office személyes beállításai

Felhasználónév: User
☐ Mindig ezeket az értékeket szeretném használni az Office-ba való bejelentkezéstől függ
Office-háttér: Nincs háttér
Office-téma: Színes

Excel bővítmények ugrás

Általános
Képletek
Adatok
Nyelvi ellenőrzés
Mentés
Nyelv
Könnyű kezelés
Speciális
Menüsálg testreszabása
Gyorselérési eszköztár
Bővítmények
Adatvédelmi központ

Microsoft Office-bővítmények megtekintése és kezelése.

Bővítmények

Név	Hely	Típus
Aktív alkalmazásbővítmények		
Analysis ToolPak	C:_root\Office16\Library\Analysis\ANALYS32.XLL	Excel-bővítmény
Solver bővítmény	C:_root\Office16\Library\SOLVER\SOLVER.XLAM	Excel-bővítmény
Wondershare PDFelement Add-in	mscoree.dll	COM-bővítmény
Inaktív alkalmazásbővítmények		
Analysis ToolPak - VBA	C:_t\Office16\Library\Analysis\ATPVBAEN.XLAM	Excel-bővítmény
Dátum (XML)	C:_n Files\Microsoft Shared\Smart Tag\MOFLDLL	Művelet
Euro Currency Tools	C:_ffice\root\Office16\Library\EUROTOOL.XLAM	Excel-bővítmény
Inquire	C:_soft Office\root\Office16\DCF\NativeShim.dll	COM-bővítmény
Microsoft Actions Pane 3		XML nyelvi bővítmécsomag
Microsoft Power Map for Excel	C:_er Map Excel Add-in\EXCELPLUGINSHELL.DLL	COM-bővítmény
Microsoft Power Pivot for Excel	C:_t Excel Add-in\PowerPivotExcelClientAddIn.dll	COM-bővítmény
Microsoft Power View for Excel	C:_ Excel Add-in\AdHocReportingExcelClient.dll	COM-bővítmény
Dokumentumhoz kapcsolódó bővítmények		
Nincsenek dokumentumhoz kapcsolódó bővítmények		
Bővítmény:	Analysis ToolPak	
Gyártó:	Microsoft Office	
Kompatibilitás:	Nem érhető el kompatibilitási információ	
Hely:	C:\Program Files (x86)\Microsoft Office\root\Office16\Library\Analysis\ANALYS32.XLL	
Leírás:	Statistikai és műszaki elemzéshez kínál adatelemzési eszközöket	
Kezelés:	Excel-bővítmények Ugrás...	

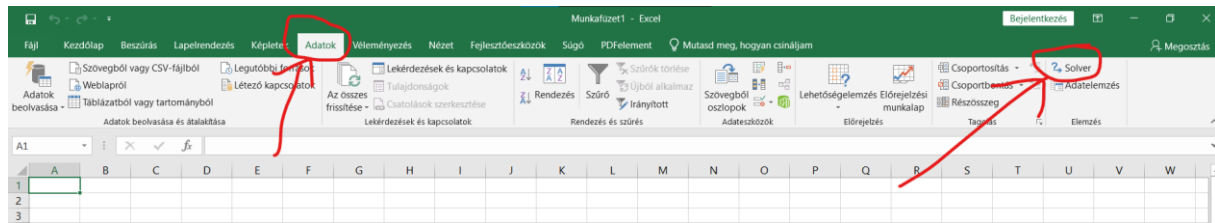
Solver bővítmény pipa OK

Bővítmények

Létező bővítmények:

☒ Analysis ToolPak
☐ Analysis ToolPak - VBA
☐ Euro Currency Tools
☒ Solver bővítmény

Solver bővítmény elérése: Adatok fül → Elemzés alfül → Solver



Solver beállítások (0. lépés minden feladat előtt):

Nemlineáris ÁRG átrakása Szimplex LP-re:

A Solver paramétereit

Célérték beállítása: \$A\$1

Cél: ☒ Max ☐ Min ☐ Értéke: 0

Változócellák módosításával:

Vonatkozó korlátozások:

☒ Nem korlátozott változók nemnegatívá tétele

Válasszon egy megoldási módszert: Nemlineáris ÁRG

Megoldási módszer: Evolutív

A sima nemlineáris Solver-problémákhoz válassza a nemlineáris ÁRG motort. Lineáris Solver-problémákhoz válassza az LP szimplex motort, a nem sima Solver-problémákhoz pedig az evolutív motort.

Súgó Megoldás Bezáras

Beállítások:

☒ Nem korlátozott változók nemnegatívá tétele

Válasszon egy megoldási módszert: Szimplex LP

Beállítások

Egészoptimalizálás 1-ről 0-ra írása:

Beállítások

Minden módszer Nemlineáris ÁRG Evolutív

Korlátozó feltétel pontossága: 0,000001

☒ Automatikus léptékváltás

☐ Közelítő lépések eredményének megjelenítése

Megoldás egész korlátozásokkal

☒ Egész korlátozások figyelmen kívül hagyása

Egészoptimalitás (%): 0

Megoldási korlátok

Maximális idő (másodperc):

Közelítő lépések:

Evolutív motor és egész korlátozások

Részproblémák maximális száma:

Megfelelő megoldások maximális száma:

OK Mégse

Vizsgán, ha kész a teszt nézd meg, hogy a 2. rész alatt/fölött van-e excel fájl, amit le kell tölteni (mert abban van a táblázat)

4. (15 pont) Lusta Lázár egy új robogóra szeretne az apjától pénzt kérni.

Lázáréknak nagy kertjük van, és apja az alábbi feltételeket szabja.

Akkor veszi meg fiának a robogót, ha segít a veteményesben.

Gondoznia kell legalább 20 tő paradicsomot, legalább 20 tő paprikát, és legalább 20 tő uborkát.

Be kell vetnie legalább 60 m² földet, fel kell használnia legalább (100+5*k) kg trágyát.

A növények föld és trágya igényét az excelben lévő táblázat tartalmazza.

Egy-egy tő paradicsom naponta 4,5 perc munkát igényel, míg a paprika 4 percet és az uborka 3,5 percet.

Melyik növényből és hány tövet termesszen, hogy teljesítse a feltételeket,

de a lehető legkevesebb időt kelljen áldoznia a kerti munkára?

Csinálni egy tő oszlopot vagy sort (attól függ, hogy a növények sorokba vagy oszlopokba vannak) (ennek lehet sárga háttért állítani ezek lesznek a változók) (ide alpból 1-est írunk mindenhova)

Csinálni egy munka sort (perc/tő)

Elhasznált trágya sor: =szorzatösszeg(trágya sor 3 elemének kijelölése;tövek száma sor 3 cellájának kijelölése)

Bevetett föld sor: =szorzatösszeg(föld sor 3 elemének kijelölése;tövek száma sor 3 cellájának kijelölése)

Idő összesen sor (ő lesz a célérték): =szorzatösszeg(munka sor 3 elemének kijelölése;tövek száma sor 3 cellájának kijelölése) (neki lehet ilyen vörös háttért állítani, de nem kötelező)

Függvényt, mindig egyenlőségjellel kezdjük

Szorzatösszeg függvénynél a két tömb pontos vesszővel van elválasztva (;)

Ha ez kész Solver megnyitása

Beállítani, amit elején írtam (Szimplex LP egész optimalizálás 0%)

Célérték cella beállítása: Jobb oldalra nyílra kattintás, majd a cellára kattintás

1. lépés: végig gondolni, hogy a változók egészek kell-e, hogy legyenek, ha igen, akkor beállítjuk int-tel

2. lépés: ha van megadva bármi feltétel a változókra azt beállítjuk (legalább ennyi tő vagy legfeljebb ennyi tőt termelhet az egyes növényekből)

3. lépés a több feladat szövegében szereplő feltétel megadás

Ha minden kész utolsó feltétel után leokézzuk és a megoldásra megyünk ott lesz egy felugró ablak azt leokézzuk.

Megnézzük szemmel, hogy nagyjából reális eredmények jöttek-e ki, minden feltételnek megfelelünk-e ami a feladat szövegében volt.

Szöveges válasz

4. (15 pont) Három kőbányából négy útépipítéshez szállítanak követ.

A kitermelt kő mennyisége a három területen rendre 400, 500, 600 teherautónyi.

Az egyes útépipítések által rendelt kő mennyisége 600, 300, 200, 400 teherautónyi.

Az alábbi táblázat tartalmazza egy teherautónyi kő szállítási költségeit eFt-ban.

a) Hogyan bonyolítsák le a szállítást, hogy annak összköltsége minimális legyen?

Oldja meg a feladatot solver segítségével!

b) Melyik útépipítéshez és mennyi követ szállítsanak az 2. bányából és mennyi lesz az optimális szállítási összköltség?

A táblázatot le ctrl+C ctrl+V-zzük az eredeti táblázat alá:

	1. útépipítés	2. útépipítés	3. útépipítés	4. útépipítés	Rendelkezésre áll
1. bánya	8	7	9	5	400
2. bánya	10	12	9	12	500
3. bánya	11	8	14	9	600
Rendelt kő	600	300	200	400	
	1. útépipítés	2. útépipítés	3. útépipítés	4. útépipítés	Elvitt kő
1. bánya	1	1	1	1	
2. bánya	1	1	1	1	
3. bánya	1	1	1	1	
Leszállított kő					 (Ctrl) ▼

A belső részekre 1-est írunk, beállítjuk a sárga háttérszínt. A legszélső (jobbról) oszlopot és a legelső sort üresen másoljuk oda

1. bánya értéket összeadjuk az elvitt kő oszlop 1. sorában, ezt megtehetjük összeadással is, de gyorsabb a =sum függvényt használni

Ezt megcsináljuk a 2. és 3. bánya sorban is.

Ezután az 1. 2. 3. 4. útépipítés oszlopokban is összeadjuk az értékeket.

Ekkor az elvitt kő oszlopban minden bánya esetén 4 szerepel, míg az 1. 2. 3. 4. útépipítés oszlopokban a leszállított kő sorban 3 szerepel mindenhol.

Beríjük valahol a táblázat alatt, hogy szállítási költség

=szorzatösszeg függvénnyel kijelöljük az eredeti táblázatot (8-tól (bal felső érték) 9-ig (jobb alsó érték)), nyomunk egy pontos vesszőt (;) és kijelöljük a sárgával jelölt cellákat is.

Ezután megnyitjuk a solvert

Beállítjuk szimplex LP-t valamint egészoptimalizálást 0-ra

Feltételek:

Változó cellák legyenek int-ek (egész szám)

Az elvitt kő oszlop értékei egyezzenek meg (= jel) a rendelkezésre áll oszlop értékeivel (vigyék el az összes bányából az összes követ)

A leszállított kő sor összes értéke egyezzen meg (=jel) a rendelt kő sor értékeivel (minden útépítés kapja meg a rendelt kő mennyiséget)

Leokézzuk, lefuttatjuk, lecheckoljuk, hogy minden feltétel megfelel-e nagyjából reális eredményt kaptunk-e

Szöveges válasz

3. (3 pont) Kertész Károly minden évben a teljes kertjét kihasználta különféle konyhakerti növények termesztésére. Rájött azonban, hogy sok esetben a satnya termésnek az az oka, hogy nincs elég öntöző víz a kútjában, és nincs elég pénze sem a megfelelő mennyiségű trágya megvásárláshoz. Az idén elhatározta, hogy csak annyi területet használ ki, amennyit el tud látni megfelelő mennyiségű öntözővízzel és trágyával.

Egy szezon alatt maximum 100 négyzetmétert szeretne beültetni, legfeljebb 5000 liter vizet tud a kútból kinyerni, és legfeljebb 35 000 Ft-ot tud áldozni a trágyázásra.

Az alábbi táblázatban látható, hogy **egy szezon alatt** egy-egy tő palántának mennyi a hely- és víz igénye, illetve a trágyázás költsége, mennyi terem várhatóan egy-egy palántán, és mekkora a nyeresége 1 kg termésnek.

Paprikából, paradicsomból és burgonyából külön-külön legfeljebb 50 tövet, míg uborkából és patiszonból külön-külön legfeljebb 20 tövet szeretne ültetni.

Mennyit termeljen az egyes növényekből, hogy a lehető legnagyobb nyereségre tegyen szert? Mekkora lesz a maximális nyeresége?

Oldja meg a feladatot az excel solver bővítményének segítségével!

Növények	Helyigény (nm/tő)	vízigény (liter/tő)	trágyázás költsége (Ft/tő)	termelt mennyiség (kg/tő)	1 kg termés nyeresége (Ft/kg)
paprika	0,4	30	400	1,2	320
paradicsom	0,6	50	200	1,8	$200+5*k$
uborka	1	20	150	2	150
patiszon	0,8	10	50	5	60
burgonya	0,5	15	180	1,5	$200-5*k$

Csinálunk egy tő oszlopot (ezek lesznek a változók), minden érték 1-es és sárga a háttérszín

Csinálunk egy 1 tő nyereség oszlopot, itt a termelt mennyiséget szorozzuk 1 kg termés nyereségével ($=B3*C3$ (Ha paprika esetén az 1,2 van a B3 cellába az 1 kg termés nyeresége (320) pedig a C3 cellába), ezt megcsináljuk minden növény esetén.

4 sorba írjuk a következőket:

Helyigény összesen:

Vízigény összesen:

Trágyázás költsége összesen:

Nyereség összesen: (Ez lesz a célérték, az szeretnénk, ha ez lenne maximális)

Mind a 4 sorba a =szorzatösszeg függvényt használjuk, az első 3 esetén kijelöljük a helyigény, vízigény, trágyázás költsége oszlopokat (5 cella), pontos vesszőt rakunk, kijelöljük a tövek

száma értékeit (egyelőre 5 db 1-es). A nyereség esetén az 1 tő nyereség oszlop értékeit jelöljük ki a szorztaösszegeken belül, pontos vessző és a tövek számát.

Ha ez kész megnyitjuk a solvert.

Szoksásos beállítások (Szimplex LP, egészoptimalizálás 0%-ra)

Célérték: A nyereség összesen lesz

Maximumot jelöljük be (nyereségből mindig a maximális a jó)

Változócellák bejelölése

Feltételek megadása:

A tövek száma csak egész szám lehet, beállítjuk int-re

Ha van feltétel megadva a tövek számára beállítjuk (itt most volt ugye legfeljebb 20 és legfeljebb 50), figyelünk rá, hogy melyik növények 20-asak és melyik 50-esek

A helyigény összesen, a vízigény összesen és a trágyázás költsége összesen értékeknek beállítjuk a feltételt a feladat szövegének megfelelően, leokézzuk

Lefuttatjuk

Szöveges válasz