

1-LEÍRÓ STAT

ELMÉLET

Ismérv Tulajdonság vagy szempont, amely alapján vizsgálódunk (kérdések, amelyeket feltennél egy kérdőívben)

TÍPUSAI:

területi földrajzi fogalomra kérdez rá (pl. lakhely, születési hely)
időbeli dátumok, évszámok (pl. születési év, kocsigyártási éve)
mennyiségi olyan ismérv, amelyre számszaki választ tudunk adni (pl. testsúly, életkor) ezeket tudjuk leírni statisztikai eszközökkel (mérészámokkal) jellemezni
minőségi minden más :) (pl. hajszín, kedvenc focicsapat, nemek) vannak abszolút mérészámok (mértékegység pl. db vagy fő) és relatívak (%)

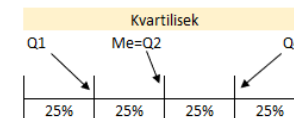
FELADAT

Autóbuszok működési adatai szerepelnek az adatbázisban (N=80)

Karbantartási ktg (E Ft)	Életkor (év)	Megtett táv (km)	Üzemanyag	Gyártó	Év
329	7	853	dízel	Ikarus	2000
503	10	883	dízel	Volvo	2000
505	10	822	dízel	Ikarus	2000
466	10	865	gáz	Ikarus	2000
359	7	751	gáz	Volvo	2000
546	8	870	dízel	Volvo	2000
427	5	780	gáz	Volvo	2000
474	9	857	gáz	Volvo	2000
382	3	818	gáz	Volvo	2000
422	8	869	gáz	Ikarus	2000
433	9	848	dízel	Ikarus	2018
474	10	845	gáz	Ikarus	2018
558	10	885	gáz	Ikarus	2018
561	12	838	dízel	Man	2018
357	8	760	dízel	Ikarus	2018
329	3	741	dízel	Ikarus	2018
497	10	859	gáz	Ikarus	2018
459	8	826	gáz	Volvo	2018
355	3	806	gáz	Ikarus	2018

a) A buszok életkorának adataiból határozza meg és értelmezze a következő mutatókat: **átlag, módusz, medián, kvartilisok, szórás, relatív szórás, aszimmetria (ferdeség) mutató**

Mutató	Jel	Érték	Értelmezés
Átlag	\bar{X}	7,00	Az átlagos életkor 7 év
módusz	M_0	9,00	A leggyakoribb életkor 9 év.
medián	$Me=Q_2$	7,00	A buszok fele 7 évnél fiatalabb, a többi ennél idősebb
1. kvartilis	Q_1	5,00	A buszok 25%-a 5 évnél fiatalabb, a többi ennél idősebb
3. kvartilis	Q_3	9,00	A buszok 75%-a 9 évnél fiatalabb, a többi ennél idősebb
szórás	σ	2,73	Az egyes buszok életkora átlagosan 2,73 évvel tér el az átlagos életkortól
relatív szórás: V		39,06%	Az egyes buszok életkora átlagosan 39,06%-kal tér el az átlagos életkortól Ha $V > 10\%$, az átlag nem jellemzi jól az adatokat (tehát itt sem)
aszimmetria A		-0,73	A buszok életkora balra elnyúló eloszlást mutat (a magasabb életkorú buszok dominálnak)
	$A = \frac{\bar{X} - M_0}{\sigma}$		
Ha A=0, szimmetrikus eloszlás			
Ha A>0, jobbra elnyúló eloszlás pl. fizetések egy országban			
Ha A<0, balra elnyúló eloszlás pl. életkorok egy országban belül			



b, Ábrázolja oszlopdiagrammal az életkorokat (nem osztályközökkel!)

Táblázatokból - valamilyen ismérv szerint - információt (pl. gyakoriság, átlag, szórás) szerezni kimutatásból fogunk

Sorcímke	Mennyiség / Életkor (év)
1	1
2	5
3	4
4	8
5	4
6	11
7	9
8	10
9	13
10	10
11	3
12	1
14	1
Végösszeg	80

A táblázat egy tetszőleges cellájára kattintok. Majd beszúrás - kimutatás - táblázatból vagy tartományból - létező munkalapra

A kimutatás "lelke" a Mezőlista, amelyet a kimutatásra kattintva, majd jobb klikk által tudsz előhozni

A csoportosítás szempontját a "Sorokba" és "Oszlopokba" húzva tudod megadni.

Az ismérveket az "Értékekbe" húzva pedig gyakoriságot (darabszámot), átlagot, szórást kaphatsz a behúzott ismérv melletti fekete nyíl megnyomásával ("Értékösszegzési szempont")

Mértékegységet (pl. abszolút mértékegység vagy %) is a fekete nyíllal tudsz választani ("Az értékek megjelenítése")

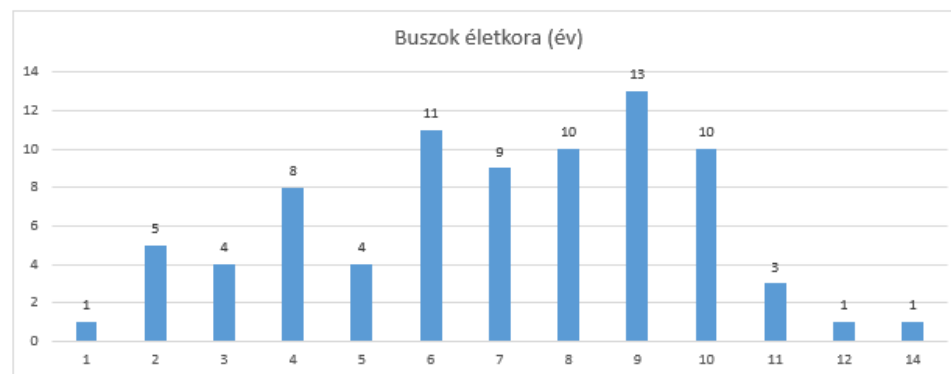
Kimutatásra nem hivatkozunk ("megőrül" az excel). Kimutatás másolás (Ctrl+C), majd értéként beillesztés!

Sorcímkek	Mennyiség / Életkor (év)
1	1
2	5
3	4
4	8
5	4
6	11
7	9
8	10
9	13
10	10
11	3
12	1
14	1
Végösszeg	80

Az ábrázolni kívánt cellák kijelölése után "Beszúrás", "Diagramok", "Minden diagram" oldalon tudsz válogatni.

Mindig adj címet az ábrának ("Diagramcím" helyére írd be)

Mindig add hozzá az adatfeliratokat (pl. oszlopdiagramnál az egyik oszlopra jobb klikkel kattintva "Adatfeliratok hozzáadása")



2 - IDŐSOR

ELMÉLET

Sokaság: Elemek halmaza, amely a vizsgálatunk tárgya (pl. magyar népesség, KJE hallgatói)

Álló: időpont jellegű sokaság (pl. színházak száma, orvosi rendelők száma, készlet)

Mozgó: Időtartam jellegű sokaság (pl. turisták száma, búzatermés)

Viszonyszámok: két – valamilyen szempontból összetartozó – adat hányadosa

Megoszlási: rész/egész viszonya (egész mindig 100%)
pl. egy szak 60%-a fiú, 40% lány
pl. magyar népesség 20%-a fiatal, 50%-a középkorú, 30%-a idős

Dinamikus: két időszak közti összehasonlításra szolgál (új/régi)

lác
az előző időszaki értékhez viszonyít

bázis
egy megadott, rögzített időszak értékéhez viszonyít

Idősor: egymást követő időszakok és a hozzájuk tartozó értékek sorozata

FELADAT

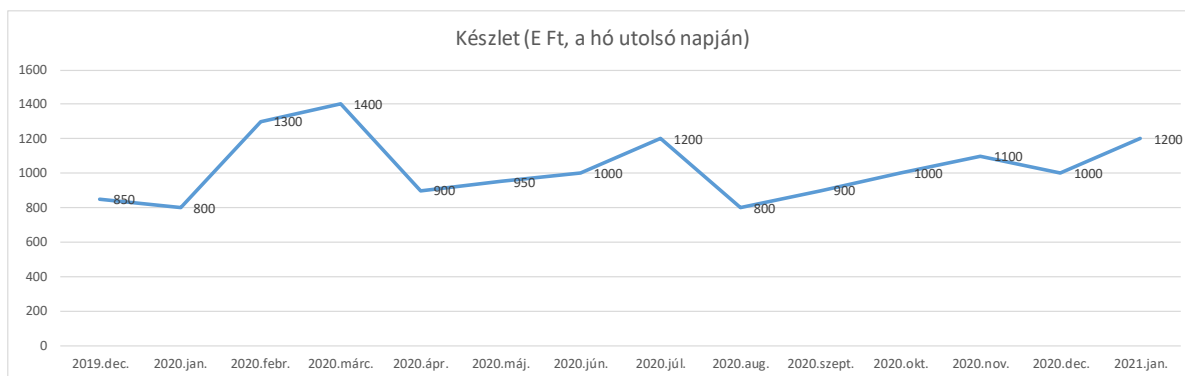
"Dollározás" (F4): 1 kattintás: sor és oszlop fix

$$b_t = \frac{Y_t}{Y_b}$$

$$l_t = \frac{Y_t}{Y_{t-1}}$$

	Készlet (E Ft, a hó utolsó napján)	Turisták száma (fő)	bázis (%)	bázis (%-os változás)	lánc (%)	lánc (%-os változás)
2019.dec.	850	600	100,00%	0,00%	-	-
2020.jan.	800	550	94,12%	-5,88%	94,12%	-5,88%
2020.febr.	1300	700	152,94%	52,94%	162,50%	62,50%
2020.márc.	1400	800	164,71%	64,71%	107,69%	7,69%
2020.ápr.	900	700	105,88%	5,88%	64,29%	-35,71%
2020.máj.	950	800	111,76%	11,76%	105,56%	5,56%
2020.jún.	1000	900	117,65%	17,65%	105,26%	5,26%
2020.júl.	1200	1000	141,18%	41,18%	120,00%	20,00%
2020.aug.	800	900	94,12%	-5,88%	66,67%	-33,33%
2020.szept.	900	1000	105,88%	5,88%	112,50%	12,50%
2020.okt.	1000	1100	117,65%	17,65%	111,11%	11,11%
2020.nov.	1100	1200	129,41%	29,41%	110,00%	10,00%
2020.dec.	1000	800	117,65%	17,65%	90,91%	-9,09%
2021.jan.	1200	900	141,18%	41,18%	120,00%	20,00%

a) Ábrázolja a készlet értékeket a teljes vizsgált időszakra!



b) Határozza meg a készlet adatokból a bázis-, és láncviszonyszámokat (bázis 2019.dec.)! Értelmezze az 6. adatsor eredményeit!

bázisviszonyszám 2020. május: **111,76%** 2020 májusban 2019 szeptemberhez képest 11,76%-kal nőtt a készlet értéke

láncviszonyszám 2020. május: **105,56%** 2020 májusban 2020 áprilishoz képest 5,56%-kal nőtt a készlet értéke

Ha nem konkrét adatot kér értelmezni, hanem általános értékelést, akkor mindenképp emeld ki a legnagyobb növekedést és legnagyobb csökkenést! Emellett írd le a tendenciát, benyomásodat is (pl. t időszakik növekedtek az értékek, majd fokozatosan csökkenni kezdtek)

c) Határozza meg 2020 I. negyedére a havi átlagos turista számot és készletet!

átlagos turista szám **683,33** fő

mozgó sokaság - "sima" számtani átlag

átlagos készlet **1183,33** e Ft

álló sokaság - kronologikus átlag

időszak végi értékek vannak, de ezt időszak közepére szeretnék "állítani", majd azokat átlagolni

$$\bar{Y}_k = \frac{\frac{Y_1}{2} + \sum_{t=2}^{n-1} Y_t + \frac{Y_n}{2}}{n-1}$$

$$\bar{Y}_k = \frac{\frac{800 + 1300}{2} + \frac{1300 + 1400}{2} + \frac{1400 + 1800}{2}}{4-1}$$

$$\bar{Y}_k = \frac{\frac{800}{2} + 1300 + 1400 + \frac{1800}{2}}{3}$$

d) Határozza meg és értelmezze a teljes időszakra a turisták száma esetén a fejlődés átlagos mértékét és - ütemét!

fejlődés átlagos mértéke **23,08** fő

Havonta átlagosan 23,08 fővel nőtt a turisták száma

Y_n 900
 Y_1 600
 $n-1$ 13

$$\bar{d} = \frac{\sum_{t=2}^n d_t}{n-1} = \frac{Y_n - Y_1}{n-1}$$

$$\bar{d} = \frac{900 - 600}{14 - 1}$$

%-os vált.

fejlődés átlagos mértéke **103,17%**

3,17% Havonta átlagosan 3,17%-kal nőtt a turisták száma

Y_n 900
 Y_1 600
 $n-1$ 13

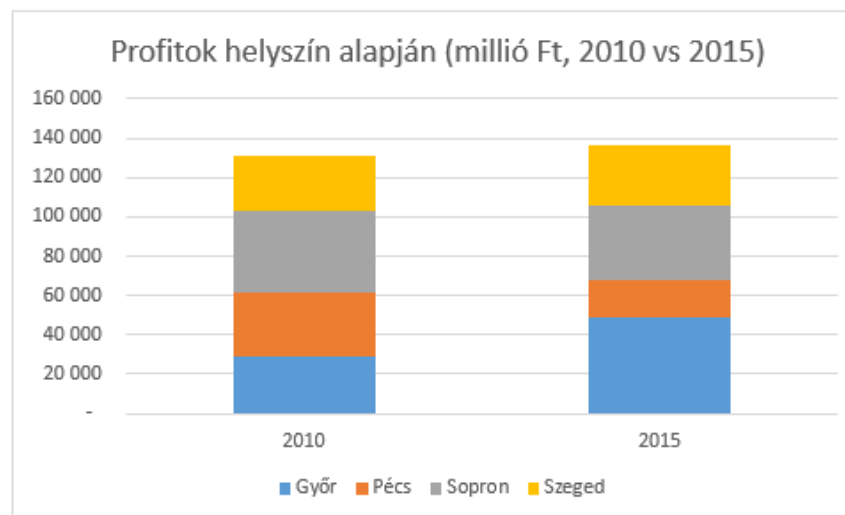
$$\bar{l} = \sqrt[n-1]{\prod_{t=2}^n l_t} = \sqrt[n-1]{\frac{Y_n}{Y_1}} = \sqrt[n-1]{b_n}$$

$$\bar{l} = (14-1) \sqrt{\frac{900}{600}}$$

3 - VISZONYSZÁMOK

a) Készítsen keresztábrát a jármű eladási helyszíne (sorok), a vizsgált évek (oszlopok), és a profit összesítések (belső értékek) alapján! Ábrázolja osztott oszlopdiagrammal (M Ft) az adatokat!

Összeg / Profit (M Ft Oszlopcímke)	2010	2015	Végösszeg
Győr	29 107	48 425	77 532
Pécs	32 253	19 661	51 914
Sopron	41 475	37 322	78 797
Szeged	28 004	30 859	58 863
Végösszeg	130 839	136 267	267 106



Sorcímke	2010	2015	Végösszeg
Győr	29 107	48 425	77 532
Pécs	32 253	19 661	51 914
Sopron	41 475	37 322	78 797
Szeged	28 004	30 859	58 863
Végösszeg	130 839	136 267	267 106

Kimutatás másolás (Ctrl + C), majd értéként beillesztés!

c) Számolja ki a profit megoszlásokat (%) mindkét évben, és elemezze a változásokat! Készítsen ábrát (osztott szalagdiagram, %)!

MEGOSZLÁSI VISZONYSZÁMOK

Összeg / Profit (M Ft)	Oszlopcímkek		
Sorcímkek	2010	2015	Végösszeg
Győr	22,25%	35,54%	29,03%
Pécs	24,65%	14,43%	19,44%
Sopron	31,70%	27,39%	29,50%
Szeged	21,40%	22,65%	22,04%
Végösszeg	100,00%	100,00%	100,00%

A táblázat egy tetszőleges cellájára kattintok. Majd beszúrás - kimutatás - táblázatból vagy tartományból - létező munkalapra

A kimutatás "lelke" a Mezőlista, amelyet a kimutatásra kattintva, majd jobb klikk által tudsz előhozni

A csoportosítás szempontját a "Sorokba" és "Oszlopokba" húzva tudod megadni.

Az ismérveket az "Értékekbe" húzva pedig gyakoriságot (darabszámot), átlagot, szórást kaphatsz a behúzott ismerv melletti fekete nyíl megnyomásával ("Értékszegzési szempont")

Mértékegységet (pl. abszolút mértékegység vagy %) is a fekete nyillal tudsz választani ("Az értékek megjelenítése": ha %, akkor Oszlopösszeg vagy Sorösszeg százaléka)

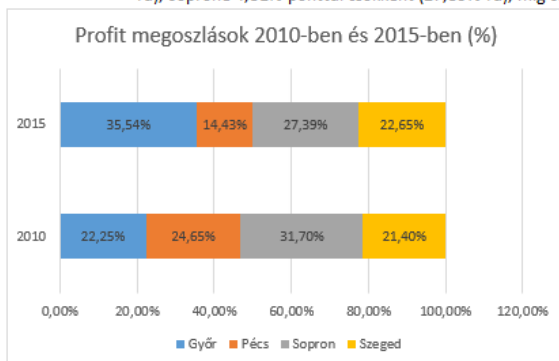
Kimutatásra nem hivatkozunk ("megőrül" az excel). Kimutatás másolás (Ctrl+C), majd értékként beillesztés!

Sorcímkek	2010	2015	Végösszeg
Győr	22,25%	35,54%	29,03%
Pécs	24,65%	14,43%	19,44%
Sopron	31,70%	27,39%	29,50%
Szeged	21,40%	22,65%	22,04%
Végösszeg	100,00%	100,00%	100,00%

% pontos vált.
13,29%
-10,22%
-4,31%
1,24%
0,00%

Két %-os érték közti különbséget %-ponttal fejezünk ki!

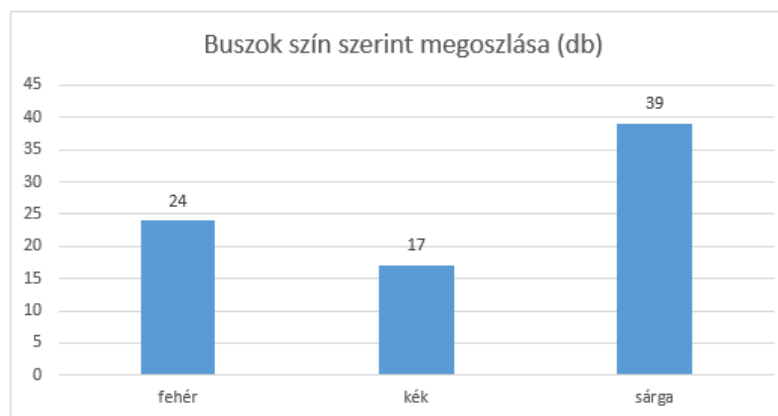
2010-ről 2015-re Győr profit szerinti megoszlása 13,29%-ponttal nőtt (35,54%-ra), Pécsé 10,22%-ponttal csökkent (14,43%-ra), Soproné 4,31%-ponttal csökkent (27,39%-ra), míg Szegedé 1,24%-ponttal nőtt (22,65%-ra).



4 - GYAKORISÁGOK

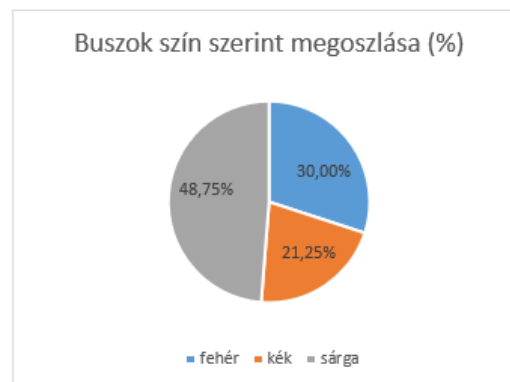
a) Készítsen kimutatást a buszok színe alapján! Adja meg a gyakoriságokat és a %-os relatív gyakoriságokat! Készítsen oszlopdigrammot és kördiagramot egyikről és másíkról! Értelmezze az eredményeket!

Sorcímkek	gyakoriság Mennyiség / Szín	relatív gyakoriság (%) Mennyiség / Szín2
fehér	24	30,00%
kék	17	21,25%
sárga	39	48,75%
Végösszeg	80	100,00%



Sorcímkek	Mennyiség / Szín	Mennyiség / Szín2
fehér	24	30,00%
kék	17	21,25%
sárga	39	48,75%
Végösszeg	80	100,00%

A buszok 30%-a (24 db) fehér, 21,25%-a (17 db) kék, 48,75%-a (39 db) sárga



b) Készítsen osztályközös gyakorisági sort az életkorokról (1 év alsó határral és 3 éves hosszakkal)! A Határozza meg a relatív gyakoriságokat (%) is! Készítsen hisztogramot! Jelenítse meg a %-os megoszlás értékeit is vonaldiagrammal! Értelmezze a 4. sor eredményeit!

Sorcímké	gyakoriság		relatív gyakoriság (%)	
	Mennyiség	Életkor (év)	Mennyiség	Életkor (év) ²
1-3	10		12,50%	
4-6	23		28,75%	
7-9	32		40,00%	
10-12	14		17,50%	
13-15	1		1,25%	
Végösszeg	80		100,00%	

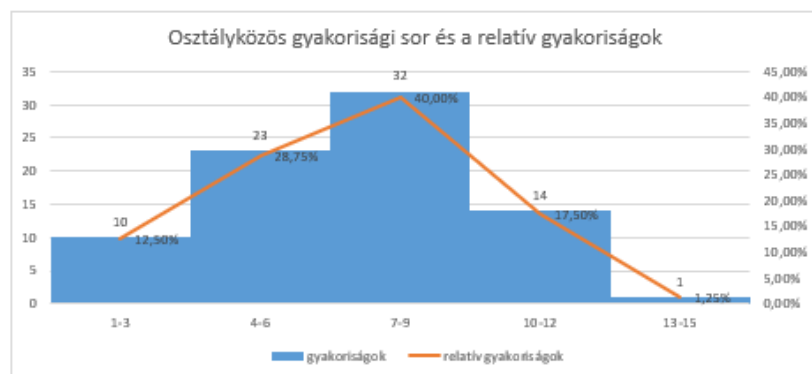
Osztályközök létrehozása: A sorcímkék alatt valamelyik életkor értékre jobb klikkel kattintva "Csoportosítás", majd alsó határ ("Kezdődik") és hossz ("Mi szerint")

Sorcímkék	Mennyiség	Életkor (év)	Mennyiség	Életkor (év) ²
1-3	10		12,50%	
4-6	23		28,75%	
7-9	32		40,00%	
10-12	14		17,50%	
13-15	1		1,25%	
Végösszeg	80		1	

Kimutatás másolás (Ctrl + C), majd értéként beillesztés!

az egyik oszlopra jobb klikkel kattintva "Adatsorok formázása" majd "Térköz szélességét" állítsd be 0%-ra

10 és 12 éves életkor közt 14 db busz van, ami az összes busz 17,5%-át adja



c) Határozza meg a kumulált gyakoriságokat és kumulált relatív gyakoriságokat! Értelmezze a 3. sor eredményét!

kumulálás: az osztályköz felső határáig nézzük meg a gyakoriságokat (illetve relatív gyakoriságokat)

	gyakoriság		relatív gyakoriság (%)		kumulált gyakoriság	kumulált relatív gyakoriság
	Mennyiség	Életkor (év)	Mennyiség	Életkor (év) ²		
1-3	10		12,50%		10	12,50%
4-6	23		28,75%		33	41,25%
7-9	32		40,00%		65	81,25%
10-12	14		17,50%		79	98,75%
13-15	1		1,25%		80	100,00%
Végösszeg	80		1			

65 busz van, ami legfeljebb 9 éves. Ezek az összes busz 81,25%-át adják.

5 - ASSZOCIÁCIÓ

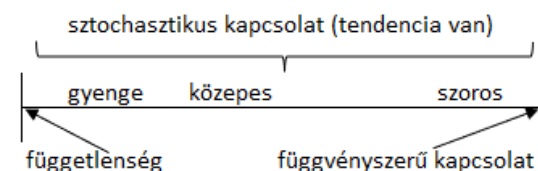
ELMÉLET

KAPCSOLATVIZSGÁLA1 Megnézzük, hogy két ismerv közt van-e összefüggés, kapcsolat (magyarázzák-e egymást)

Fajtái (ismervtípusok szerint):

Asszociáció	egyéb (minőségi/területi) vs egyéb (minőségi/területi) - pl. hajszín vs beosztás
Vegyes kapcsolat	egyéb (minőségi/területi) vs mennyiségi - pl. nemek vs vizsgapontszám
Korreláció (stat2!)	mennyiségi vs mennyiségi - pl. életkor vs fizetés

Fajtái (erősség szerint):



a) Készítsen kimutatást a buszok gyártója (sorok) és a felhasznált üzemanyag (oszlopok) alapján! Készítsen osztott szalagdiagramot (darabszámokkal)!

Mennyiség / Üzemanyag	Oszlopcímék	dízel	gáz	Végösszeg
Ikarus		32	15	47
Man		6	2	8
Volvo		15	10	25
Végösszeg		53	27	80

A táblázat egy tetszőleges cellájára kattintok. Majd beszúrás - kimutatás - táblázatból vagy tartományból - létező munkalapra

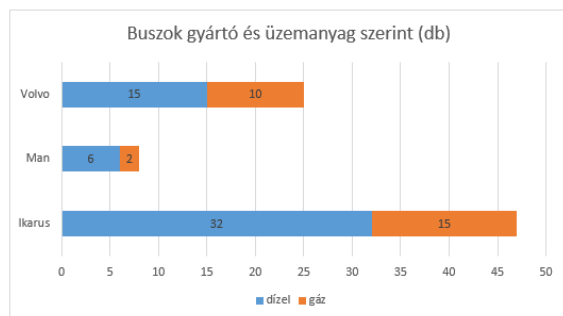
A kimutatás "lelke" a Mezőlista, amelyet a kimutatásra kattintva, majd jobb klikk által tudsz előhozni

A csoportosítás szempontját a "Sorokba" és "Oszlopokba" húzva tudod megadni.

Az ismérveket az "Értékekbe" húzva pedig gyakoriságot (darabszámot), átlagot, szórást kaphatsz a behúzott ismerv melletti fekete nyíl megnyomásával ("Értékösszegzési szempont")
Mértékegységet (pl. abszolút mértékegység vagy %) is a fekete nyíllal tudsz választani ("Az értékek megjelenítése": ha %, akkor Oszlopösszeg vagy Sorösszeg százaléka)

Kimutatásra nem hivatkozunk ("megőrül" az excel). Kimutatás másolás (Ctrl+C), majd értéként beillesztés!

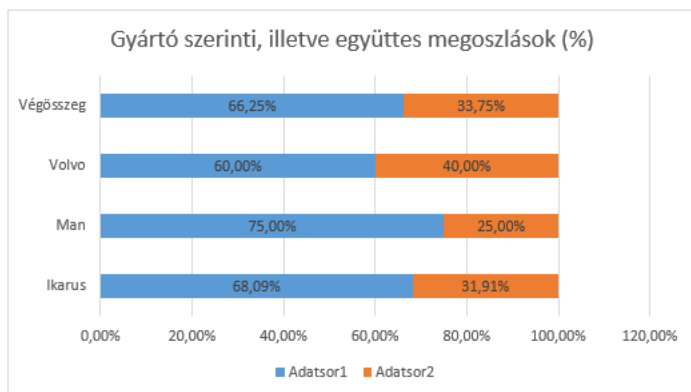
Sorcímék	dízel	gáz	Végösszeg
Ikarus	32	15	47
Man	6	2	8
Volvo	15	10	25
Végösszeg	53	27	80



b) Adja meg a százalékos megoszlásokat gyártók szerint (sorszázalékok) és ábrázolja az adatokat osztott szalagdiagrammal (százalékokkal)! Az ábra milyen kapcsolatot jelez a gyártók és az üzemanyag között?

	dízel	gáz	Végösszeg
Ikarus	32	15	47
Man	6	2	8
Volvo	15	10	25
Végösszeg	53	27	80

Sorcímek	dízel	gáz	Végösszeg
Ikarus	68,09%	31,91%	100%
Man	75,00%	25,00%	100%
Volvo	60,00%	40,00%	100%
Végösszeg	66,25%	33,75%	100%



Ha a gyártót nem vizsgáljuk, együttesen a buszok 66,25%-a dízeles, 33,75%-a gázos. Gyártónként vizsgálva, a dízeles hajtás inkább a MAN és Ikarus buszokat jellemzi (75%, illetve 68,09%) az együttes átlagot (66,25%) meghaladóan. A dízeles Volvo buszok aránya (60%) az együttes átlag alatt vannak. Emiatt feltételezhető valamilyen sztochasztikus kapcsolat a típus és az életkor közt. Ezt pontosan meghatározzuk nemsokára :)

Ha minden típus dízel-gáz megoszlása külön-külön megegyezne az együttes megoszlással (66,25%-33,75%), akkor nem lenne érdemes a típus alapján megbontani a sokaságot (ez lenne a függetlenség esete)

c) Számolja ki a Cramer féle asszociációs együtthatót és értelmezze!

buszok gyártója és üzemanyaga közt keresünk kapcsolatot. Ezek minőségi vs minőségi ismérvek, köztük ASSZOCIÁCIÓS KAPCSOLAT áll fenn. Az asszociációs kapcsolat szorossági mutatója a Cramer-mérőszám (C)

1. lépés: függetlenség esetén feltételezett gyakoriságok (fij*)

fij (a kimutatás elemei)

	dízel	gáz	Végösszeg
Ikarus	32	15	47
Man	6	2	8
Volvo	15	10	25
Végösszeg	53	27	80

fij*: függetlenség esetén feltételezett gyakoriságok

	dízel	gáz	Végösszeg
Ikarus	31,14	15,86	47
Man	5,30	2,70	8
Volvo	16,56	8,44	25
Végösszeg	53	27	80

A sorokat (gyártókat) úgy rendezem át üzemanyag szempontból, hogy a függetlenség esetét adják ki (a 66,25% - 33,75% megoszlást számolom ki minden típusra)

"Dollározás" (F4): 1 kattintás: sor és oszlop fix.

2. lépés: Khi-négyzet meghatározása

Khi-négyzet

	dízel	gáz
Ikarus	0,02	0,05
Man	0,09	0,18
Volvo	0,15	0,29

Khi-négyzetek összege: **0,78**

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^s \sum_{j=1}^t \frac{(f_{ij} - f_{ij}^*)^2}{f_{ij}^*}$$

3. lépés: Cramer-mérőszám meghatározása

s=sorok száma 3
 t=oszlopok száma 2
t-1 1

Khi-négyzet 0,78
 N 80

Cramer-mérőszám **0,10** A buszok típusa és üzemanyaga közt gyenge kapcsolat van

0 ≤ C ≤ 1

- pl. C = 0 független a két ismerv
- pl. C = 0,5 közepes erősségű kapcsolat van a két ismerv közt.
- pl. C = 1 függvényszerű kapcsolat van a két ismerv közt.
- pl. C = 0,4 közepesnél gyengébb kapcsolat van a két ismerv közt.
- pl. C = 0,8 szoros kapcsolat van a két ismerv közt.

$$C = \sqrt{\frac{\chi^2}{N \cdot (s-1)}}, \text{ ha } s \leq t \text{ és } C = \sqrt{\frac{\chi^2}{N \cdot (t-1)}}, \text{ ha } s > t$$

s>t

$$C = \sqrt{\frac{0,78}{80 \cdot (2-1)}}$$

6 – VEGYES KAPCSOLAT

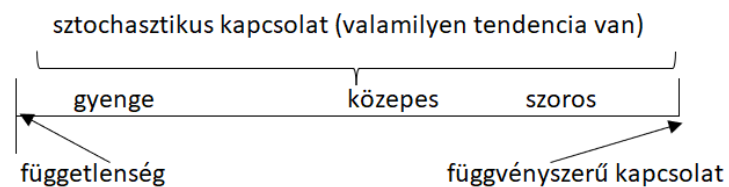
ELMÉLET

KAPCSOLATVIZSGÁLAT Megnézzük, hogy két ismérv közt van-e összefüggés, kapcsolat (magyarázzák-e egymást)

Fajtái (ismérvtípusok szerint):

Asszociáció	egyéb (minőségi/területi) vs egyéb (minőségi/területi) - pl. hajszín vs beosztás
Vegyes kapcsolat	egyéb (minőségi/területi) vs mennyiségi - pl. nemek vs vizsgapontszám
Korreláció (stat2!)	mennyiségi vs mennyiségi - pl. életkor vs fizetés

Fajtái (erősség szerint):



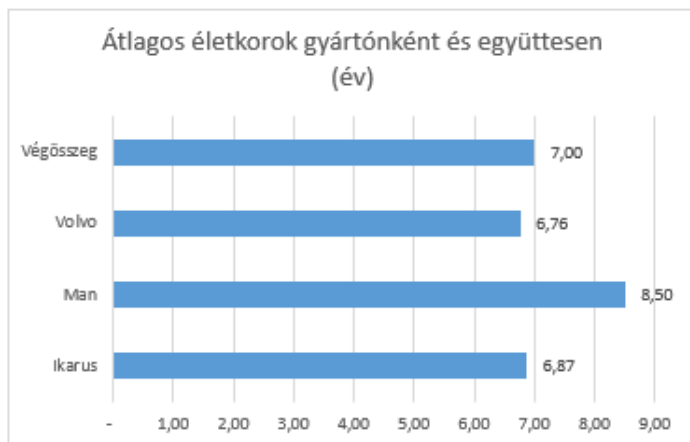
a) Készítsen kimutatást a buszok gyártója (sorok) és a buszok életkora alapján, a tábla oszlopai legyenek a buszok darabszámai, az átlagos életkorok és ezek szórásai! Készítsen az átlagokról szalagdiagramot (gyártónként és együtt)! Mit feltételez az ábra alapján? Határozza meg másik módszerrel is a főátlagot (ne a kimutatásból)!

Sorcímké	Mennyiség / Életkor (év)	Átlag / Életkor (év)	Szórás / Életkor (év)
Ikarus	47	6,87	2,62
Man	8	8,50	2,96
Volvo	25	6,76	2,72
Végösszeg	80	7,00	2,73

Sorcímkék	N _j (csoportlétszámok)	X _j (csoportátlagok)	σ _j (csoportszórások)
Ikarus	47	6,87	2,62
Man	8	8,50	2,96
Volvo	25	6,76	2,72
Végösszeg	80	7,00	2,73

N (sokasági létszám) X (főátlag) σ (teljes szórás)

Kimutatás másolás (Ctrl + C), majd értéként beillesztés!



A Man buszok a főátlagnál (7 év) idősebbek, míg a másik két típus a főátlagnál fiatalabb. Emiatt feltételezhető valamilyen sztochasztikus kapcsolat a típus és az életkor közt. Ezt pontosan meghatározzuk nemsokára :)

Ha minden típus átlagéletkora (csoportátlaga) megegyezne a főátlaggal, akkor nem lenne érdemes a típus alapján megbontani a sokaságot (ez lenne a függetlenség esete)

X (főátlag) kimutatásból függvénnyel
7,00 7,00

$$\bar{X} = \frac{\sum_{j=1}^M N_j \cdot \bar{X}_j}{N}$$

$$\bar{X} = \frac{47 \cdot 6,87 + 8 \cdot 8,5 + 25 \cdot 6,76}{80}$$

b, Határozza meg a szórásnégyzet-felbontás módszerével a H és H² mutatókat! Értelmezze az eredményeket, a változók kapcsolatát és a százalékos magyarázottságot!

buszok gyártója és életkora közt keresünk kapcsolatot. Minőségi vs mennyiségi ismérv, köztük VEGYES KAPCSOLAT áll fenn.

A vegyes kapcsolat szorossági mutatója a szóránhányados (H).

VARIANCIAFELBONTÁS: $\sigma^2 = \sigma_B^2 + \sigma_K^2$ variancia = szórásnégyzet (nem értelmezzük, nincs értelmes mértékegység)

teljes variancia = belső variancia + külső variancia

σ^2	7,48
------------	------

kimutatásból

σ_B^2	7,22
--------------	------

$$\sigma_B^2 = \frac{\sum_{j=1}^M N_j \cdot \sigma_j^2}{N}$$

$$\sigma_B^2 = \frac{47 \cdot 2,62^2 + 8 \cdot 2,96^2 + 25 \cdot 2,72^2}{80}$$

σ_K^2	0,25
--------------	------

varianciafelbontásból

VAGY

σ_K^2	0,25
--------------	------

$$\sigma_K^2 = \frac{\sum_{j=1}^M N_j (\bar{X}_j - \bar{X})^2}{N}$$

$$\sigma_K^2 = \frac{47 \cdot (6,87 - 7)^2 + 8 \cdot (8,5 - 7)^2 + 25 \cdot (6,76 - 7)^2}{80}$$

H² (varianciarányados)

$$H^2 = \frac{\sigma_K^2}{\sigma^2}$$

%-os magyarázottságot ad

3,38% A buszok típusa 3,38%-ban magyarázza az életkorok alakulását (más szempontok összesen 96,62%-ban)

mindig a nem mennyiségi ismérv magyarázza a mennyiségi ismérv alakulását (0 és 100% közt).

**H (szórásarányados)**

0,18 A buszok típusa és életkora közt gyenge kapcsolat van

H = gyök (H²)

0 ≤ H ≤ 1

kapcsolat szorosságát ad

pl. H = 0

független a két ismérv

pl. H = 0,5

közepes erősségű kapcsolat van a két ismérv közt.

pl. H = 1

függvényszerű kapcsolat van a két ismérv közt.

pl. H = 0,4

közepesnél gyengébb kapcsolat van a két ismérv közt.

pl. H = 0,8

szoros kapcsolat van a két ismérv közt.

7 – INDEXSZÁMÍTÁS

ELMÉLET

Indexszámítás Két időszak közt mennyiség, ár és értékváltozást vizsgálunk %-ban (I - indexek) vagy abszolút mértékegységben (pl. Ft, K - különbségek)

Mit vizsgálunk: mennyiség (pl. kg, db) **q (quantity)**
 ár (pl. Ft, USD, EUR) **p (price)**
 érték (pl. árbevétel) **v (value)**
 régi időszak (0), új időszak (1)

indexek → egyedi indexek (termékenként külön-külön, "i")
 → aggregált (együttes) indexek (termékekre együtt, "I")

FELADAT

	q0	p0	q1	p1
	2005		2010	
	Eladott mennyiség (kg)	Egységár (Ft)	Eladott mennyiség (kg)	Egységár (Ft)
Mango	560	900	500	1 100
Alma	3 528	135	3 612	145
Narancs	565	800	560	950

a) Adja meg a termékek árának, eladott mennyiségének és árbevételének változásait 2005-ről 2010-re KÜLÖN-KÜLÖN! Értelmezze az eredményeket!

egyedi indexek ("i")

$$i_p = \frac{p_1}{p_0}$$

$$i_q = \frac{q_1}{q_0}$$

$$i_v = \frac{v_1}{v_0} = \frac{q_1 p_1}{q_0 p_0}$$

	ip	iq	iv
Mango	122,22%	89,29%	109,13%
Alma	107,41%	102,38%	109,96%
Narancs	118,75%	99,12%	117,70%

ip	2005-ről 2010-re a mango ára 22,22%-kal nőtt, az almáé 7,41%-kal nőtt, a narancsé 18,75%-kal nőtt
iq	2005-ről 2010-re a mango eladott mennyisége 10,71%-kal csökkent, az almáé 2,38%-kal nőtt, a narancsé 0,88%-kal csökkent
iv	2005-ről 2010-re a mango árbevétele 9,13%-kal nőtt, az almáé 9,96%-kal nőtt, a narancsé 17,70%-kal nőtt

b) Adja meg a termékek árának, eladott mennyiségének és árbevételének változásait 2005-ről 2010-re EGYÜTTESEN! Értelmezze az eredményeket!

aggregált (együttes) indexek ("I") a kiszámolásukhoz szükségünk van az "aggregátumokra"

$\sum q_0 \cdot p_0$ 1 432 280 Ft → régi mennyiségek vs régi árak (valós bevétel)

$\sum q_1 \cdot p_1$ 1 605 740 Ft → új mennyiségek vs új árak (valós bevétel)

$\sum q_0 \cdot p_1$ 1 664 310 Ft → régi mennyiségek vs új árak (fiktív, csak az indexszámítást támogató bevétel)

$\sum q_1 \cdot p_0$ 1 385 620 Ft → új mennyiségek vs régi árak (fiktív, csak az indexszámítást támogató bevétel)

Iv (értékindex) 112,11% Az árbevétel együttesen átlagosan 12,11%-kal nőtt 2005-ről 2010-re

$$I_v = \frac{\sum v_1}{\sum v_0} = \frac{\sum q_1 p_1}{\sum q_0 p_0}$$

Az aggregált volumen és árindexeknél beszélhetünk bázis időszaki (Laypeyres, "0") és tárgyidőszaki (Paasche, "1") súlyozásról

Összefüggés az indexek közt: $I_v = I_p^{(0)} \cdot I_q^{(1)} = I_p^{(1)} \cdot I_q^{(0)}$ vizsgán elég az egyiket kiszámolni

$I_q^{(0)}$ 96,74% Az eladott mennyiség együttesen átlagosan 3,26%-kal csökkent Laspeyres-súlyozás mellett 2005-ről 2010-re
Laspeyres-súlyozású volumenindex

$$I_q^{(0)} = \frac{\sum q_1 p_0}{\sum q_0 p_0}$$

$I_p^{(1)}$ 115,89% Az árak együttesen átlagosan 15,89%-kal nőttek Paasche-súlyozás mellett 2005-ről 2010-re
Paasche-súlyozású árindex

$$I_p^{(1)} = \frac{\sum q_1 p_1}{\sum q_1 p_0} \quad \text{vagy} \quad I_p^{(1)} = I_v / I_q^{(0)}$$

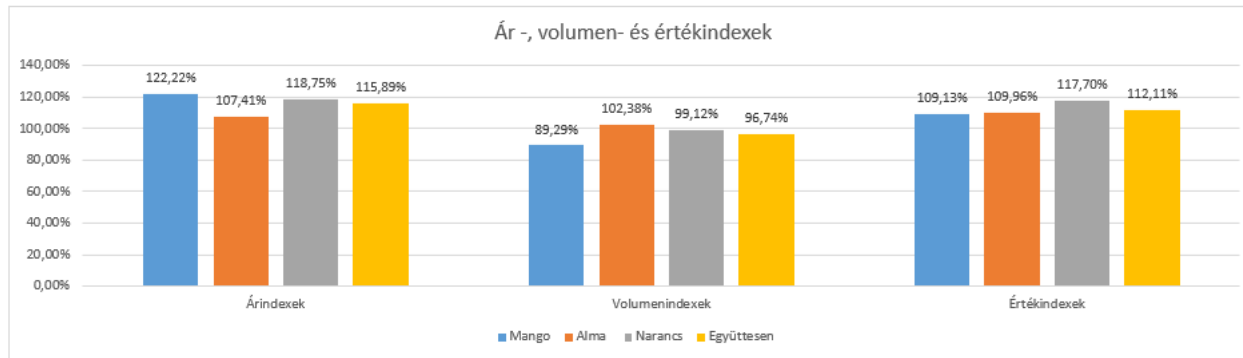
c) Készítsen oszlopdiagramot az egyedi és aggregált indexekről!

	Árindexek	Volumenindexek	Értékindexek
Mango	122,22%	89,29%	109,13%
Alma	107,41%	102,38%	109,96%
Narancs	118,75%	99,12%	117,70%
Együttesen	115,89%	96,74%	112,11%

I_{p1}

I_{q0}

I_v



d) Adja meg Ft-ban az árbevétel változást 2005-ről 2010-re, és ennek összetevőit! (Kv, Kp, Kq)! Értelmezze az eredményeket!

Amíg az indexek %-ban, addig a különbségek (K) abszolút mértékegységben (itt: Ft) mutatják a változást. A logika nagyon hasonló!

K_v **173 460** Ft

Az árbevétel a termékekre együttesen 173460 Ft-tal nőtt 2005-ről 2010-re

$$K_v = \sum q_1 p_1 - \sum q_0 p_0$$

Összefüggés a különbségek közt: $K_v = K_p^{(0)} + K_q^{(1)} = K_p^{(1)} + K_q^{(0)}$ *vizsgán elég az egyiket kiszámolni*

K_q⁰ - **46 660** Ft

Laspeyres-súlyozású, volumenkülönbség

Az eladott mennyiség változása miatt (a termékekre együttesen) 46600 Ft-tal csökkent az árbevétel Laspeyres-súlyozással 2005-ről 2010-re

$$K_q^{(0)} = \sum q_1 p_0 - \sum q_0 p_0$$

K_p¹ **220 120** Ft

Paasche-súlyozású árkülönbség

Az árak változása miatt (a termékekre együttesen) 220,120 Ft-tal nőtt az árbevétel Paasche-súlyozással 2005-ről 2010-re

$$K_q^{(1)} = \sum q_1 p_1 - \sum q_0 p_1$$

vagy

$$K_p^1 = K_v - K_q^0$$

GYAKORLÓ!

K_q¹ - **58 570** Ft

Paasche-súlyozású, volumenkülönbség

Az eladott mennyiség változása miatt - a termékekre együttesen - 58570 Ft-tal csökkent az árbevétel Paasche-súlyozással 2005-ről 2010-re

$$K_q^{(1)} = \sum q_1 p_1 - \sum q_0 p_1$$