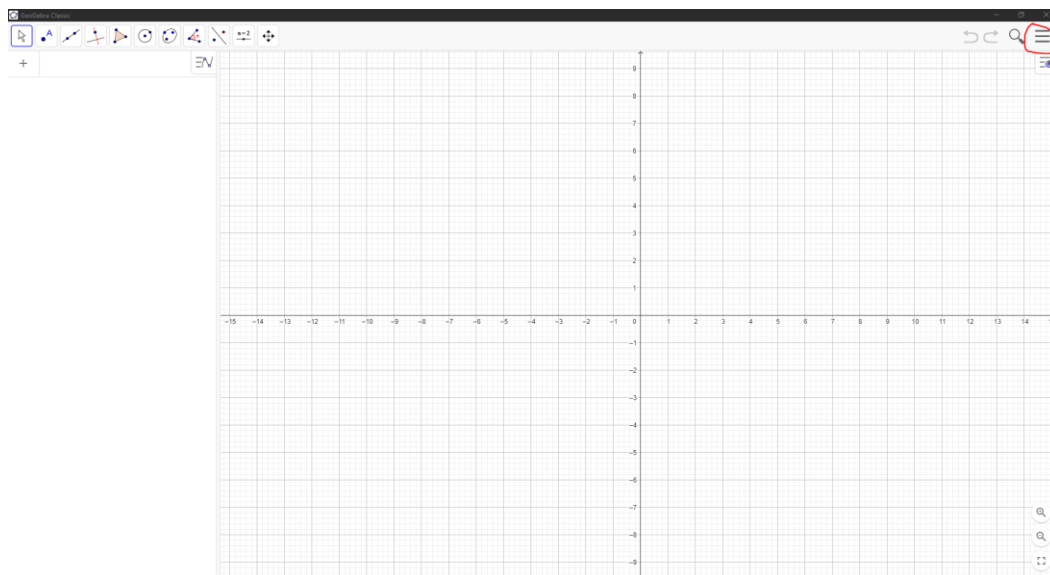
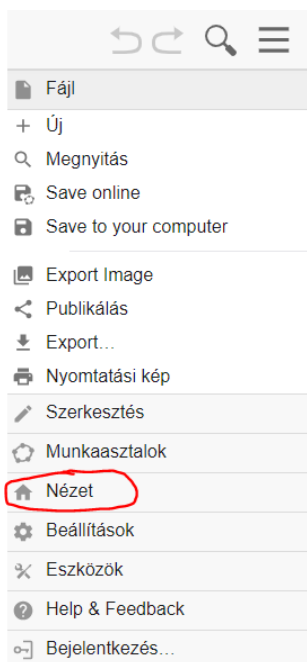


Geogebra valószínűségszámítás megnyitása

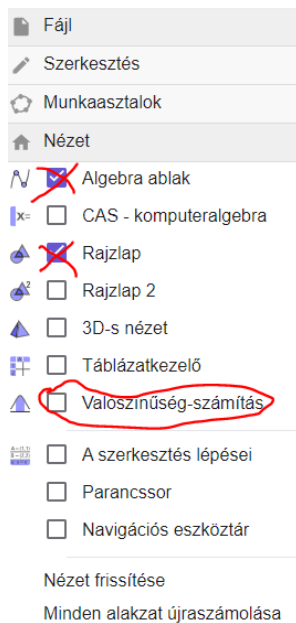
Jobb felső sarokban 3 vonalra kattintás:



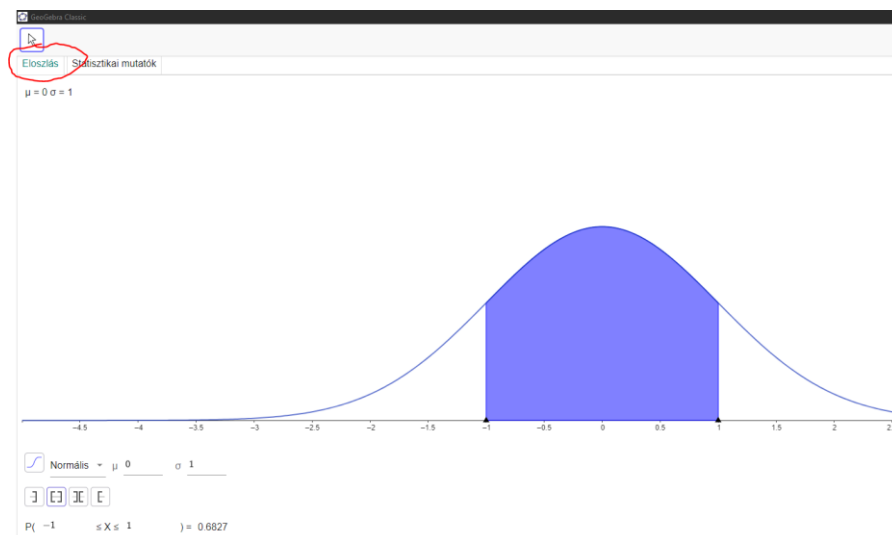
Nézetre kattintás:



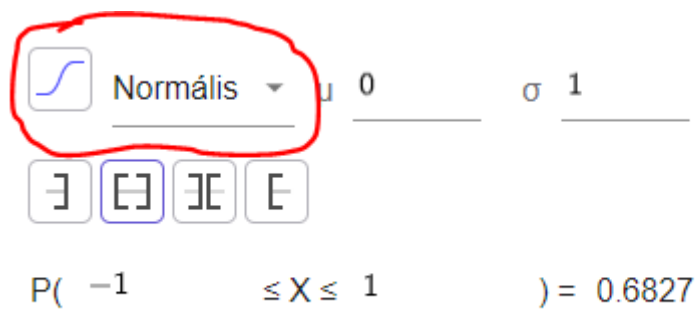
Valószínűségszámításra kattintás, rajzlap és algebra alak kikapcsolás:



Mindig az eloszlás fülön leszünk (alapból oda dob a program):



Itt tudunk változtatni a típuson:



Általunk használt eloszlások

5-öt fogunk ezek közül használni:

Normális

Exponenciális

Poisson

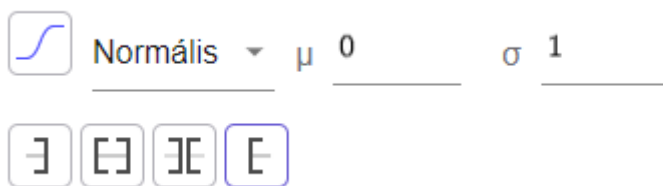
Binomiális (visszatevése)

Hipergeometrikus (visszatevés nélküli)

Hogy kell kitölteni a felső részt (legördülő menü és amelletti részek)?

Normális eloszlás

Felismerése: Nem kell felismerni, mert a feladat szövegében meg van adva, hogy normális eloszlásról van szó. De ha nem lenne megadva, akkor onnan ismerhető fel, hogy várható érték és szórás (szórás helyett lehet használni a átlagos eltérés szót is) van megadva.



Két dolgot kell beírunk, ami nagyon egyszerű lesz, a μ lesz a várható érték, a σ pedig a szórás, mind a kettő meg van adva a feladat szövegében

Ha az a kérdés, hogy: Határozzuk meg az átlagra szimmetrikus intervallumot, amelybe a palackok/málnatövek 90 valahány %-os valószínűséggel esnek.

Ha Pl.:92,5%-os valószínűséget kell meghatározni:

1. lépés: Kiszámoljuk a maradék részt: $100\% - 92,5\% = 7,5\%$
2. lépés: A maradék részt elosztjuk 2-vel (jobbról és balról is ennyi százalék lesz, ami kimarad): $7,5\% : 2 = 3,75\%$
3. lépés: Ezt hozzáadjuk a 92,5%-hoz: $92,5\% + 3,75\% = 96,25\%$
4. lépés: A kapott értéket elosztjuk 100-zal: $96,25 : 100 = 0,9625$
5. lépés: Excelbe beírjuk az alábbi függvényt: `=NORM.INVERZ(X1;X2;X3)`

X1, X2 és X3 helyére számokat írunk be.

Az alsó határ esetén:

X1 helyére írjuk be a kapott % 100-zal elosztott értékét, jelen esetben 0,0375-öt

X2 helyére beírjuk a várható értéket (ez feladat szövegében van megadva)

X3 helyére pedig beírjuk a szórást (ez a feladat szövegében van megadva)

Felső határ esetén:

X1 helyére írjuk be a kapott % 100-zal elosztott értékét, jelen esetben 0,9675-öt

X2 helyére beírjuk a várható értéket (ez feladat szövegében van megadva)

X3 helyére pedig beírjuk a szórást (ez a feladat szövegében van megadva)

Példával:

Várható érték: 120

Szórás: 20

92,5%-ra vagyunk kíváncsiak

1. lépés: Kiszámoljuk a maradék részt: $100\% - 92,5\% = 7,5\%$

2. lépés: A maradék részt elosztjuk 2-vel (jobbról és balról is ennyi százalék lesz, ami kimarad):
 $7,5\% : 2 = 3,75\%$

3. lépés: A kapott értéket elosztjuk 100-zal: $3,75 : 100 = 0,0375$

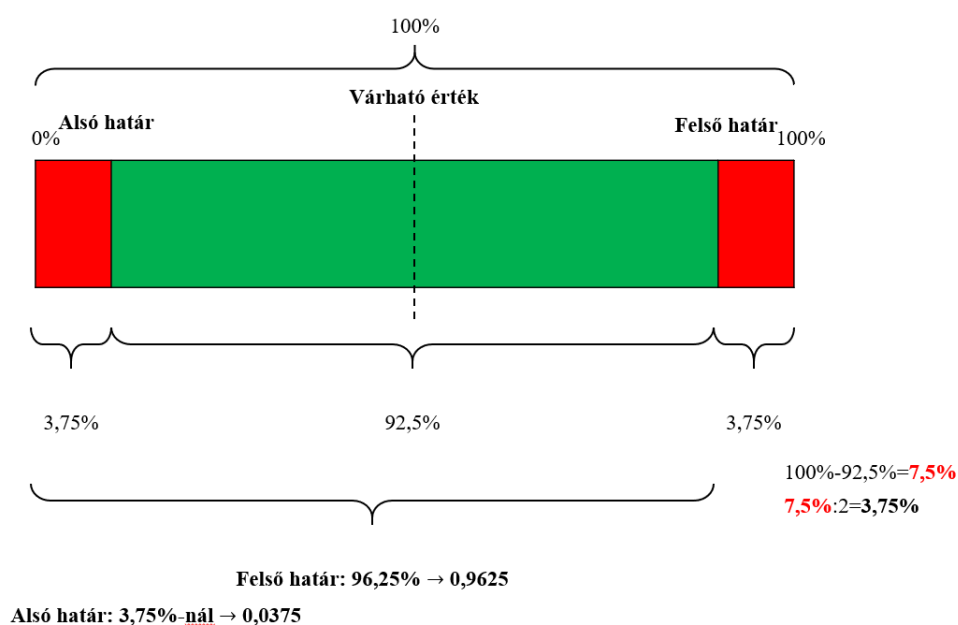
4. lépés: Ezt hozzáadjuk a 92,5%-hoz: $92,5\% + 3,75\% = 96,25\%$

5. lépés: A kapott értéket elosztjuk 100-zal: $96,25 : 100 = 0,9625$

Alsó határ: =NORM.INVERZ(0,0375;120;20) **84,3907**

Felső határ: =NORM.INVERZ(0,9625;120;20) **155,6093**

Tehát Geogebra-ba a 84,3907-et és a 155,6093-at kell beírni. (valószínűsége 0,925-öt kell kiírnia)



Exponenciális

Felismerés: A feladat szövegében meg van adva, hogy exponenciális eloszlásról van szó.

 Exponenciális λ $\frac{1}{24}$



Itt csak 1 értéket kell megadni, ami fontos, hogy a várható érték reciprokát kell megadni, ha a várható érték (átlag) 24, akkor 1/24-et kell beírni λ -hoz

Poisson

Felismerés: A feladat szövegében meg van adva, hogy Poisson eloszlásról van szó

 Poisson μ 4



Itt 1 értéket kell megadni, ez megegyezik a várható értékkel (itt nem a reciprokot kell beírni, mint az exponenciálisnál). A várható értéket egyenes arányosságból tudjuk kiszámolni.

Pl.: Ha megvan adva, hogy 18 perc alatt 3 ügyfelet tud valaki kiszolgálni, akkor 1 perc alatt 3/18 (0,167) ügyfelet tud kiszolgálni, ha az a kérdés, hogy 13 perc alatt pontosan ... ügyfelet szolgál ki, akkor a várható érték (μ) 13/6=2,167 lesz

18 perc	3 ügyfél
1 perc	3/18=0,167 ügyfél
13 perc	13/6 =2,167 ügyfél

Binomiális (visszatevése)

Felismerés: A feladat szövegében nincs megadva, nekünk kell felismerni. Amiről felismerhető, ha valószínűség %-ban van megadva.

- Ha valamilyen gyártásról van szó, az tipikusan binomiális eloszlás (lámpa gyártás, palackozó gép)
- Onnan ismerhető még fel, ha minőség ellenőrzésről van szó
- Ha selejtes/rossz/hibás vagy jó/hibátlan termékekről van szó

 Binomiális ▾ n p

Két dolgot kell beírni, az egyik az n (darabszám), a másik a p (valószínűség)

n : Ez egyszerű, meg van adva a feladat szövegében

p : Itt arra kell figyelni, hogy a %-os valószínűséget el kell osztani 100-zal (ha 60%-ról van szó, akkor 0,6-ot kell beírni)

Hipergeometrikus

Felismerés: A feladat szövegében nincs megadva, nekünk kell felismerni. Amiről felismerhető, ha nincs a feladat szövegében, hogy Poisson, Exponenciális, Normális, és nincs benne %-os valószínűség sem megadva (5 közül kizárunk 4-et)

- Ha kártyáról van

 Hipergeometrikus ▾ populáció 60 n 10 minta 20

3 dolgot kell beírunk, az egyik a populáció, a másik az n, a harmadik a minta

Populáció: Amennyi dolog összesen van

n: A húzások száma

minta: Amennyi van az adott dologból az összes között

(n és minta fel is cserélhetőek, úgy is a jó eredmény jön ki)

Kártyás példával:

1. példa: Magyar kártyából húzunk 5 lapot, mennyi a valószínűsége, hogy legalább 2 ászt húzunk?

Populáció: 32 (32 lap van a magyar kártyában)

n: 5 (5 kártyát húzunk)

minta: 4 (4 ász van a pakliban, mind a 4 színből van 1-1 ász)

A legalább 2-t pedig az alsó részre fogjuk beírni

 Hipergeometrikus ▾ populáció 32 n 5 minta 4

P(2 ≤ X) = 0.1053

2. példa: Magyar kártyából húzunk 3 lapot, mennyi a valószínűsége, hogy legfeljebb 1 pirosat húzunk?

Populáció: 32 (32 lap van a magyar kártyában)

n: 3 (3 kártyát húzunk)

minta: 8 (minden színből 8 kártya van 8+8+8+8 adja ki az 32 kártyát)

A legfeljebb 1-t pedig az alsó részre fogjuk beírni

 Hipergeometrikus ▾ populáció 32 n 3 minta 8

P(X ≤ 1) = 0.8532

Fülek:

Első fül: Ha arra vagyunk kíváncsiak, hogy legfeljebb valamennyi esetnek mennyi a valószínűsége (Figyeljünk a megfogalmazásra, ha legfeljebb 4, akkor 4-et írunk be, ha kevesebb, mint 5, akkor is 4-et írunk be (meg van engedve az egyenlőség is a relációjelnél))



$$P(X \leq 4) = 0.1587$$

Második fül: Ha arra vagyunk kíváncsiak, hogy két érték között mennyi a valószínűség (itt 4 és 6 között)



$$P(4 \leq X \leq 6) = 0.6827$$

Ugyanezen a fülön írhatjuk be azt is, ha egy konkrét eset valószínűségére vagyunk kíváncsiak (Ha arra vagyunk kíváncsiak, hogy 3 darab esetén mennyi a valószínűség, akkor mind a két helyre 3-at írunk)



$$P(3 \leq X \leq 3) = 0.2819$$

Harmadik fül: Ezt nem nagyon fogjuk használni, de azt adná meg, hogy valaminél kevesebb, vagy valaminél nagyobb esetnek mennyi a valószínűsége

Negyedik fül: Ha arra vagyunk kíváncsiak, hogy legalább valamennyi esetnek mennyi a valószínűsége (Itt is figyeljünk a megfogalmazásra, ha legalább 2, akkor 2-et írunk be, ha több, mint 1, akkor is 2-et írunk be (meg van engedve az egyenlőség is a relációjelnél))



$$P(2 \leq X) = 0.9162$$

Döntéssel feladat

		a tavaszi időjárás		
		fagyos	átlagos	napsütéses
Virágok	Tulipán	150	280	220
	Nárcisz	160	260	240
	Orgona	150	200	320
	Gyöngyvirág	165	180	180

165 cellában 180-3k szerepel, k=5-tel lesz $180-3*5=165$

Kérdések:

a) Melyiket válassza, ha optimista? (ha szélsőségesen optimista van a feladat szövegében az sem jelent különbséget a megoldásban)

		a tavaszi időjárás			
		fagyos	átlagos	napsütéses	Max
Virágok	Tulipán	150	280	220	280
	Nárcisz	160	260	240	260
	Orgona	150	200	320	320
	Gyöngyvirág	165	180	180	180

1. lépés: Csinálunk egy plusz Max oszlopot és soronként megkeressük a maximumokat

2. lépés: A Max oszlopban megkeressük a legnagyobb értéket, ez a 320 lesz, tehát az **orgonát választja**.

b) Melyiket választja, ha pesszimista? (ha szélsőségesen pesszimista van a feladat szövegében az sem jelent különbséget a megoldásban)

		a tavaszi időjárás			
		fagyos	átlagos	napesztéses	Min
Virágok	Tulipán	150	280	220	150
	Nárcisz	160	260	240	160
	Orgona	150	200	320	150
	Gyöngyvirág	165	180	180	165

1. lépés: Csinálunk egy plusz Min oszlopot és soronként megkeressük a minimumokat

2. lépés: A Min oszlopban megkeressük a **legnagyobb** értéket, ez a 165 lesz, tehát a **gyöngyvirágot választja**.

(Itt fontos, hogy először minimumot keressük soronként, viszont a Min oszlopban a maximális értéket fogjuk keresni)

c) Melyiket választja, ha az elmulasztott nyereség alapján dönt?

		a tavaszi időjárás		
		fagyos	átlagos	napsütéses
Virágok	Tulipán	150	280	220
	Nárcisz	160	260	240
	Orgona	150	200	320
	Gyöngyvirág	165	180	180

1. lépés: Megkeressük a legnagyobb értéket oszloponként:

Fagyos oszlopnál: **165**

Átlagos oszlopnál: **280**

Napsütéses oszlopnál: **320**

2. lépés: Lemásoljuk a táblázatot, minden cellába az oszloponkénti legnagyobb érték és az aktuális érték különbsége kerül

		a tavaszi időjárás		
		fagyos	átlagos	napsütéses
Virágok	Tulipán	165-150=15	280-280=0	320-220=100
	Nárcisz	165-160=5	280-260=20	320-240=80
	Orgona	165-150=15	280-200=80	320-320=0
	Gyöngyvirág	165-165=0	280-180=100	320-180=140

A táblázat így fog kinézni (a felső táblázatba odaírtam a műveleteket is, hogy látszódjon, mi hogyan jön ki):

		a tavaszi időjárás		
		fagyos	átlagos	napsütéses
Virágok	Tulipán	15	0	100
	Nárcisz	5	20	80
	Orgona	15	80	0
	Gyöngyvirág	0	100	140

3. lépés: csinálunk egy Max oszlopot:

		a tavaszi időjárás			
		fagyos	átlagos	napsütéses	Max
Virágok	Tulipán	15	0	100	100
	Nárcisz	5	20	80	80
	Orgona	15	80	0	80
	Gyöngyvirág	0	100	140	140

4. lépés: A Max oszlopban megkeressük a minimális értéket, ez jelen esetben a 80 lesz, ez kétszer is előfordul, vagyis **a nárciszt vagy az orgonát választja**.

(Itt fontos, hogy soronként a maximumokat keressük, viszont az Max oszlopban a minimumot fogjuk keresni)

d) Melyiket válassza, ha minden időjárási tényező azonos valószínűségű?

1. lépés: Csinálunk egy átlag oszlopot, amibe az egyes sorok átlagát határozzuk meg:

		a tavaszi időjárás			
		fagyos	átlagos	napsütéses	Átlag
Virágok	Tulipán	150	280	220	216,667
	Nárcisz	160	260	240	220
	Orgona	150	200	320	223,333
	Gyöngyvirág	165	180	180	175

Az átlagokat kiszámolhatjuk a hagyományos módszerrel is, de használhatjuk az excel átlag függvényével is =átlag(C3:E3) (Ha a tulipán fagyos értéke van a C3 cellában, a tulipán napsütéses értéke pedig az E3 cellában)

Hagyományos módon kiszámolva az átlagok:

$$\text{Tulipán: } \frac{150 + 280 + 220}{3} = \mathbf{216,667}$$

$$\text{Nárcisz: } \frac{160 + 260 + 240}{3} = \mathbf{220}$$

$$\text{Orgona: } \frac{150 + 200 + 320}{3} = \mathbf{223,333}$$

$$\text{Gyöngyvirág: } \frac{165 + 180 + 180}{3} = \mathbf{175}$$

2. lépés: Ezek közül megkeressük a maximális értéket, ami a 223,333 lesz, ez azt jelenti, hogy **az orgonát választja.**

e) Melyiket választja, ha ismert az időjárás tényezők valószínűsége? A napsütéses időjárás valószínűsége 50%, az átlagos időjárásé pedig 30%.

1. lépés: Kiszámoljuk a fagyos valószínűséget (A fagyos, az átlagos és napsütéses valószínűségek összege ki kell, hogy adja a 100%-ot)

Fagyos: $100\% - 50\% - 30\% = 20\%$

2. lépés: Csinálunk egy plusz sort a táblázat alá, ahova beírjuk a valószínűségeket 100-zal elosztva ($50\% \rightarrow 0,5$, $30\% \rightarrow 0,3$, $20\% \rightarrow 0,2$)

		a tavaszi időjárás		
		fagyos	átlagos	napsütéses
Virágok	Tulipán	150	280	220
	Nárcisz	160	260	240
	Orgona	150	200	320
	Gyöngyvirág	165	180	180
	Valószínűség	0,2	0,3	0,5

3. lépés: Csinálunk egy Várható érték oszlopot, és kiszámoljuk benne a várható értékeket súlyozással (ez azt jelenti, hogy minden értéket beszorzunk az adott oszlop valószínűségével, és ezeket összeadjuk)

		a tavaszi időjárás			
		fagyos	átlagos	napsütéses	Várható érték
Virágok	Tulipán	150	280	220	224
	Nárcisz	160	260	240	230
	Orgona	150	200	320	250
	Gyöngyvirág	165	180	180	177
	Valószínűség	0,2	0,3	0,5	

Számolás:

$$\text{Tulipán: } 150 \cdot 0,2 + 280 \cdot 0,3 + 220 \cdot 0,5 = 224$$

$$\text{Nárcisz: } 160 \cdot 0,2 + 260 \cdot 0,3 + 240 \cdot 0,5 = 230$$

$$\text{Orgona: } 150 \cdot 0,2 + 200 \cdot 0,3 + 320 \cdot 0,5 = 250$$

$$\text{Gyöngyvirág: } 165 \cdot 0,2 + 180 \cdot 0,3 + 180 \cdot 0,5 = 177$$

4. lépés: Megkeressük a Várható érték oszlopban a maximális értéket, ez 250 lesz, vagyis az **orgonát fogja választani**.

f) Melyiket választja, ha a Hurwitz kritérium alapján dönt és $\alpha=0,2$?

1. lépés: Csinálunk egy $H(\alpha)$ oszlopot, amibe kiszámoljuk soronként az értékeket a

$H(\alpha) = \alpha \cdot \text{max} + (1 - \alpha) \cdot \text{min}$ képlet alapján

Ahol:

$$\alpha = 0,2$$

$$1 - \alpha = 1 - 0,2 = 0,8$$

$\text{max} = \text{a sor maximális értéke}$

$\text{min} = \text{a sor minimális értéke}$

		a tavaszi időjárás			$H(\alpha)$
		fagyos	átlagos	napsütéses	
Virágok	Tulipán	150	280	220	176
	Nárcisz	160	260	240	180
	Orgona	150	200	320	184
	Gyöngyvirág	165	180	180	168

$$\text{Tulipán: } 0,2 \cdot 280 + 0,8 \cdot 150 = 176$$

$$\text{Nárcisz: } 0,2 \cdot 260 + 0,8 \cdot 160 = 180$$

$$\text{Orgona: } 0,2 \cdot 320 + 0,8 \cdot 150 = 184$$

$$\text{Gyöngyvirág: } 0,2 \cdot 180 + 0,8 \cdot 165 = 168$$

2. lépés: $H(\alpha)$ oszlopban megkeressük a maximális értéket, ez 184 lesz, vagyis **az orgonát választja.**